

同等学力人员申请硕士学位

电气工程

学科综合水平

全国统一考试大纲及指南

国务院学位委员会办公室 编



高等教育出版社

同等学力人员申请硕士学位

电气工程
学科综合水平
全国统一考试大纲及指南

国务院学位委员会办公室 编



高等教育出版社

主 编：张保会 西安交通大学电气学院
教授、博士生导师

副主编：马西奎 西安交通大学电气学院
教授、博士生导师

成 员：邱毓昌 西安交通大学电气学院
教授、博士生导师

虞鹤松 西安交通大学电气学院
教授、硕士生导师

朱振青 西安交通大学电气学院
教授、硕士生导师

鱼振民 西安交通大学电气学院
副教授、硕士生导师

罗先觉 西安交通大学电气学院
副教授、硕士生导师

裴云庆 西安交通大学电气学院
副教授、硕士生导师

主 审：姜建国 清华大学电机系
教授、博士生导师

尹项根 华中理工大学电机系
教授、博士生导师

前 言

为规范同等学力人员申请硕士学位的工作,确保学位授予的质量,国务院学位委员会第十六次会议决定对同等学力人员申请硕士学位增设学科综合水平全国统一考试。自 1999 年 9 月 1 日起,以同等学力申请硕士学位人员取得相应学科的《学科综合水平全国统一考试合格证书》,成为其获得硕士学位的必要前提。

进行学科综合水平考试旨在加强国家对授予同等学力人员硕士学位的宏观质量控制,规范管理,是国家组织的对申请硕士学位同等学力人员进行专业知识结构与水平认定的重要环节。为此,我们委托有关专家和教师编写了这本《同等学力人员申请硕士学位电气工程学科综合水平全国统一考试大纲及指南》,并组织有关专家进行了审定。该大纲及指南是学科综合水平全国统一考试命题的依据和范围,是各学位授予单位教学和辅导应试者复习和备考的重要参考资料。在使用过程中,各单位可将发现的问题和建议及时反馈给我们,以便在适当的时候进行修订。

国务院学位委员会办公室

1999 年

编写说明

为贯彻落实《国务院学位委员会关于授予具有研究生毕业同等学力人员硕士、博士学位的规定》，加强国家对授予同等学力人员硕士学位的宏观质量控制，保证和提高授予学位的质量，规范质量管理，国务院学位委员会决定对申请硕士学位的同等学力人员进行学科综合水平考试。这一考试是对申请者进行专业知识结构与水平认定的重要环节，考试的目的是检测申请人员是否已具备获得硕士学位所必须的基础理论和专门知识。这一考试并不代替学位课程考试。

本《同等学力人员申请硕士学位电气工程学科综合水平全国统一考试大纲及指南》(以下简称《考试大纲及指南》)是受国务院学位委员会办公室委托，由西安交通大学电气工程学院牵头组织编写的电气工程学科的综合水平考试用书。编写该书的目的在于：为复习、命题、考试作出基本规定。同时，也为申请电气工程学科硕士学位的同等学力考生，提供简明扼要的考试复习范围、要点、要求和应全面掌握的基本知识。

根据国务院学位委员会办公室指示的精神，《考试大纲及指南》的内容应以一级学科为基础进行编写，应覆盖本学科范围内各主要二级学科的基本内容。为兼顾全国的平均水平(考虑到国内高等院校有的按照一级学科招收、培养硕士生，有的按照二级学科招收、培养硕士生的现状)，因此，经与有关方面和同行专家、教授协商，电气工程学科综合水平全国统一考试的范围确定由下列两部分组成：

第一部分——基础理论知识，主要考查申请人是否已具备获得硕士学位所必须的基础理论，按照一级学科命题，称为A卷，占

总成绩的60%，每位考生必作。这一部分考试的内容由《电工基础理论》和《微机原理与应用基础》两章组成。

第二部分——专门知识，主要考查申请人是否已具备获得硕士学位所必须的专门知识，按照现有的五个二级学科分别命题，称为B卷，占总成绩的40%。B卷由B₁、B₂、B₃、B₄和B₅五个并列子卷组成，每位考生只可任意选做某一个子卷考题。五个子卷分别为B₁《电力系统分析》、B₂《电机学》、B₃《高电压与绝缘技术》、B₄《电力电子技术与电力拖动》和B₅《电网络理论与电磁场数值分析》。

本《考试大纲及指南》对以上两部分的内容进行了概括和总结，并且第二部分的内容分二级学科进行编写，有利于考生复习时选择参考。

本《考试大纲及指南》由以下五个相互对应的部分组成：

1. 考试大纲

大纲规定了电气工程学科硕士学位获得者应掌握的基本概念、基本理论和基本知识点，是考试内容的纲要性提示。

2. 复习指南

复习指南是考试大纲内容的分解和细化，目的在于帮助考生理清知识要领与脉络，作好复习。

3. 思考题

每一部分复习指南按章编排，每章均附有思考题。做好本书所附的思考题，不仅能使考生深入学习和理解课程内容，提高理解和分析问题能力，还可起到帮助考生应试答题的作用。

4. 参考书目

每一部分复习指南后，列出了该部分主要参考书目。考生可参照参考书复习。

5. 考试样卷及部分参考答案

为便于考生了解该考试的题型、结构、范围与深度等方面的信息，最后列有一份考试样卷及部分参考答案。考试样卷的题型、

结构、范围、深度、分数比例，体现了大纲的基本要求，可供应试者准备参考。

总之，考生只要认真学习复习指南中的基础知识和理论，了解考题的特点和样式，就能进入较好的考前状态。

为作好编写工作，主编曾借参加会议之机，分别与清华大学、上海交通大学、华中理工大学、天津大学、哈尔滨工业大学、山东工业大学和合肥工业大学的电气工程学科的部分教授、博士生导师交换了编写该书的原则意见，形成了对该书的内容、深度、考题、考分分布的编写提纲，经编写组讨论，修改后组织执笔编写。分工如下：第一章和第七章由马西奎教授、罗先觉副教授编写，第二章由虞鹤松教授编写，第三章由朱振青教授编写，第四章由鱼振民副教授编写，第五章由邱毓昌教授编写，第六章由裴云庆副教授编写。全书的汇总和统稿工作由张保会教授、马西奎教授完成。清华大学的姜建国教授、华中理工大学的尹项根教授担任主审。

本《考试大纲及指南》样稿完成后，邀请了两位主审和高等教育出版社的金春英副编审和部分在西安的同行专家对样稿进行了评审。各位专家认为本大纲体现了国务院学位委员会办公室对同等学力申请硕士人员学科综合水平考试的要求，复习指南有利于考生复习应试。同时对样稿中存在的问题和不足提出了十分具体的修改建议。会后两位主审将样稿带回两所大学，仔细审阅并邀请有关专家提出修改意见。根据专家们的意见，各位编写人员对原稿进行了认真的修改，并在规定的时间内完成了终稿，送高等教育出版社出版。编写组用了两个多月的时间完成了编写等各项工作，由于时间紧迫，编写工作中肯定还有偏颇和不完善之处，欢迎读者指正，以便再版时修正。

《同等学力人员申请硕士学位电气工程学科综合水平全国统一考试大纲及指南》的编写出版工作得到了国务院学位委员会办公室，高等教育出版社和西安交通大学研究生院有关领导同志的

大力支持。在此，我们对所有支持本书的编写及出版工作并为之付出辛勤劳动的同志表示衷心地感谢。

《同等学力人员申请硕士学位电气工程学科
综合水平全国统一考试大纲及指南》编写组

1999. 10. 15

责任编辑	金春英
封面设计	张楠
责任绘图	朱静
版式设计	周顺银
责任校对	马桂兰
责任印制	宋克学

内 容 简 介

本书是申请硕士学位的同等学力人员参加学科综合水平全国统一考试的必备用书。本书以一级学科为基础，覆盖电气工程学科范围内的主要二级学科内容。考试的范围由两部分组成：第一部分为基础理论知识，内容包括电工基础理论和微机原理与应用基础；第二部分为专门知识，内容包括电力系统分析、电机学、高电压与绝缘技术、电力电子技术与电力拖动及电网络理论与电磁场数值分析。第一部分每位考生必做，第二部分每位考生只可选做任一一个子卷考题。本书由考试大纲、复习指南、思考题、参考书目、考试样卷及部分参考答案五个相互对应的部分组成。

目 录

编写说明	1
第一部分 考试大纲	1
第二部分 复习指南	35
第一章 电工基础理论	37
第二章 微机原理与应用基础	189
第三章 电力系统分析	231
第四章 电机学	283
第五章 高电压与绝缘技术	337
第六章 电力电子技术与电力拖动	395
第七章 电网络理论与电磁场数值分析	457
第三部分 考试样题及部分参考答案	515

第一部分 考试大纲

第一章 电工基础理论

第一节 电路模型和电路定律

一、基本概念

- (一) 电路和电路模型
- (二) 电流和电压的参考方向
- (三) 功率、吸收功率、发出功率

二、电路元件

- (一) 电阻元件
- (二) 电容元件
- (三) 电感元件
- (四) 电压源
- (五) 电流源
- (六) 受控源

三、基尔霍夫电流定律、基尔霍夫电压定律

第二节 电阻电路的分析

一、简单电阻电路的等效变换

- (一) 电阻的串联、并联和串并联
- (二) 电阻的 Y 形联结与 Δ 形联结的等效变换
- (三) 电压源、电流源的串联和并联
- (四) 电源的等效变换
- (五) 一端口的输入电阻和等效电阻

二、电阻电路的一般分析

- (一) 电路的图
- (二) KCL和 KVL 的独立方程数
- (三) 结点法
- (四) 网孔法和回路法

三、电路定理

- (一) 叠加定理
- (二) 替代定理
- (三) 戴维宁定理和诺顿定理
- (四) 特勒根定理

第三节 一阶电路和二阶电路的时域分析

一、动态电路方程

- (一) 动态电路及其方程
- (二) 动态电路的初始条件

二、一阶电路的时域分析

- (一) 一阶电路的零输入响应
- (二) 一阶电路的零状态响应、三要素法
- (三) 一阶电路的全响应及其强制分量与自由分量
- (四) 一阶电路的阶跃响应和冲激响应

三、二阶电路的时域分析

- (一) 二阶电路的零输入响应
- (二) 二阶电路的零状态响应

第四节 正弦交流分析

一、相量法

- (一) 正弦量及其三要素、相位差

(二) 相量法的基本概念

(三) 基尔霍夫定律的相量形式

(四) 电路元件的电压、电流关系的相量形式

二、正弦电流电路的分析

(一) 阻抗与导纳、电阻与电抗、电导与电纳、阻抗与导纳的关系、阻抗(导纳)的串联、并联与串并联

(二) 相量图

(三) 正弦电流电路的功率,有功功率、无功功率及视在功率,复功率的定义及计算

(四) 正弦电流电路的稳态分析

(五) 正弦电流电路的串联谐振与并联谐振,谐振时阻抗、电流、电压,品质因数

(六) 最大功率传输

三、具有耦合电感的电路

(一) 互感,互感电压、互感系数、同名端及耦合系数

(二) 具有耦合电感电路的计算,互感消去法

(三) 空心变压器

(四) 理想变压器

四、三相电路

(一) 三相电路及其五种不同联接方式

(二) 对称三相电路的计算

(三) 不对称三相电路

(四) 三相电路的功率,二瓦计法

五、非正弦周期电流电路

(一) 非正弦周期信号

(二) 周期电流(或电压)的有效值、平均值、非正弦周期电流电路平均功率的计算

(三) 非正弦周期电流电路的分析

第五节 运算放大器

- 一、运算放大器的电路模型
- 二、具有理想运算放大器的电路的分析

第六节 非线性电阻电路

- 一、非线性电阻电路
- 二、非线性电阻的串联和并联
- 三、非线性电阻电路方程的建立

第七节 电路方程的矩阵形式

- 一、割集
- 二、关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵
- 三、结点电压方程的矩阵形式
 - (一) 复合支路
 - (二) 电路中含受控电流源的支路方程
 - (三) 不考虑耦合电感的结点电压方程的矩阵形式

第八节 二端口网络

- 一、二端口的方程和参数
- 二、二端口的等效电路

第九节 静电场的基本性质和方程

- 一、电场强度和电位

- (一) 电场强度
- (二) 电位
- 二、导体和电介质
- (一) 导体
- (二) 电介质的极化和极化强度
- 三、高斯通量定理
- (一) 高斯通量定理
- (二) 高斯通量定理在计算静电场中的应用
- 四、静电场的基本方程
- (一) 静电场的基本方程
- (二) 分界面上的边界条件
- 五、静电场边值问题
- (一) 泊松方程和拉普拉斯方程
- (二) 静电场边值问题

第十节 恒定电场

- 一、导电媒质中恒定电场的基本方程
- 二、静电比拟
- 三、接地和接地电阻

第十一节 恒定磁场的基本性质和方程

- 一、磁通连续性·安培环路定律
- (一) 磁感应强度
- (二) 磁通连续性
- (三) 安培环路定律
- 二、媒质的磁化
- (一) 磁化强度

(二) 磁场强度

三、恒定磁场的基本方程

(一) 恒定磁场的基本方程

(二) 分界面上的边界条件

第十二节 电磁场的基本性质和方程

一、电磁场的基本方程组

(一) 电磁感应定律

(二) 全电流定律

(三) 分界面上的边界条件

二、电磁场的能量守恒和转化

(一) 坡印亭定理

(二) 坡印亭向量

三、电磁场的位函数与电磁场的波动性

(一) 电磁场的动态位·达朗贝尔方程

(二) 电磁场的波动性

(三) 似稳场和似稳条件

第十三节 无损耗均匀传输线

一、无损耗均匀传输线及其方程

(一) 无损耗均匀传输线的方程

(二) 无损耗均匀传输线的正弦稳态解

二、无损耗均匀传输线的参数

(一) 原参数

(二) 副参数

三、无损耗均匀传输线中波的反射和透射

(一) 反射系数

(二) 透射系数

(三) 全反射·驻波

(四) 均匀传输线的匹配

四、无损耗均匀传输线的人端阻抗

第二章 微机原理与应用基础

第一节 数制和码制

一、数制

(一) 数的位置表示法

(二) 二、八、十六进制和十进制数的相互转换

二、码制

(一) 机器数、真值和模的概念

(二) 补码及其运算

(三) BCD码、ASCII码和奇偶校验码的基本特点

第二节 微型计算机基本结构*

一、微型计算机系统的硬件与软件

(一) 微型计算机系统硬件(CPU、存储器、总线、I/O接口及外部设备)的功能结构与特点

(二) 微型计算机软件(系统软件 and 用户程序)的功能特点

二、Intel 8086 微处理器

(一) 地址空间的线选法和译码法

(二) 内存地址的物理地址和逻辑地址表示法

(三) 内存与 I/O 接口(I/O 隔离、与存储器统一)的编址方法

第三节 微处理器指令与汇编语言程序设计*

一、指令寻址方式

(一) 微处理器指令的功能组成

(二) 指令操作数的类型

(三) 指令寻址方式类型与特点

二、常用的 CPU 指令

要求识记以下几种常用的 CPU 指令及其用法：

(一) 传送数据类指令

(二) 算术和逻辑运算、移位类指令

(三) 控制转移类指令

三、汇编语言基本概念

(一) 汇编语言的语句格式

(二) 标号、变量的属性

(三) 伪指令的概念与应用

(四) 常用的运算操作符

四、汇编语言程序设计方法

(一) 汇编语言源程序典型结构

(二) 源程序的堆栈段、数据段和代码段定义方法

(三) 掌握顺序、分支、循环和子程序等典型程序的阅读理解与设计方法，典型程序的语句数约为 10~20 行。

第四节 输入/输出接口与中断控制

一、基本输入/输出方法

(一) 程序查询

(二) 中断控制

(三) DMA 控制

二、I/O 接口电路基本功能

(一) 信号的缓冲、隔离与驱动

(二) 信号传送形式的变换

(三) I/O 操作时序的匹配

三、常用的可编程接口电路

(一) 并行 I/O 接口 8255A 功能结构与初始化程序设计

(二) 定时/计数器 8253 功能结构与初始化程序设计

四、串行通信基本概念

(一) 并行和串行通信的特点

(二) 串行通信中数据传送的方式

(三) RS-232-C 串行通信接口

五、中断控制

(一) 中断源、矢量中断、中优先级与嵌套的基本概念

(二) 中断请求与响应的处理过程

(三) 8086CPU 中断的基本结构*

第五节 微机控制系统设计概论

一、过程通道基本概念

(一) 开关量、数字量和模拟量

(二) 采样和采样定理

(三) 模拟量与数字量转换的基本性能指标

二、模拟量输入/输出通道

(一) 模拟量输入通道组成原理与功能特点

(二) 模拟量输出通道组成原理与功能特点

三、微机控制系统应用程序设计

(一) 微机控制系统应用程序设计方法

(二) 数字PID 闭环控制的位置式和增量式算法

(三) 常用的数字滤波算法及其应用特点

*:本章考试大纲及指南均以 8086CPU 为例编写,考虑到不少考生对单片微型计算机(如 MCS—51 系列的 8031)更熟悉,凡涉及具体机型的内容可参考单片机的有关内容进行复习。在试题中,凡涉及具体机型的内容,拟分别以 8086 和 8031 两种类型给出,考生可选作其中的一种。

第三章 电力系统分析

第一节 电力系统的基本概念

一、电力系统的正常运行

- (一) 电力系统运行的特点与基本要求
- (二) 电力系统的负荷
- (三) 电力系统的电压等级和中性点运行方式

二、电力系统的有功功率和频率调整

- (一) 电力系统中有功功率的平衡
- (二) 电力系统中有功功率的最优分配
- (三) 电力系统的频率调整

三、电力系统的无功功率和电压调整

- (一) 电力系统中无功功率的平衡
- (二) 电力系统中无功功率的最优分布
- (三) 电力系统的电压调整

四、继电保护与电力系统自动控制

- (一) 电网的电流保护
- (二) 电力系统的监控系统

第二节 电力网络的数学模型

一、基本概念

- (一) 输电线路及变压器的等效电路
- (二) 结点方程和回路方程

二、有关的矩阵和方程组基本知识

- (一) 行列式的基本概念
- (二) 矩阵及其运算
- (三) 线性方程组的直接解法
- (四) 非线性方程组的迭代解法

三、结点导纳矩阵

- (一) 结点导纳矩阵的物理意义
- (二) 导纳矩阵的特性
- (三) 导纳矩阵的形成

四、结点阻抗矩阵

- (一) 结点阻抗矩阵的物理意义和特性
- (二) 阻抗矩阵的形成

五、导纳矩阵的稀疏特性及程序技巧

- (一) 以导纳矩阵为基础的线性方程
- (二) 电力网络结点编号的优化
- (三) 导纳矩阵的稀疏存储
- (四) 导纳矩阵形成的程序框图

第三节 电力系统潮流计算

一、概述

二、潮流计算的数学模型

三、牛顿-拉夫逊法

- (一) 结点功率方程式与修正方程式
- (二) 牛顿法的求解过程
- (三) 求解修正方程式的技巧

四、P-Q 分解法

- (一) P-Q分解法的基本原理
- (二) P-Q分解法的特点

(三) P-Q分解法的修正方程式与算法

五、潮流计算中的几个问题

(一) 负荷静态特性的考虑

(二) PV结点与 PQ 结点的相互转化

(三) 其他问题

第四节 电力系统短路电流与不对称分析

一、对称短路计算

(一) 用阻抗矩阵的对称短路计算

(二) 用导纳矩阵的对称短路计算

(三) 网络结构变更时的对称短路计算

二、不对称运行时网络的等效电路

(一) 电力系统元件的零序参数及零序网络的形成

(二) 计及线路互感时的电力网络模型

三、不对称故障计算

(一) 不对称短路计算

(二) 非全相断线计算

第五节 电力系统的稳定性分析

一、电力系统元件的动态特性及其描述

(一) 同步发电机的数学模型

(二) 励磁调节系统的数学模型

(三) 原动机调速系统的数学模型

(四) 电力负荷的数学模型

二、电力系统暂态稳定计算

(一) 概述

(二) 暂态稳定计算用网络的数学模型

(三) 电力系统暂态稳定计算

三、电力系统静态稳定计算简介

(一) 概述

(二) 静态稳定实用算法简介

(三) 小振荡法的基本概念及分析方法

第四章 电机学

第一节 变 压 器

一、变压器的基本工作原理及结构

(一) 基本工作原理

(二) 基本结构

二、变压器的额定值

三、变压器的基本理论

(一) 电动势计算公式，变比，电动势平衡方程式

(二) 磁通势平衡方程式，绕组归算，相量图，等效电路

(三) 变压器参数测定，空载和短路试验

四、三相变压器

(一) 三相变压器组，三相心式变压器，三相变压器的磁路结构

(二) 三相变压器联结组

(三) 三次谐波磁通和电动势

五、变压器的运行性能

(一) 电压调整率

(二) 变压器的损耗和效率

(三) 变压器的并联运行

(四) 变压器空载合闸电流

(五) 突然短路电流及机械力的基本概念

六、变压器的不对称运行分析方法——对称分量法

第二节 直流电机

一、直流电机的工作原理

二、直流电机中的磁场及电枢反应

(一) 空载时直流电机中的磁场

(二) 负载时直流电机中的磁场

三、直流电机的基本方程式

(一) 感应电动势与电动势平衡方程式

(二) 损耗和功率平衡方程式

(三) 电磁转矩和转矩平衡方程式

(四) 直流发电机的运行特性(他励、并励、复励)

四、直流电动机

(一) 直流电动机的起动方法

(二) 直流电动机的工作特性与机械特性(并励,串励,复励)

(三) 直流电动机的调速方法及稳定运行的条件

第三节 交流电机电动势、绕组及磁通势

一、交流绕组中的感应电动势

(一) 导体中的感应电动势, 感应电动势的三个基本要素

(二) 元件电动势与短距因数概念

(三) 绕组的相电动势与分布因数概念

(四) 谐波电动势及其削弱方法

二、交流电机绕组及其对称绕组构成原则

三、交流绕组的磁通势

(一) 单相绕组产生的脉动磁通势

(二) 三相绕组产生的旋转磁通势(转速,转向,幅值)

(三) 主磁通与漏磁通概念

第四节 感应电机

一、感应电动机的工作原理及额定值

二、感应电动机的基本理论

(一) 定子电动势平衡方程式

(二) 转子绕组的电动势, 频率, 阻抗, 电流

(三) 转子电动势平衡方程式

(四) 磁通势平衡方程式

(五) 感应电动机归算概念

(六) 感应电动机的等效电路和相量图

三、感应电动机的功率和转矩

(一) 功率平衡方程式及效率

(二) 电磁转矩与转矩平衡方程

(三) 感应电动机的起动转矩, 最大转矩及转子电阻对机械特性的影响

四、感应电动机的基本性能

(一) 感应电动机的基本工作特性

(二) 感应电动机的起动方法

(三) 感应电动机的调速方法

第五节 同步电机

一、同步发电机的基本理论

(一) 对称负载时的电枢反应

(二) 隐极同步电机的同步电抗, 电动势平衡方程式和相量图

(三) 凸极同步电机的同步电抗, 电动势平衡方程式和相量图

(四) 同步发电机的空载特性及短路特性

(五) 同步发电机的外特性和电压调整率

二、同步发电机与电网的并联运行

(一) 并联条件及方法

(二) 隐极同步发电机的功角特性

(三) 凸极同步发电机的功角特性

(四) 功角及静态稳定概念

(五) 同步发电机有功功率及无功功率的调节

三、dq0 变换

(一) 坐标变换

(二) dq0变换的变换公式

第五章 高电压与绝缘技术

第一节 气体放电的基本物理过程

一、气体中带电质点的产生与消失

(一) 气体的电离与分级电离

(二) 电极表面的电子逸出

(三) 扩散与复合

二、放电的电子崩过程

(一) 电子的碰撞电离系数

(二) 影响碰撞电离系数的因素

三、自持放电判据

(一) 汤逊理论

(二) 流注理论

(三) 汤逊理论与流注理论的比较

(四) 气体击穿的巴申曲线

第二节 气体间隙的放电

一、电场均匀度对放电的影响

(一) 电场的不均匀系数

(二) 均匀场和稍不均匀场中放电

(三) 极不均匀场中放电

二、电压波形对放电的影响

(一) 稳态电压下的放电

(二) 雷电冲击电压下的放电

(三) 操作冲击电压下的放电

三、大气条件对空气击穿的影响

(一) 空气密度的校正系数

(二) 湿度的校正系数

四、 SF_6 气体中的放电

(一) 电子附着系数和有效电离系数

(二) 均匀场和稍不均匀场中击穿

(三) 极不均匀场中放电的特点

(四) 电极表面缺陷和导电微粒的影响

五、提高气隙击穿电压的措施

(一) 改善电场分布

(二) 削弱电离过程

第三节 气体中沿固体表面的放电

一、界面电场分布对沿面放电的影响

(一) 均匀电场中的沿面放电

(二) 极不均匀电场中的沿面放电

二、受潮表面的沿面放电

(一) 凝露对沿面放电的影响

(二) 淋雨对沿面放电的影响

三、染污表面的沿面放电

(一) 污闪的特点

(二) 污闪的对策

第四节 液体与固体介质的击穿

一、液体介质的击穿

(一) 工程液体介质的小桥击穿理论

(二) 影响击穿的因素

(三) 提高击穿强度的措施

二、固体介质的击穿

(一) 电压作用时间对击穿的影响

(二) 局部放电的特点

三、复合绝缘的特性

(一) 多介质系统中的电场分布

(二) 调整电场分布的方法

第五节 电气设备绝缘的非破坏性试验

一、电介质的极化、电导与损耗

(一) 影响极化、电导与损耗的因素

(二) 多层介质的吸收现象(夹层极化)

二、绝缘电阻与泄漏电流的测量

(一) 绝缘电阻的测量

(二) 泄漏电流的测量

三、介质损耗角正切($\tan \delta$)的测量

(一) $\tan \delta$ 的等值电路

(二) 西林电桥

(三) $\tan \delta$ 测量的影响因素

四、局部放电的测量

(一) 表征局部放电性能的参数

(二) 常用的局部放电检测方法

五、带电试验和在线绝缘诊断

(一) 带电试验

(二) 在线绝缘诊断

第六节 电气设备绝缘的高压试验

一、工频高电压试验

- (一) 工频高电压的产生
- (二) 工频高电压的测量

二、直流高电压试验

- (一) 直流高电压的产生
- (二) 直流高电压的测量

三、冲击高电压的产生

- (一) 雷电冲击波的产生
- (二) 产生截断波的方法
- (三) 操作冲击波的产生

四、冲击高电压的测量

- (一) 用球隙测量冲击电压的幅值
- (二) 用分压器测量冲击电压

第七节 输电线路和绕组中的波过程

一、波沿均匀无损单导线的传播

- (一) 无损长线中的波过程
- (二) 波速与波阻抗

二、行波的折射与反射

- (一) 折射系数与反射系数
- (二) 集中参数等值电路(彼德逊法则)

三、输电线路的波过程

- (一) 行波的多次折、反射
- (二) 行波在多导线系统中的传播
- (三) 行波在有损导线中的传播

四、变压器绕组中波过程

- (一) 单相绕组中的波过程
- (二) 变压器的内部保护措施
- (三) 三相绕组中的波过程
- (四) 波在变压器绕组间的传递

五、旋转电机绕组中波过程

- (一) 发电机中波过程的特点
- (二) 旋转电机的防雷保护

第八节 电力系统防雷保护

一、雷电和防雷保护装置

- (一) 雷电
- (二) 防雷保护装置

二、架空线路的防雷保护

- (一) 直击雷过电压和感应雷过电压
- (二) 线路的防雷性能
- (三) 线路的防雷措施

三、变电所的防雷保护

- (一) 直击雷保护
- (二) 变电所的进线段保护
- (三) 避雷器对电气设备的保护
- (四) 变电所防雷的几个具体问题

第九节 电力系统内部过电压

一、暂时过电压

- (一) 工频电压升高
- (二) 谐振过电压

二、操作过电压

- (一) 中性点不接地系统间歇电弧接地过电压
- (二) 空载线路的合闸过电压
- (三) 切断空载线路时过电压
- (四) 切断空载变压器时过电压

第十节 电力系统的绝缘配合

一、基本概念与方法

- (一) 绝缘配合的基本概念
- (二) 绝缘配合的方法

二、电气设备绝缘水平的确定

三、架空线路的绝缘配合

第六章 电力电子技术与电力拖动

第一节 电力电子器件

一、电力电子器件的分类及特点

- (一) 整流二极管
- (二) 晶闸管
- (三) 全控型器件
- (四) 功率集成电路和智能功率模块

二、电力电子器件的驱动电路

- (一) GTO门极驱动
- (二) 电力晶体管基极驱动
- (三) 电力MOSFET 及 IGBT 的栅极驱动

第二节 整流电路

一、单相可控整流电路

- (一) 单相半波可控整流电路
- (二) 单相桥式全控整流电路
- (三) 单相桥式半控整流电路

二、三相可控整流电路

- (一) 三相半波可控整流电路
- (二) 三相桥式可控整流电路

三、变压器漏抗对整流电路的影响

- (一) 换相重叠角

(二) 换相压降

四、整流电路的谐波和功率因数

(一) 整流电压的谐波

(二) 整流电路交流侧谐波

(三) 整流电路的功率因数

五、大功率整流电路

(一) 带平衡电抗器的双反星型可控整流电路

(二) 十二相整流电路

六、整流电路的有源逆变工作状态

(一) 有源逆变及其条件

(二) 三相桥式有源逆变电路

(三) 逆变失败与最小逆变角

第三节 直流斩波电路

一、降压斩波电路

二、升压斩波电路

三、复合斩波电路

(一) 单极式方式

(二) 双极式方式

第四节 交流—交流变换电路

一、相控式交流调压电路

(一) 单相交流调压电路

(二) 三相交流调压电路

二、交—交变频电路

(一) 单相交—交变频电路

(二) 三相交—交变频电路

第五节 逆变电路

一、换相方式

- (一) 器件换相
- (二) 电网换相
- (三) 负载换相
- (四) 电容换相

二、电压型和电流型逆变电路

- (一) 电压型逆变电路
- (二) 电流型逆变电路

三、负载换相式逆变电路

四、逆变电路的多重化

第六节 脉宽调制技术

一、PWM 控制的基本原理

- (一) 调制
- (二) 载波
- (三) 单极性 PWM 控制方式
- (四) 双极性 PWM 控制方式

二、PWM 逆变电路的控制方式

- (一) 异步调制
- (二) 同步调制
- (三) 分段同步调制

三、SPWM 波形的生成方法

- (一) 自然采样法
- (二) 规则采样法
- (三) 低次谐波消去法

四、PWM 变频器主电路

(一) 电压型 PWM 变频器主电路

(二) 电流型 PWM 变频器主电路

五、PWM 逆变电路控制方法的改进

(一) 梯形波调制法

(二) 线电压控制法

第七节 直流调速系统

一、单闭环直流调速系统

(一) 直流调速系统用可控直流电源

(二) 调速系统的性能指标

(三) 转速负反馈调速系统静特性

(四) 限流保护

(五) 电压反馈、电流补偿控制的调速系统

二、双闭环调速系统

(一) 双闭环调速系统静特性

(二) 双闭环调速系统的动态特性

三、可逆调速系统

(一) 晶闸管-电动机系统的可逆线路

(二) 有环流可逆调速系统

(三) 无环流可逆调速系统

第八节 交流调速系统

一、交流调速的基本类型

(一) 转差功率

(二) 交流调速的基本类型

二、异步电动机变压调速系统

三、异步电动机变压变频调速系统

(一) 变频调速的基本控制方式

(二) 异步电动机变频调速的稳态机械特性

(三) 转速闭环、转差频率控制的变频调速系统

(四) 异步电动机矢量控制技术

四、绕线型转子异步电动机串级调速系统

(一) 次同步串级调速系统

(二) 超同步串级调速系统

第七章 电网络理论与电磁场数值分析

第一节 电路的基本性质

- 一、线性和非线性
- 二、时变和非时变
- 三、无源性和有源性

第二节 图 论

- 一、图的基本概念
- 二、信号流图
- 三、信号流图的画法
- 四、Mason 公式

第三节 网 络 方 程

- 一、电路方程及其变量
- 二、列表法
- 三、状态方程

第四节 网络综合与有源 RC 滤波器

- 一、网络分析与网络综合
- 二、归一化和去归一化

三、有源 RC 电路

(一) 一般导抗转换器

(二) 负阻抗转换器

(三) GIC的实现

(四) 频率相关负电阻

四、有源 RC 滤波器

(一) 滤波器分类

(二) 逼近方法简介

(三) 灵敏度

(四) 单放大器二次节

(五) 二阶滤波器

(六) 高阶滤波器实现方法

1. 用二次节级联实现

2. 用仿真电感实现

3. 用 FDNR 实现

第五节 有 限 元 法

一、单元划分

二、构造插值函数

三、单元分析和单元刚度矩阵

四、总体合成和总刚度矩阵

五、有限元方程

六、强加边界条件的处理

第六节 边 界 元 法

一、积分方程

二、积分方程的离散

第七节 加权余量法

- 一、加权余量法的基本思想
- 二、加权余量法的基本方法
 - (一) 配点法
 - (二) 子域法
 - (三) 最小二乘法
 - (四) 矩量法
 - (五) 伽辽金法

第二部分 复习指南

第一章 电工基础理论

第一节 电路模型和电路定律

一、基本内容和知识点

本节介绍电路模型和理想电路元件，包括电阻、电容、电感、独立电源和受控电源。介绍了电流、电压的参考方向。最后介绍基尔霍夫定律。

(一) 电路基本概念

1. 电路和电路模型

实际电路是由电气器件相互联接而构成的，电气器件泛指实际的电路部件，如电阻器、电容器、电感线圈、晶体管、变压器等。

电路理论所涉及的电路是实际电路的数学模型，也称为电路模型。

电路由理想电路元件和理想导线联接而成，理想电路元件简称电路元件。电路元件是概括实际电路中主要物理过程的一种集总参数元件(简称集总元件)，即在任意时刻流入二端元件任一端子的电流和任两个端子间的电压都是单值的量。电流通过理想导线不产生电压降。用集总参数元件作电路模型的条件是实际电路的几何尺寸 l 远比电路工作时的电磁波的波长 λ 为小，即 $l \ll \lambda$ 。由集总元件构成的电路称为集总电路。

2. 电流和电压的参考方向

由于很难在电路中标明电流的实际方向，因此，指定一个方

向作为电流的方向,称为电流的参考方向。把电流看成代数量,若电流的参考方向与它的实际方向一致(相反),则电流为正值(为负值)。电流的参考方向用箭头表示。

同理,两点间电压的实际方向(即高电位点指向低电位点的方向)也难以标明,可指定一个方向为电压的参考方向。把电压看成代数量,当电压的参考方向与它的实际方向一致时(相反时),电压为正值(为负值)。

电压的参考方向可以用正(+)、负(-)极性来表示,正极指向负极的方向就是电压的参考方向(也可以用一个箭头表示电压的参考方向)。

当指定的电流参考方向与电压参考方向一致时,则把电流和电压的这种参考方向称为关联参考方向。

3. 功率

在电压和电流的关联参考方向下,电功率(用 p 表示)可写成

$$p(t) = u(t)i(t)$$

式中, p 是元件吸收的功率。当 $p > 0$ 时,元件吸收电能;当 $p < 0$ 时,元件释放电能。

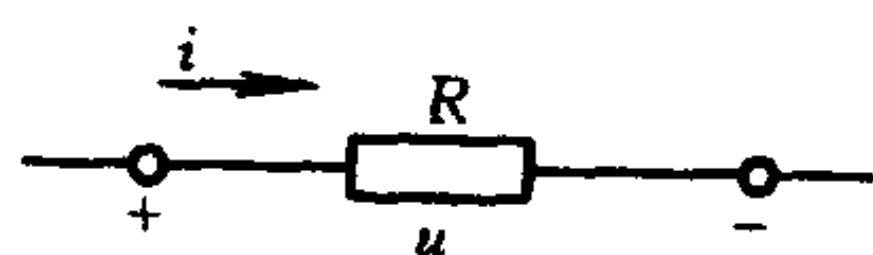
如果电压和电流的参考方向相反,则 $p = ui$ 中的 p 代表元件发出的功率。当 $p > 0$,元件发出电能; $p < 0$,元件吸收电能。

在国际单位制(SI)中,电流、电压、电荷、能量、功率的单位分别为安培(A)、伏特(V)、库仑(C)、焦耳(J)、瓦特(W)。

(二) 电路元件

1. 电阻元件

线性电阻元件在电路中的图形符号见图 1-1。在电压和电流的关联参考方向下,按欧姆定律,线性电阻元件的电压、电流关系可写为



$$u = Ri \quad (1-1)$$

图 1-1 线性电阻元件

式中 R 称为元件的电阻, R 是一个正实常数。式(1-1)中的电压的单位用 V 表

示, 电流的单位用 A 表示时, 则电阻 R 的单位为 Ω (欧姆)。

令 $G=1/R$, 则式(1-1)变成

$$i = Gu$$

式中 G 称为电阻元件的电导。电导的单位为 S(西门子)。

如果电阻元件电压的参考方向与电流的参考方向相反(见图 1-2), 则欧姆定律应写为

$$u = -Ri$$

或

$$i = -Gu$$

所以, 公式必须与参考方向配套使用。

在电压和电流的关联参考方向下, 任何时刻线性电阻元件吸收的电功率

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2$$

电阻 R 、电导 G 是正实常数, 故功率 p 恒为非负值。所以, 线性电阻元件是耗能元件。

另外, 电阻元件的电压、电流关系在 $u-i$ 坐标轴上的图形表示称为电阻的伏安特性。

2. 电容元件

线性电容元件在电路中的图形符号如图 1-3 所示。图中 $+q$ 和 $-q$ (q 是代数量) 是该元件正极板和负极板上的电荷量。若电容元件上电压的参考方向规定由正极板指向负极板, 则任何时刻正极板上的电荷 q 与其两端的电压 u 有以下关系

$$q = Cu \quad (1-2)$$

式中 C 称为该元件的电容。 C 是一个与电荷 q 、电压 u 无关的正实常数。当 $q=1\text{C}$, $u=1\text{V}$ 时, $C=1\text{F}$ (法拉)。有时用 μF (10^{-6}F) 和 pF (10^{-12}F) 作为电容的单位。

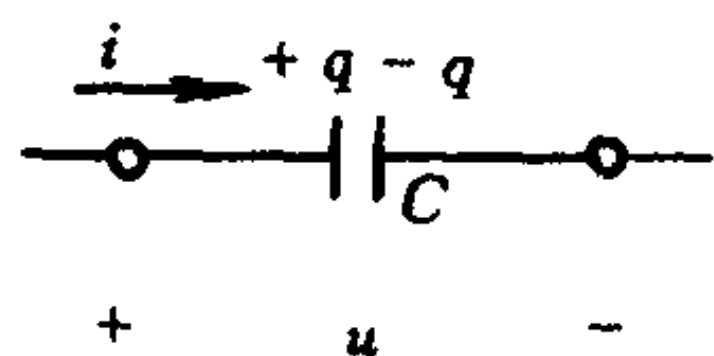


图 1-3 线性电容元件

当指定电流参考方向为流进正极板, 即与电压 u 参考方向一致, 则有

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-3)$$

将式(1-2)代入得

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-4)$$

从式(1-3)和(1-4)可得

$$\begin{aligned} q(t) &= q(0) + \int_0^t i(\xi) d\xi \\ u(t) &= u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1-5)$$

从上式可见,在任何时刻 t 电容元件的电压 $u(t)$ 与初始值 $u(0)$ 以及从 0 到 t 的所有电流值有关。故电容元件是一种“记忆”元件。

电容元件在任何时刻 t 所储存的电场能量 $W_C(t)$ 为

$$W_C(t) = \frac{1}{2} C u^2(t)$$

电容元件既是一种储能元件,也是一种无源元件。

另外,电容元件的电荷、电压关系在 $q-u$ 坐标轴上的图形表示称为电容的库伏特性。

3. 电感元件

线性(二端)电感元件是实际线圈的理想化模型,它在电路中的图形符号如图 1-4 所示。我们规定磁通 Φ_L 的参考方向(也是磁通链 Ψ_L 的参考方向)与电流 i 的参考方向之间满足右螺旋关系,则在任何时刻线性电感元件的自感磁通链 Ψ_L 与电流 i 有以下关系

$$\Psi_L = Li \quad (1-6)$$

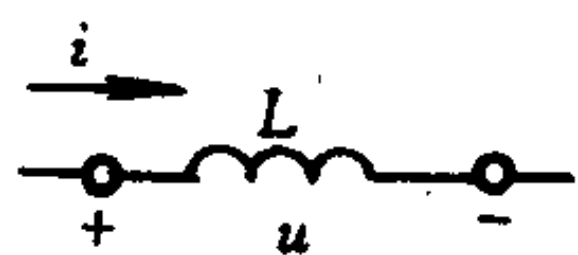


图 1-4 线性电感元件

式中 L 称为该元件的自感或电感, L 为一个正实常数。磁通和磁通链的单位取 Wb(韦伯),电感的单位为 H(亨利)。有时用 mH(10^{-3} H)和 μ H(10^{-6} H)作为电感的单位。

在电压和电流的关联参考方向下,电感元件

两端的感应电压

$$u = \frac{d\Psi_L(t)}{dt} \quad (1-7)$$

将式(1-6),代入得

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (1-8)$$

从式(1-7)和(1-8)可得

$$\Psi_L(t) = \Psi_L(0) + \int_0^t u(\xi) d\xi$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(\xi) d\xi$$

上式指出:在任何时刻 t ,电感元件的电流 $i(t)$ 与初始值 $i(0)$ 以及从 0 到 t 的所有电压值有关。所以电感元件是一种“记忆元件”。

电感元件在任何时刻 t 所储存的磁场能量 $W_L(t)$ 为

$$W_L(t) = \frac{1}{2} Li^2(t)$$

电感元件是一种储能元件,它又是一种无源元件。

另外,电感元件的磁通链 Ψ_L 和电流 i 关系在 Ψ_L-i 坐标轴上的图形表示称为电感元件的韦安特性。

4. 电压源和电流源

电压源和电流源是有源元件,均称为独立电源。

(1) 电压源

电压源是一个二端理想元件,元件的电压总保持为某给定的时间函数而与通过元件的电流无关,元件中的电流随与它联接的外电路的不同而不同。电压源在电路中的图形符号如图 1-5 所示,其中 u_s 为电压源的电压,而“+”、“-”号为其参考极性。当 u_s 为常数,这种电压源称为直流电压源。

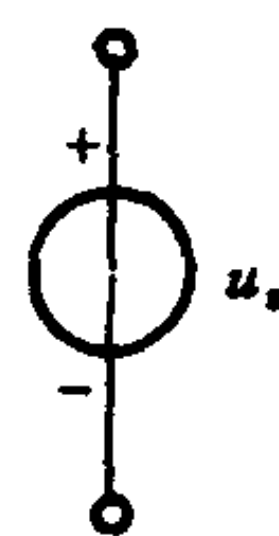


图 1-5
电压源

(2) 电流源

电流源是一个二端理想元件,通过元件的电流与电

压无关，电流总保持为某个给定的时间函数。元件的电压随与它所联接的外电路的不同而不同。电流源在电路中的图形符号如图 1-6 所示，其中 i_s 表示电流源的电流，箭头所指的方向为 i_s 的参考方向。当 i_s 为常数，则为直流电流源。



图 1-6 电流源

5. 受控源

受控电压源的电压和受控电流源的电流都不是给定的时间函数，而是受电路中某部分的电流或电压控制的，因此受控源又称为非独立源。

受控源有四种：电压控制电压源 (VCVS)、电压控制电流源 (VCCS)、电流控制电压源 (CCVS)、电流控制电流源 (CCCS)。它们在电路中的图形符号分别如图 1-7 (a)、(b)、(c)、(d) 所示，图中菱形符号表示受控电压源或受控电流源， μ 、 g 、 r 、 β 是有关的控制系数。当这些系数为常数时，这种受控源为线性受控源。

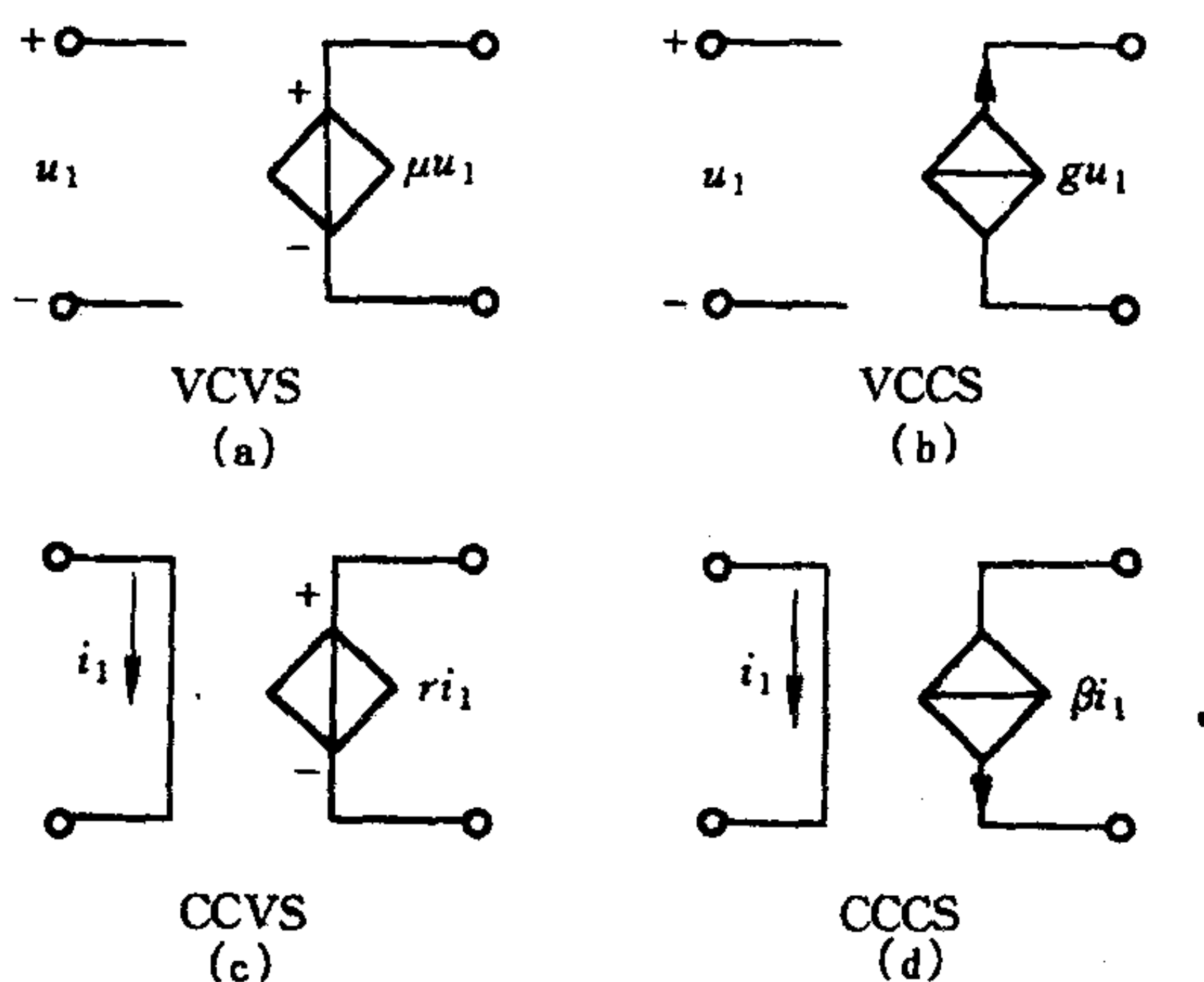


图 1-7 四种线性受控源

(三) 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是集总电路的基本定律。

1. 基尔霍夫电流定律 (KCL)

“在集总电路中，任何时刻，对任一结点，所有支路电流的代数和恒为零”。表示为下式

$$\sum i = 0 \quad (1-9)$$

式(1-9)中，若流出结点的电流前面取“+”号，则流入结点的电流前面取“-”号，而电流是流入结点还是流出结点均按电流的参考方向来判断。

KCL 也适用于包围几个结点的闭合面，即“通过一个闭合面的电流的代数和恒为零”。基尔霍夫电流定律是电荷守恒的体现。

2. 基尔霍夫电压定律(KVL)

“在集总电路中，任何时刻，沿任一回路所有支路电压的代数和恒为零”。即，沿任一回路有

$$\sum u = 0 \quad (1-10)$$

在写式(1-10)时，首先需要任意指定一个绕行回路的方向，凡支路电压的参考方向与回路绕行方向一致者，该电压前面取“+”号；支路电压参考方向与回路绕行方向相反者，则前面取“-”号。

基尔霍夫电压定律实质上是电压与路径无关这一性质的反映。

KCL 和 KVL 仅与元件的相互联接有关，而与元件的性质无关。只要是集总电路，KCL 和 KVL 总是成立的。

二、重点和难点

本节的重点是各种理想电路元件的电压、电流关系式，电阻的伏安特性、电容的库伏特性、电感的韦安特性以及这三种元件的功率或能量与元件参数 R 、 G 、 C 、 L 的关系，KCL 和 KVL。难点是独立电源与受控电源之间的区别，电压和电流参考方向的意义，KCL 和 KVL 的正确运用。

三、例题分析

例 1-1 图 1-8 所示电路中，已知 $u_1 = u_3 = 1\text{V}$ ， $u_2 = 4\text{V}$ ， $u_4 =$

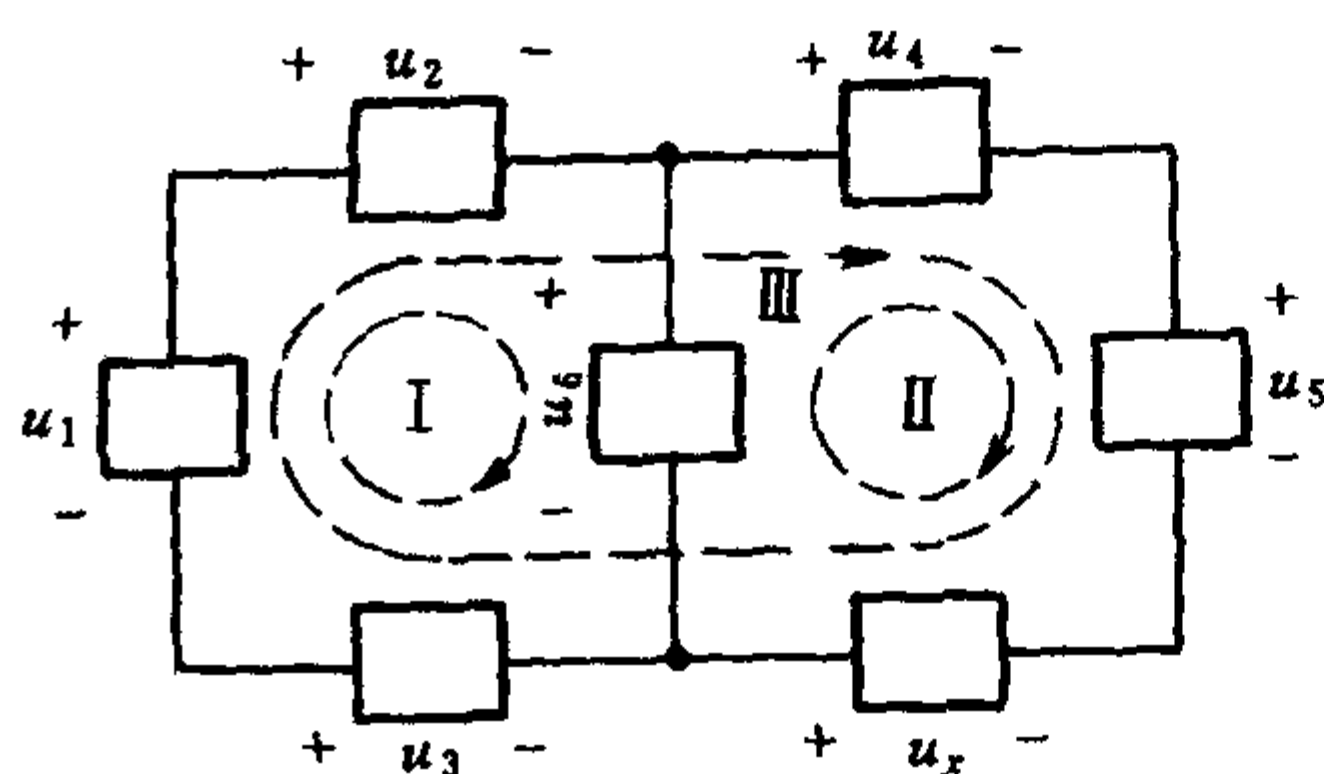


图 1-8 例 1-1 图

$u_5 = 2V$, 求电压 u_x 。

解 对回路 I 与 II 分别列出 KVL (回路的绕行方向和各支路的电压参考方向见图):

$$-u_1 + u_2 + u_6 - u_3 = 0$$

$$-u_6 + u_4 + u_5 - u_x = 0$$

将两个方程相加消去 u_6 , 得

$$u_x = -u_1 + u_2 - u_3 + u_4 + u_5 = 6V$$

例 1-2 图 1-9 电路中, 已知 $R_1 = 0.5 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$, $u_s = 10V$, 电流控制电流源的电流 $i_c = 50i_1$ 。求电阻 R_3 两端的电压 u_3 。

解 这是一个有受控源的电路, 宜选择控制量 i_1 作为未知量, 求得 i_1 后再求 u_3 。可分以下步骤进行:

(1) 对结点①按 KCL 得 i_2 为

$$i_2 = i_1 + i_c = 51i_1$$

(2) 对回路 I (绕行方向见图所示) 应用 KVL, 有

$$-u_s + R_1 i_1 + R_2 i_2 = 0$$

代入 u_s 、 R_1 、 R_2 的数值及 i_2 表达式, 有

$$i_1 = \frac{10}{51.5 \times 10^3} \text{ A}$$

(3) R_3 两端的电压 u_3 为

$$\begin{aligned} u_3 &= -R_3 i_c = -2 \times 10^3 \times 51i_1 \\ &= -19.4V \end{aligned}$$

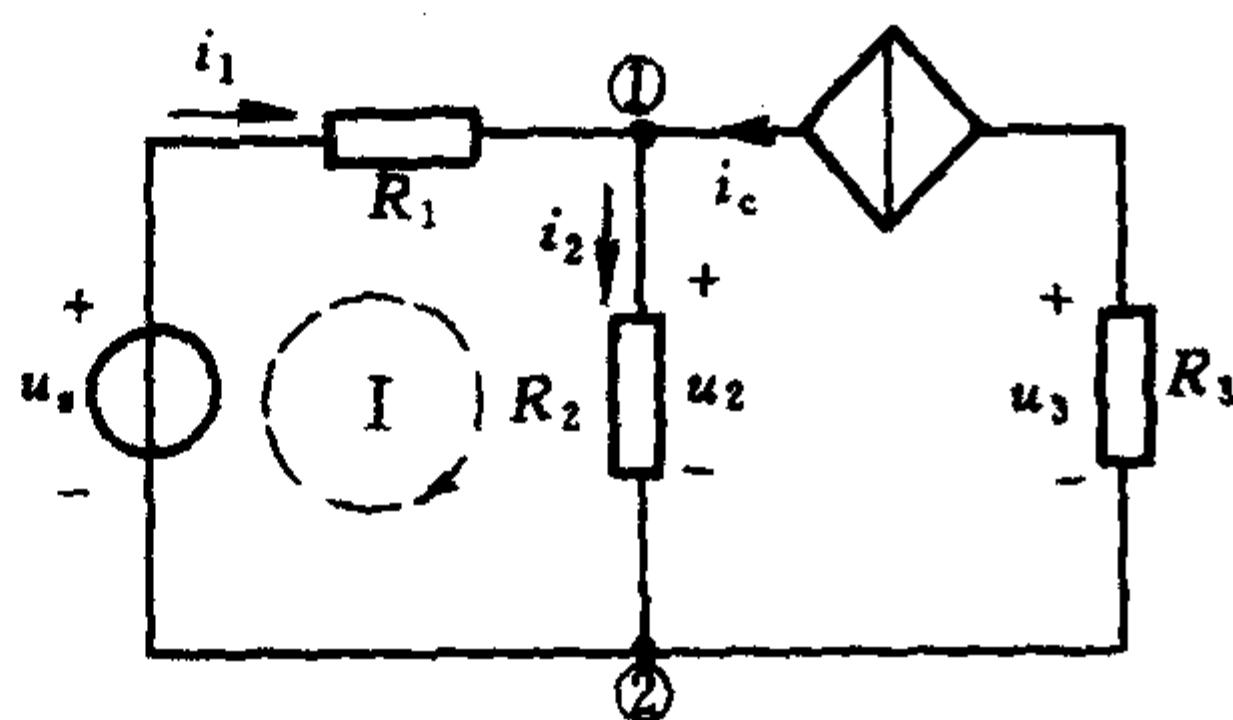


图 1-9 例 1-2 图

第二节 电阻电路的分析

一、基本内容和知识点

(一) 简单电路的等效变换

1. 电阻的串联、并联和串并联

(1) 电阻的串联

图 1-10(a)所示电路的虚线方框内部有 n 个电阻 R_1, R_2, \dots, R_n 的串联组合。由于 $u_k = R_k i_k = R_k i$, 所以

$$u = \sum_{k=1}^n u_k = \sum_{k=1}^n R_k i = R_{eq} i$$

其中

$$R_{eq} = \frac{u}{i} = \sum_{k=1}^n R_k \quad (1-11)$$

电阻 R_{eq} 称为这些串联电阻的等效电阻。用等效电阻替代这些串联电阻(见图 1-10(b)), 则端子 1-1' 处的 u, i 关系与图 1-10(a)中的完全相同, 这种替代称为等效变换。

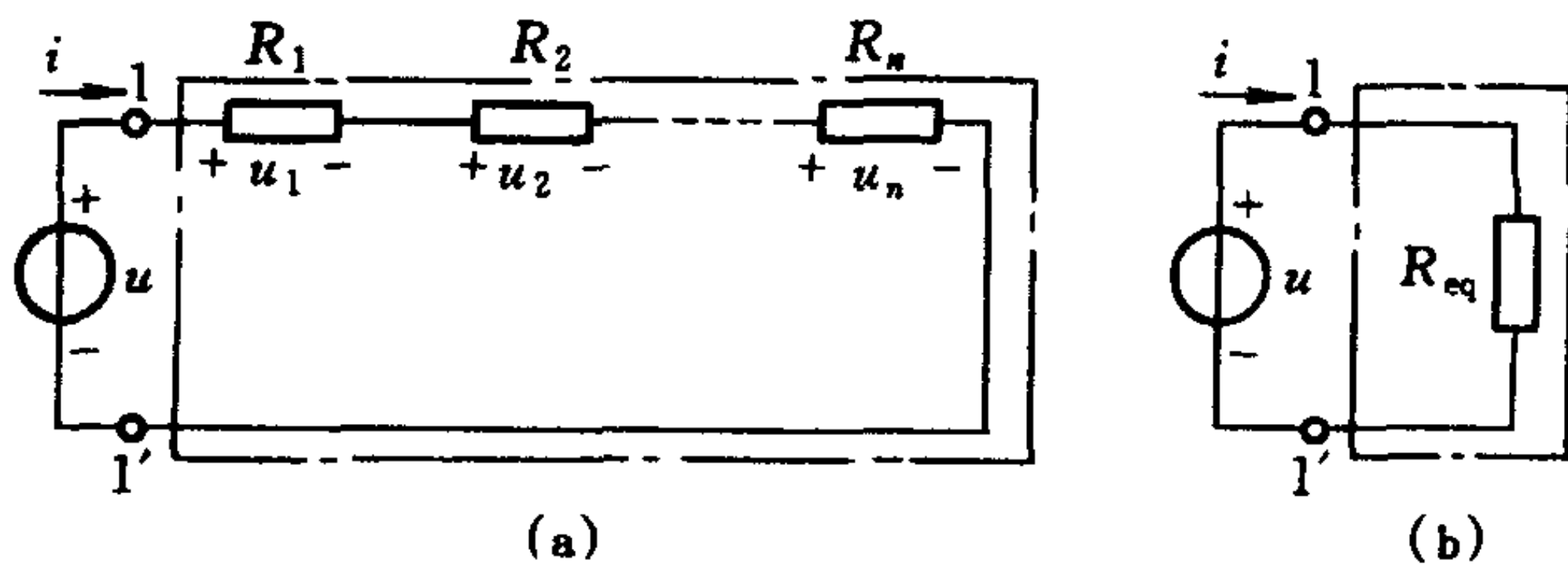


图 1-10 电阻的串联

(2) 电阻的并联

图 1-11(a)所示电路的虚线方框内部有 n 个电阻的并联。由于 $i_k = G_k u_k = G_k u$, 则有

$$i = \sum_{k=1}^n i_k = \sum_{k=1}^n G_k u = G_{eq} u$$

式中

$$G_{eq} = \frac{i}{u} = \sum_{k=1}^n G_k \quad (1-12)$$

G_{eq} 称为并联电阻的等效电导。用一个电导等于 G_{eq} 的电阻来替代这 n 个并联电阻(见图 1-11(b)), 则图 1-11(a)、(b)两个电路在端子 1-1' 处的 u 、 i 关系完全相同。

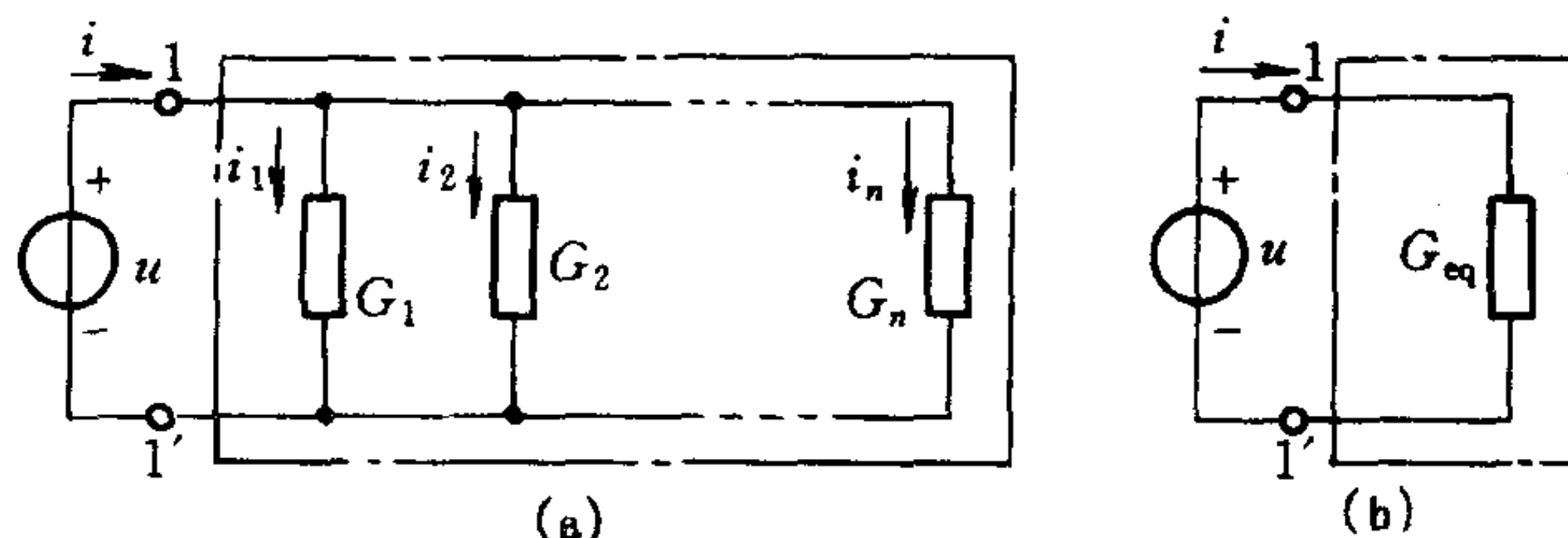


图 1-11 电阻的并联

由式 $G_{eq} = \sum_{k=1}^n G_k$ 知

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

这样, $R_{eq} < R_k$, 即等效电阻总小于任一个并联的电阻。

(3) 电阻的串并联

电阻的串联和并联相结合的联接方式称为电阻的串并联。

2. 电阻的 Y 形联接与 \triangle 形联接的等效变换

图 1-12(a)、(b)分别示出了 Y 形联接(或称星形联接)和 \triangle 形联接(或称三角形联接)的电阻电路。

从三角形电路的电阻来确定等效星形电路的各电阻的关系为

$$\text{星形(Y形)电阻} = \frac{\text{三角形}(\triangle\text{形})\text{相邻电阻的乘积}}{\text{三角形}(\triangle\text{形})\text{电阻之和}}$$

例如(见图 1-12)

$$R_1 = \frac{R_{31} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

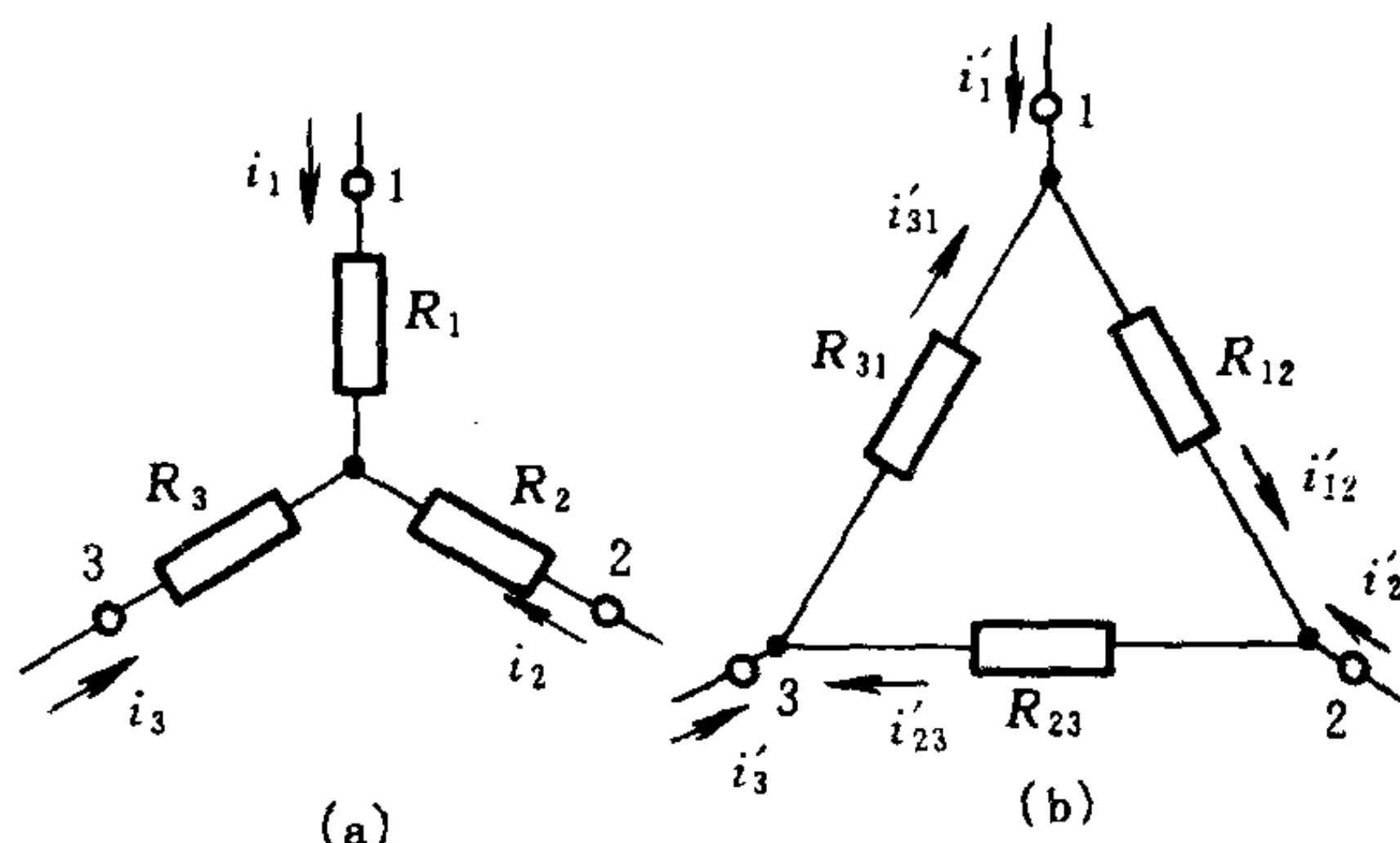


图 1-12 电阻 Y 形联接与 Δ 形联接的等效变换

而从星形电路的电导来确定等效三角形电路的各电导的关系为

$$\text{三角形}(\Delta\text{形})\text{电导} = \frac{\text{星形(Y形)相邻电导的乘积}}{\text{星形(Y形)电导之和}}$$

例如(见图 1-12)

$$G_{12} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3}$$

3. 电压源、电流源的串联和并联

(1) 电压源的串联

当 n 个电压源串联时, 可以用一个电压源等效替代。这个等效电压源的电压(见图 1-13)

$$u_s = u_{s1} + u_{s2} + \cdots + u_{sn} = \sum_{k=1}^n u_{sk}$$

(2) 电流源的并联

当 n 个电流源并联时, 则可以用一个电流源等效替代。这个等效的电流源的电流(见图 1-14)

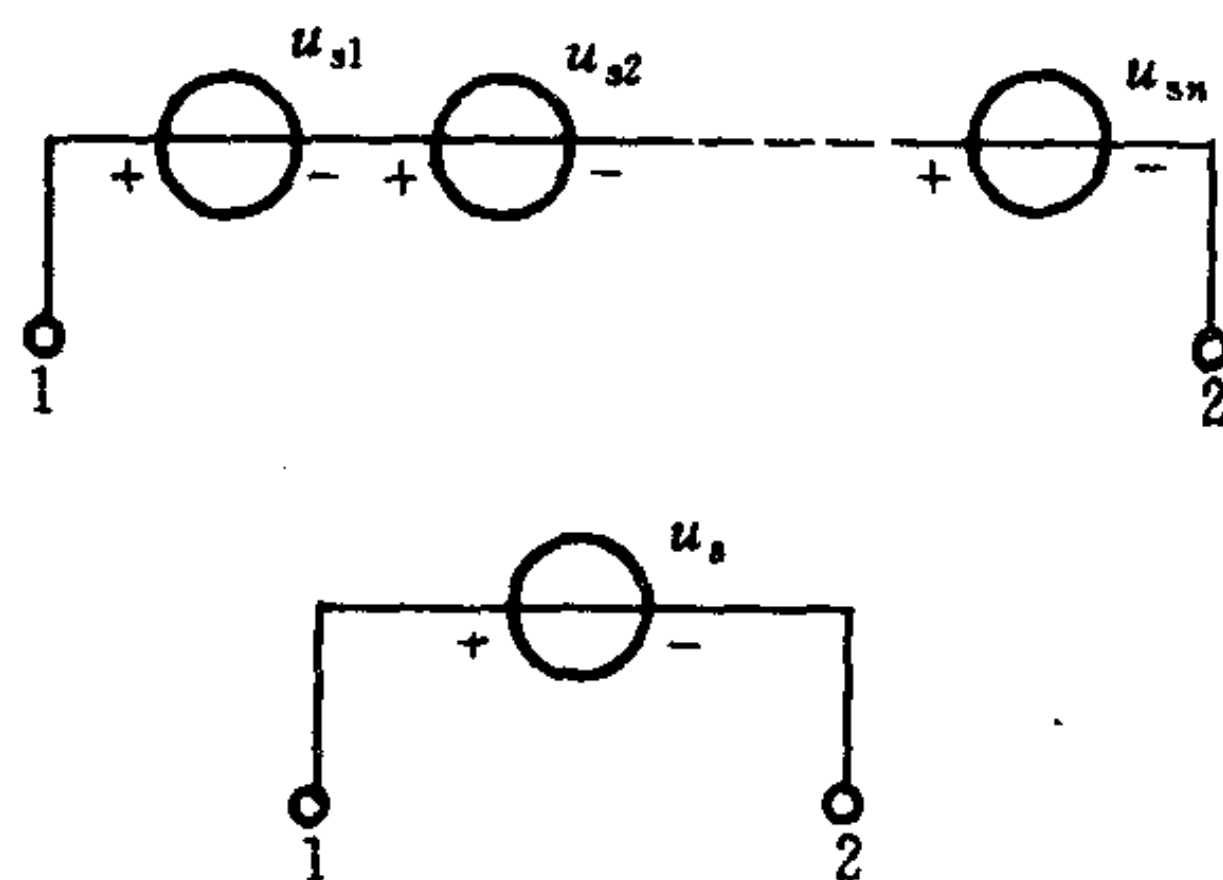


图 1-13 电压源的串联

$$i_s = i_{s1} + i_{s2} + \cdots + i_{sn} = \sum_{k=1}^n i_{sk}$$

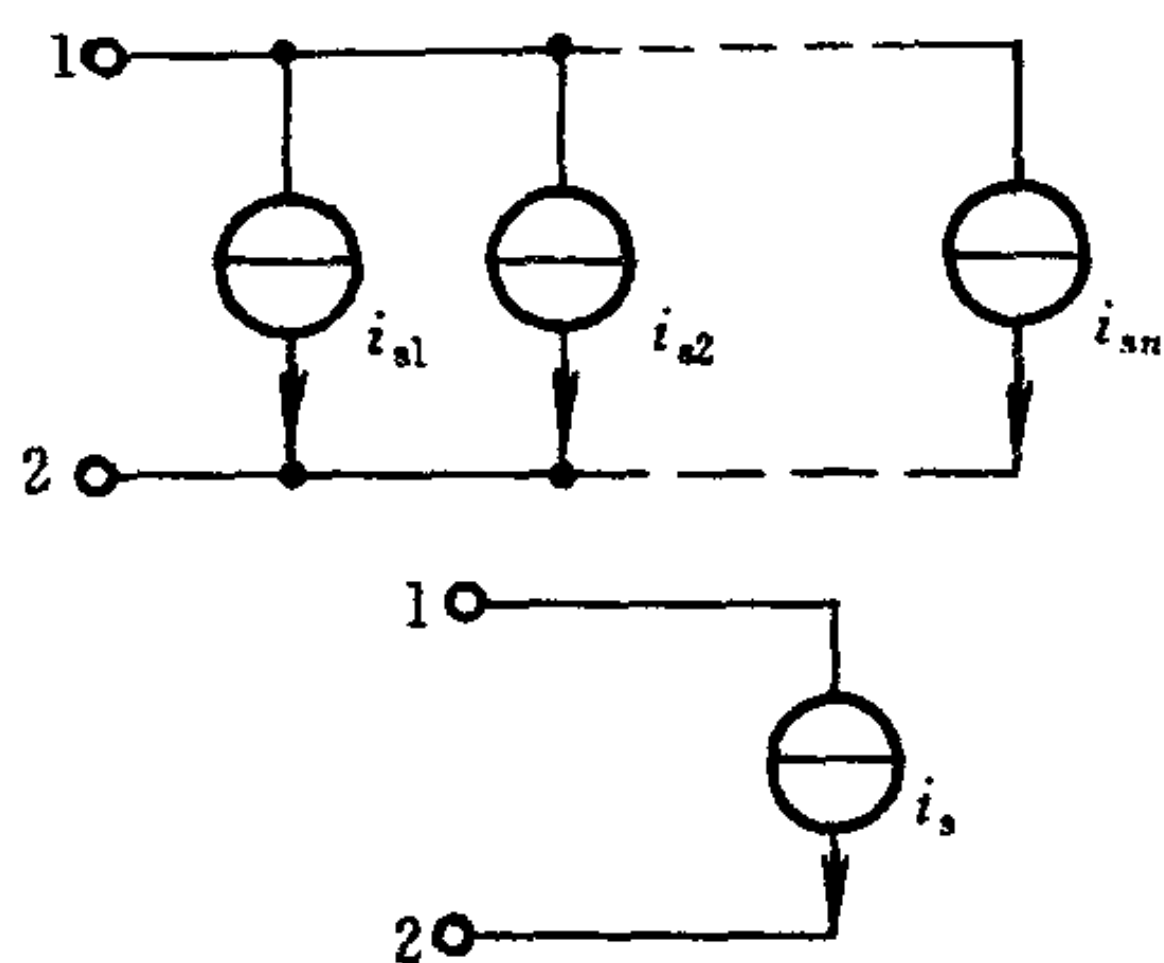


图 1-14 电流源的并联

(3) 电压源与任一支路的并联

任何一条支路与电压源 u_s 并联后, 可用一个等效的电压源替代, 且等效电压源的电压为 u_s 。

(4) 电流源与任一支路的串联

任何一条支路与电流源 i_s 串联后, 可以用一个等效的电流

源替代, 且等效电流源的电流为 i_s 。

4. 电源的等效变换

图 1-15(a) 示出电压源与电阻的串联组合, 按图中的端电压和电流的参考方向, 有

$$u = u_s - Ri \quad (1-13)$$

对于图 1-15(b) 所示的电流源和电导的并联组合, 其端电压和电流的关系为

$$i = i_s - Gu \quad (1-14)$$

如果令

$$G = 1/R, \quad i_s = Gu_s \quad (1-15)$$

式 (1-13) 和 (1-14) 所表示的两个方程将完全相同。这样, 电压源、电阻的串联组合与电流源、电导的并联组合可以相互等效变换, 条件是满足式 (1-15)。

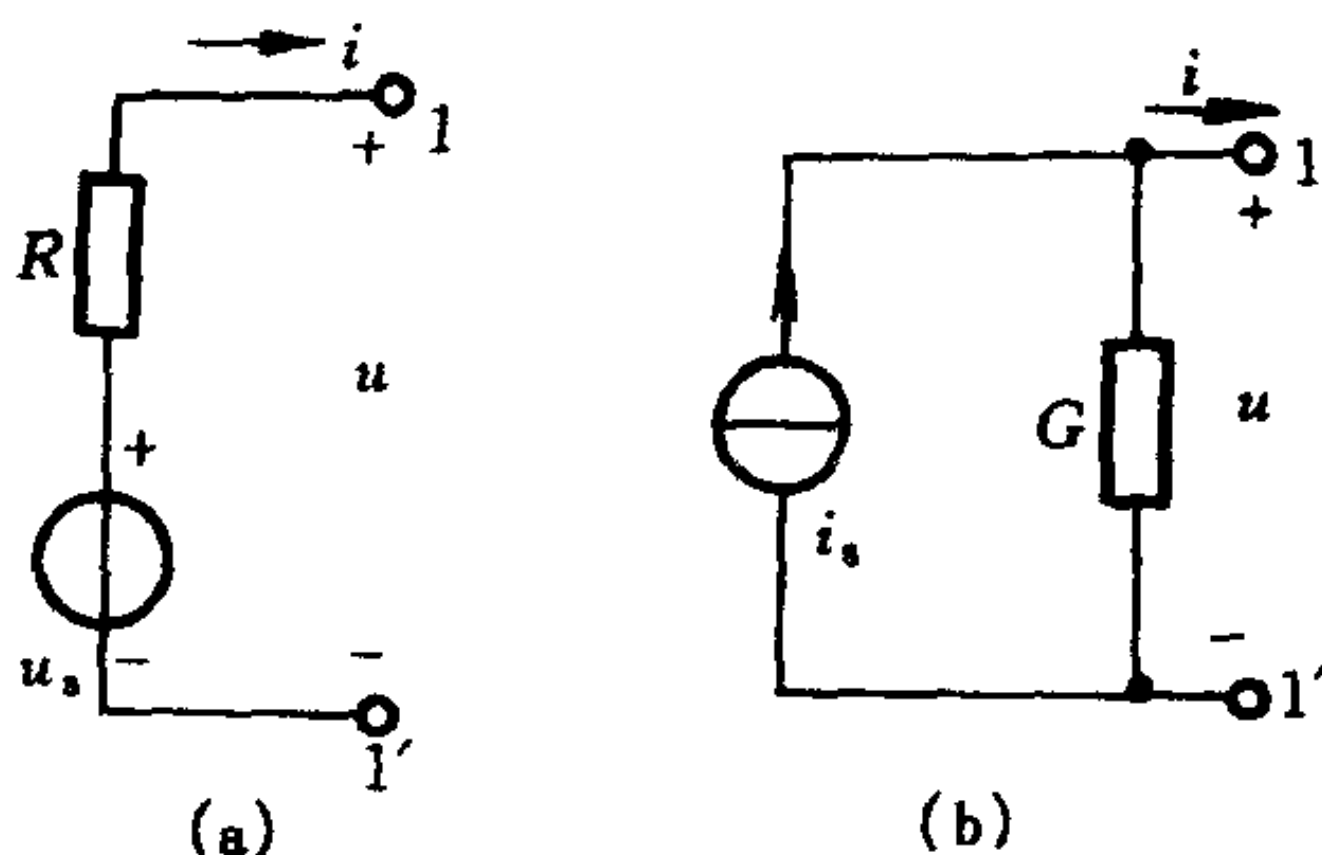


图 1-15 电压源、电阻的串联组合与电流源、电导的并联组合

受控电压源、电阻的串联组合与受控电流源、电导的并联组合可以用上述同样的方法进行变换。

5. 输入电阻和等效电阻

如果一个网络具有两个引出端子与外电路相联，这样的网络称为一端口网络(简称为一端口)。一端口用图 1-16 的图形表示。显然，对一端口来说，从它的一个端子流出的电流一定等于从另一个端子流入的电流。

当一端口的内部不含独立源时，如果在端口 1-1' 处外施电压源 u_s 或电流源 i_s ，如图 1-17 所示，并求得端口电流 i 或端口电压 u ，则此一端口的输入(入端)电阻 R_{in} 定义为

$$R_{in} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{u_s}{i} = \frac{u}{i_s} \quad (1-16)$$

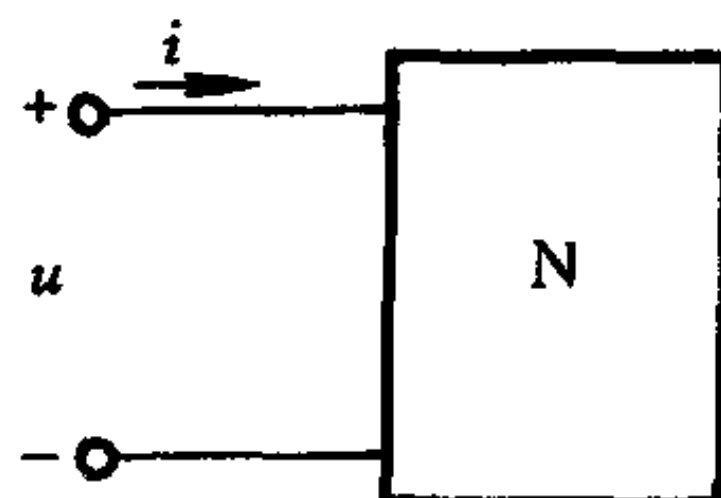


图 1-16 一端口
(网络)

不难看出输入电阻与等效电阻是相等的。这

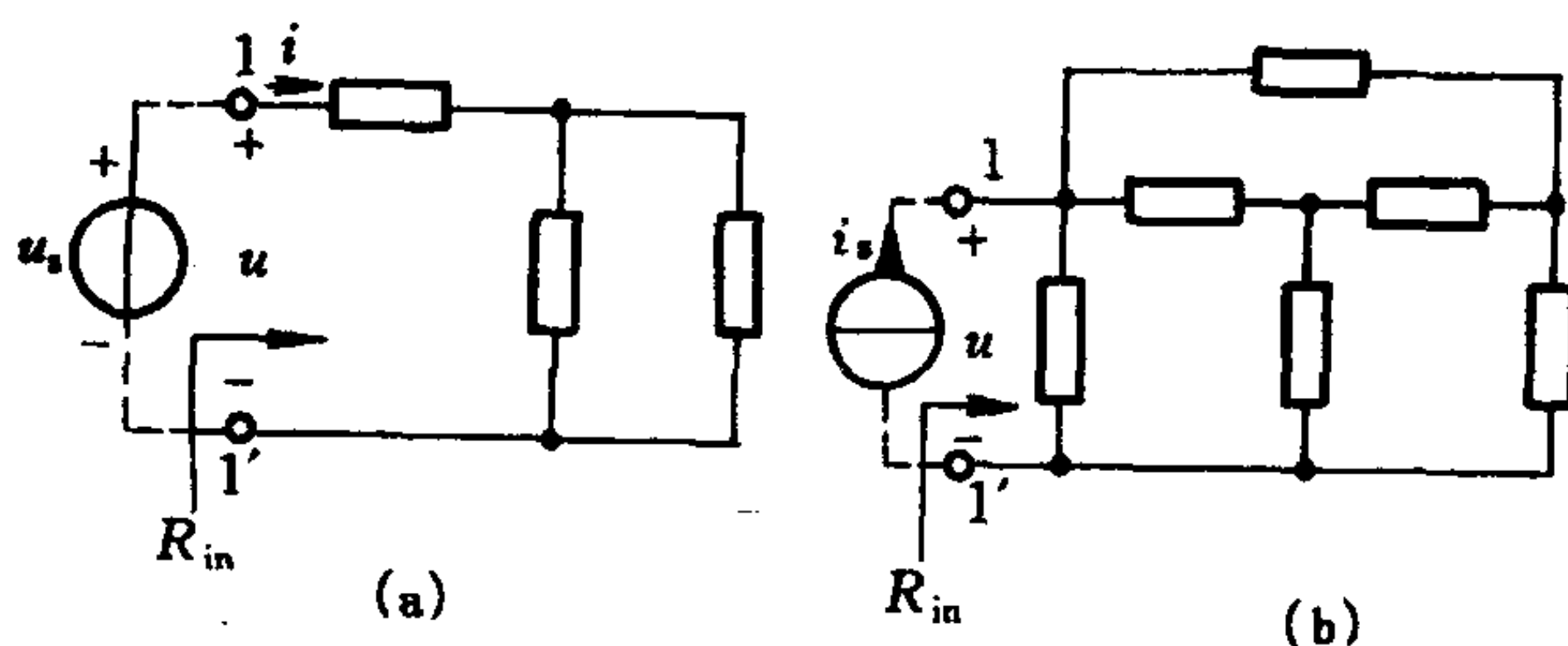


图 1-17 在一端口的端口 1-1'
处外施电压源 u_s 或电流源 i_s

样，一端口的等效电阻可以通过计算输入电阻而求得。

(二) 电阻电路的一般分析

这里介绍的一些普遍分析方法，一般不要求改变电路的结构。这类方法的大体步骤如下：首先，选择电路的变量(电流或电压)，根据 KCL 和 KVL 以及元件的电流、电压关系，建立起电路变量的方程，从方程中解出电路变量。对于线性电阻电路，电路方程

是一组线性代数方程。

1. 电路的图

一个电路的“图”是由支路和结点所组成，通常用 G 表示。每一条支路代表一个电路元件，或者可以代表一些元件的某种组合。

图的定义如下：一个图 G 是结点和支路的一个集合，每条支路的两端都联到相应的结点上。

对电路的图的每一条支路也指定一个方向，此方向即该支路电流的参考方向，这样的图称为有向图。当支路未赋以方向，就称为无向图。

结点与支路均不重复的支路序列称为路径。

任意两个结点之间至少存在一条路径的图称为连通图。如果一条路径的起点和终点重合，就构成了一条闭合路径，当闭合路径除起点（即终点）外的其他结点都相异时，则此闭合路径就构成了一个回路。

一个连通图 G 的一个树 T 是指 G 的一个连通子图，它包含 G 的全部结点但不包含回路。对一个连通图 G ，当确定它的一个树 T 后，凡是 G 的支路又属于这个树 T 的，就称为 G 的树支；不属于这个树 T 的支路，就称为连支。可以证明，一个结点数为 n ，支路数为 b 的连通图 G ，其树支数 $= n - 1$ ，连支数 $= b - (n - 1) = b - n + 1$ 。

对连通图的任一个树，每加进一个连支便形成了一个只包含该连支的回路，而构成此回路的其他支路均为树支。这种回路称为单连支回路或基本回路，全部单连支回路构成了单连支回路组或基本回路组。显然这组回路是独立的，而独立回路数等于连支数。可以证明连通图的独立回路数恰好也就是连支数。

平面图的全部网孔就是一组独立回路，其数目也恰好是该图的独立回路数。

2. KCL 和 KVL 的独立方程数

对具有 n 个结点、 b 条支路的电路，其 KCL 的独立方程数为

$(n-1)$ ，与这些独立方程对应的结点称为独立结点；而 KVL 的独立方程数等于独立回路数，即等于 $(b-n+1)$ 。因此，要获得一组独立的 KCL 方程，必须按独立结点来列写；要获得一组独立的 KVL 方程，必须按一组独立回路来列出。

3. 结点电压法

任意选择电路中某一结点为参考结点，其他结点与参考结点之间的电压称为结点电压。结点电压的参考极性均以参考结点处为负。结点法一般以结点电压为电路的独立变量。电路中任一支路与两个结点相联接，根据 KVL，不难断定任何支路电压等于有关的两个结点电压之差。由于 KVL 已自动满足，所以结点法中不必再列 KVL 方程，而仅对独立结点列出 KCL 方程。

具有 $(n-1)$ 个独立结点的电路的结点电压方程(它是 KCL 的体现)的一般形式如下：

$$\left. \begin{aligned} G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + \cdots + G_{1(n-1)}u_{n(n-1)} &= i_{s11} \\ G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + \cdots + G_{2(n-1)}u_{n(n-1)} &= i_{s22} \\ \vdots \\ G_{(n-1)1}u_{n1} + G_{(n-1)2}u_{n2} + \cdots + G_{(n-1)(n-1)}u_{n(n-1)} &= i_{s(n-1)(n-1)} \end{aligned} \right\} \quad (1-17)$$

式中 G_{ii} 为各结点的自导， $G_{ij} (i \neq j)$ 为结点 i 与结点 j 之间的互导，自导总是正的，互导总是负的。如果两个结点之间没有支路直接相联，则相应的互导为零。方程右边为注入结点的电流项。对电流源产生的电流项，当电流的参考方向指向该结点时，该项前面应取正号，否则取负号；对由电压源引起的电流项来说，当电压源的参考正极性联到该结点时，该项前面应取正号，否则取负号。

如电路中含有受控电流源，设法把控制量用有关的结点电压表示，暂把受控电流源当作独立电流源；按上面的方法列出结点电压方程，然后把用结点电压表示的受控电流源项移到方程的左边。

4. 网孔电流法和回路电流法

网孔法是以网孔电流作为电路的独立变量，它仅适用于平面

电路。我们把沿着各网孔流动的假想电流称为网孔电流。这样，各支路电流就等于有关网孔电流的代数和，KCL 将自动满足。所以用网孔电流作为电路变量，只需按 KVL 对全部网孔列出电路方程。这组方程将是独立的，因为全部网孔是一组独立回路。

对具有 m 个网孔的平面电路，网孔电流方程的一般形式为

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_{m1} + R_{12}i_{m2} + \cdots + R_{1m}i_{mm} &= u_{s11} \\ R_{21}i_{m1} + R_{22}i_{m2} + \cdots + R_{2m}i_{mm} &= u_{s22} \\ &\vdots \\ R_{m1}i_{m1} + R_{m2}i_{m2} + \cdots + R_{mm}i_{mm} &= u_{smm} \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

式中 R_{ii} 是各网孔的自阻， $R_{ij} (i \neq j)$ 是网孔间的互阻。自阻总是正的；互阻取正还是取负则由相关的两个网孔电流通过公共电阻的参考方向是否相同来决定，相同时取正，相反时取负。若两个网孔间没有公共电阻，则相应的互阻为零。式中右端项 u_{sii} 为网孔 i 的总电压源电压，各电压源电压的方向与网孔电流一致时，前面取负号，反之则取正号。

回路法不局限于平面电路，它以一组独立回路电流为电路变量。通常选择基本回路作为独立回路，这样回路电流就将是相应的连支电流。树支电流可以通过连支电流来表达，而全部支路电流可以通过(基本)回路电流来表达。在回路法中，由于 KCL 自动地得到满足，故只需用 KVL 列方程。

对于一个具有 n 个结点， b 条支路的电路，选择一组基本回路(通过选择一个树来确定)，指定各回路电流的参考方向(也即连支电流的方向)，回路电流的数目即连支数($l = b - n + 1$)。列出与网孔法中式(1-18)类似的回路电流方程

$$\left. \begin{aligned} R_{11}i_{l1} + R_{12}i_{l2} + \cdots + R_{1l}i_{ll} &= u_{s11} \\ R_{21}i_{l1} + R_{22}i_{l2} + \cdots + R_{2l}i_{ll} &= u_{s22} \\ &\vdots \\ R_{l1}i_{l1} + R_{l2}i_{l2} + \cdots + R_{ll}i_{ll} &= u_{sll} \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

式中自阻 R_{ii} 总是正的，互阻 $R_{ij} (i \neq j)$ 的正负则由相关两个回路电

流通过公共电阻时两者的参考方向是否相同来决定,相同时取正,相反时取负。方程右端的 u_{si} 项表示回路 i 的总电压源电压,各电压源电压的方向与回路电流方向一致时前面取负号,否则取正号。

如果电路中含有电流源和电阻的并联组合,则把它们等效变换成电压源和电阻的串联组合,然后再列回路电流方程(列网孔电流方程也一样)。

如果电路中含有受控电压源,设法把控制量用回路电流表示,暂时把受控电压源视为独立电压源,按上述列出回路电流方程,然后再把用回路电流表示的受控电压源项移到方程的左边。

当电路中具有电流源且无电阻直接与之并联时,一种方法是把电流源的电压作为变量。每引入一个这样的变量,同时也增加一个回路电流与电流源之间的约束关系,这关系是独立的。

(三) 电路定理

1. 叠加定理

叠加定理是线性电路的一个重要定理,即“在线性电阻电路中,任一支路电流(或支路电压)都是电路中各个独立电源单独作用时在该支路产生的电流(或电压)之叠加”。使用叠加定理时,应注意下列各点:

- (1) 叠加定理适用于线性电路,不适用于非线性电路;
- (2) 叠加时,电路的联接以及电路所有电阻和受控源都不予更动。所谓电压源不作用,就是把该电压源的电压置零,即在该电压源处用短路替代;电流源不作用,就是把该电流源的电流置零,即在该电流源处用开路替代;
- (3) 叠加时要注意电流和电压的参考方向;
- (4) 不能用叠加定理来计算功率。

2. 替代定理

替代定理叙述如下:“给定任意一个线性电阻电路,其中第 k 条支路的电压 u_k 和电流 i_k 已知,那么这条支路就可以用一个具有电压等于 u_k 的独立电压源,或者用一个具有电流等于 i_k 的独立电

流源来替代，替代后电路中全部电压和电流将保持原值”。

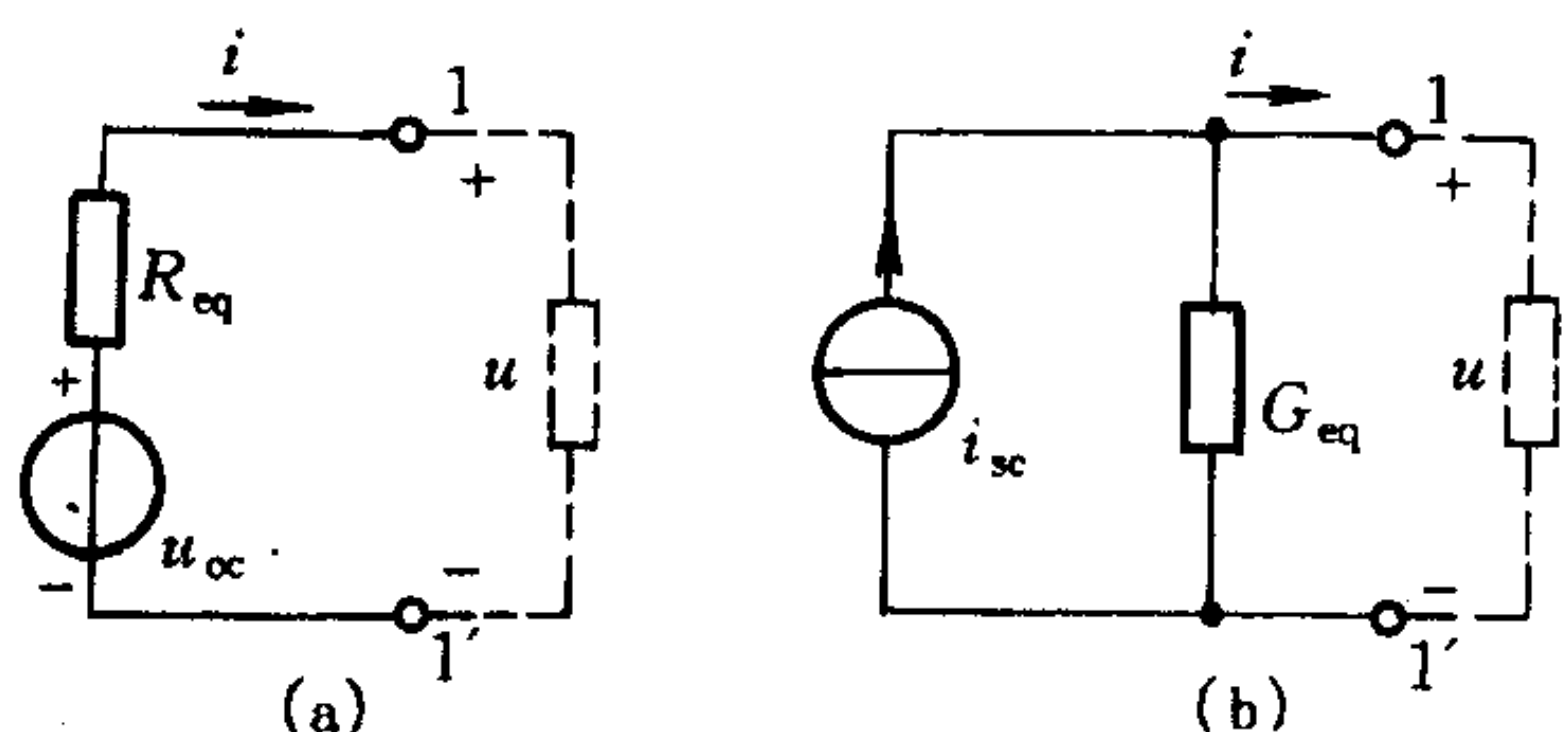
定理中所提到的第 k 条支路可以是无源的，例如只含有一个电阻，也可以是含源的，但是一般不应当含有受控源或该支路的电压或电流为其他支路中受控源的控制量。

3. 戴维宁定理和诺顿定理

戴维宁定理叙述如下：“任何一个含独立电源、线性电阻和受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电压源和电阻的串联组合来等效置换，此电压源的电压等于一端口的开路电压，而电阻等于一端口的全部独立电源置零后的输入电阻”。

上述电压源和电阻的串联组合称为戴维宁等效电路，等效电路中的电阻称为戴维宁等效电阻（用 R_{eq} 表示），见图 1-18(a)。其中 u_{oc} 为原一端口的开路电压， R_{eq} 等于一端口的输入电阻。

诺顿定理指出：“任何一个含独立电源、线性电阻和受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电流源和电导的并联组合来等效置换，电流源的电流等于该一端口的短路电流，而电导等于把该一端口的全部独立电源置零后的输入电导。”



上述电流源和电导的并联组合称为诺顿等效电路，见图 1-18(b)。其中 i_{sc} 为原一端口的短路电流， G_{eq} 等于一端口的输入电导。

图 1-18 戴维宁等效电路和诺顿等效电路

注意，当一端口的输入电阻为零，则戴维宁等效电路成为一个电压源，此时对应的诺顿等效电路就不存在，因 $G_{eq} = \infty$ 。同理，如果输入电导为零，诺顿等效电路成为一个电流源，此时对应的戴维宁等效电路就不存在，因 $R_{eq} = \infty$ 。

4. 特勒根定理

特勒根定理 1：对于一个具有 n 个结点和 b 条支路的电路，假

设各支路电流和电压取关联参考方向, 并令 $(i_1, i_2, \dots, i_b), (u_1, u_2, \dots, u_b)$ 分别为 b 条支路的电流和电压, 则对任何时间 t , 有

$$\sum_{k=1}^b u_k i_k = 0 \quad (1-20)$$

特勒根定理 2: 如果有两个具有 n 个结点和 b 条支路的电路, 它们由不同的二端元件所组成, 但它们的图完全相同。假设各支路电流和电压取关联参考方向, 并分别用 $(i_1, i_2, \dots, i_b), (u_1, u_2, \dots, u_b)$ 和 $(\hat{i}_1, \hat{i}_2, \dots, \hat{i}_b), (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_b)$ 来表示两者的 b 条支路的电流和电压, 则对任何时间 t , 有

$$\sum_{k=1}^b u_k \hat{i}_k = 0 \quad (1-21a)$$

$$\sum_{k=1}^b \hat{u}_k i_k = 0 \quad (1-21b)$$

特勒根定理对支路的元件性质没有任何限制, 它对任何具有线性、非线性和时变元件的集总电路都适用。

二、重点和难点

本节的重点是电阻的 Y 形联接与 Δ 形联接的等效变换, 电源的串并联与等效变换, 结点法, 回路法, 叠加定理, 戴维宁定理和诺顿定理。难点是对含有受控源的电路列写结点电压方程和回路电流方程, 戴维宁等效电路和诺顿等效电路的获得。

三、例题分析

例 1-3 对图 1-19 的桥形电路, 求总电阻 R_{12} 。

解 把接到结点 1、3、4 上的三角形电路用等效星形电路来替代, 得

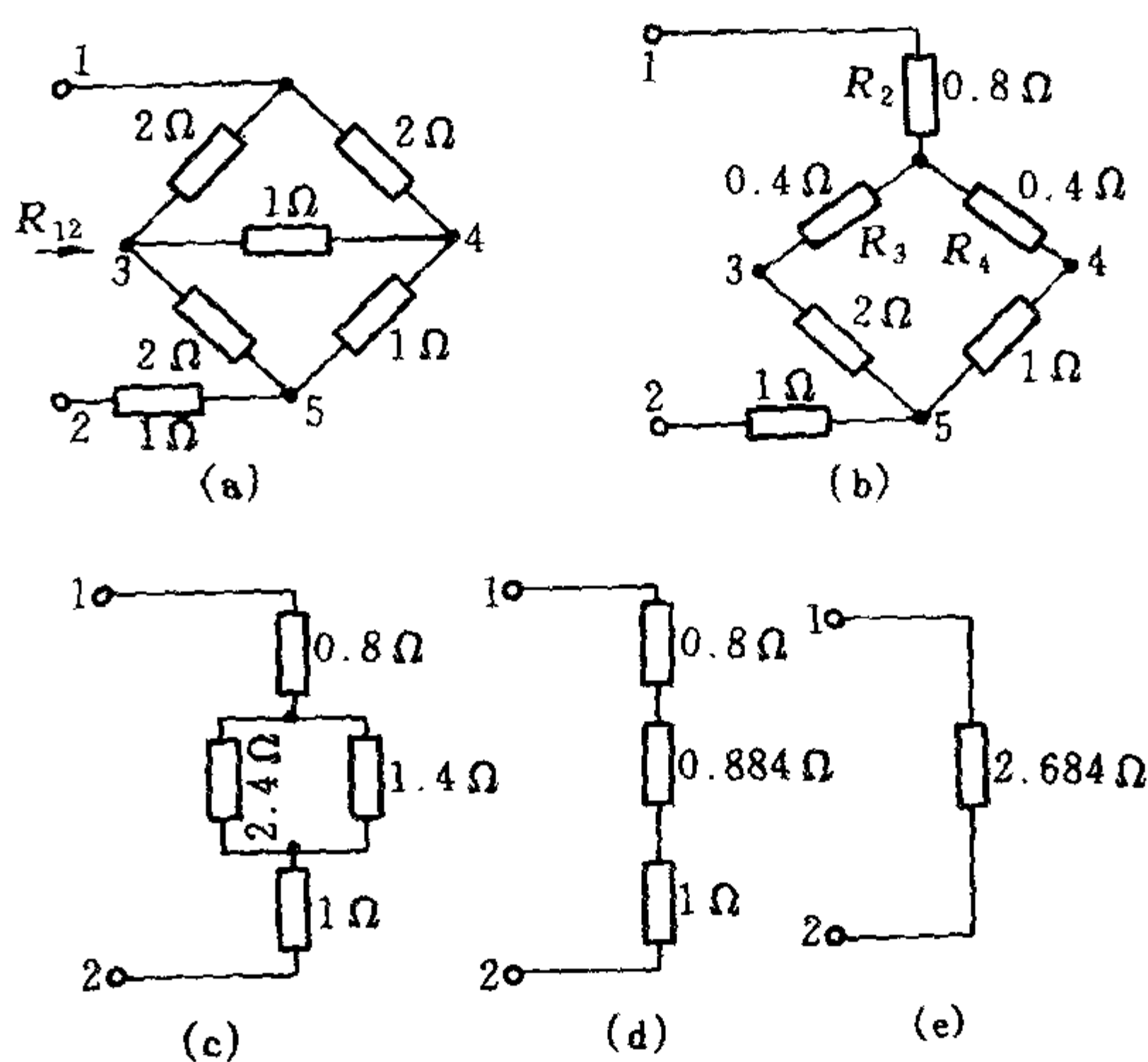


图 1-19 桥形电路

$$R_2 = \frac{2 \times 2}{2 + 2 + 1} \Omega = 0.8 \Omega$$

$$R_3 = \frac{2 \times 1}{2 + 2 + 1} \Omega = 0.4 \Omega$$

$$R_4 = \frac{2 \times 1}{2 + 2 + 1} \Omega = 0.4 \Omega$$

然后用串并联的方法，如图 1-19(c)、(d)、(e)所示，得出

$$R_{12} = 2.684 \Omega$$

例 1-4 求图 1-20(a)中的电流 i 。

解 利用电源的等效变换，将图 1-20(a)的电路简化成同图 (d)的单回路电路。变换过程如图 1-20(b)、(c)、(d)所示。从化简后的电路，求得电流

$$i = \frac{9 - 4}{1 + 2 + 7} \text{A} = 0.5 \text{A}$$

例 1-5 求图 1-21(a)所示一端口的输入电阻。

解 在端口 1-1'处加一个输入电压 u_s 。按式(1-16)。

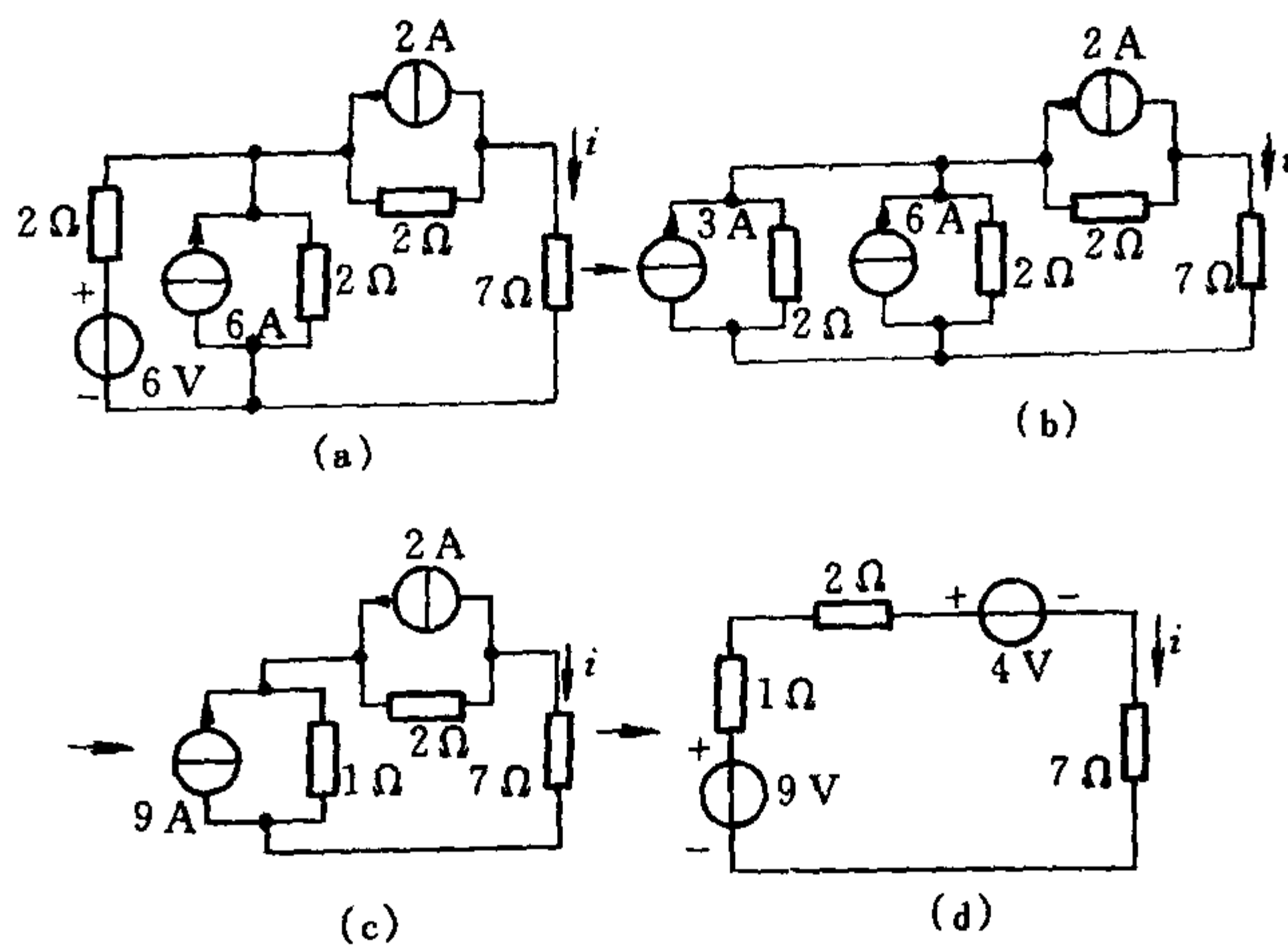


图 1-20 例 1-4 图

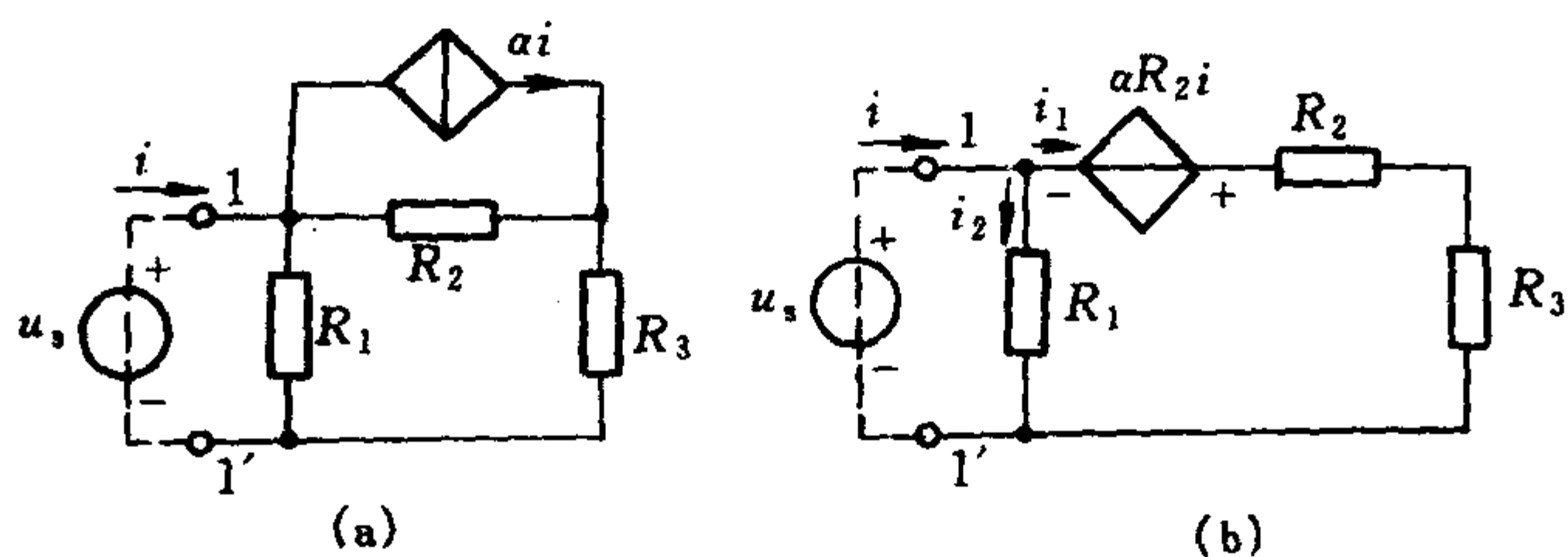


图 1-21 例 1-5 图

$$R_{in} = \frac{u_s}{i}$$

把 CCCS 和电阻 R_2 的并联组合等效变换为 CCVS 和电阻 R_2 的串联组合(见图 1-21(b)), 用 KVL, 得

$$u_s = -R_2 \alpha i + (R_2 + R_3) i_1$$

$$u_s = R_1 i_2$$

用 KCL, 得

$$i = i_1 + i_2$$

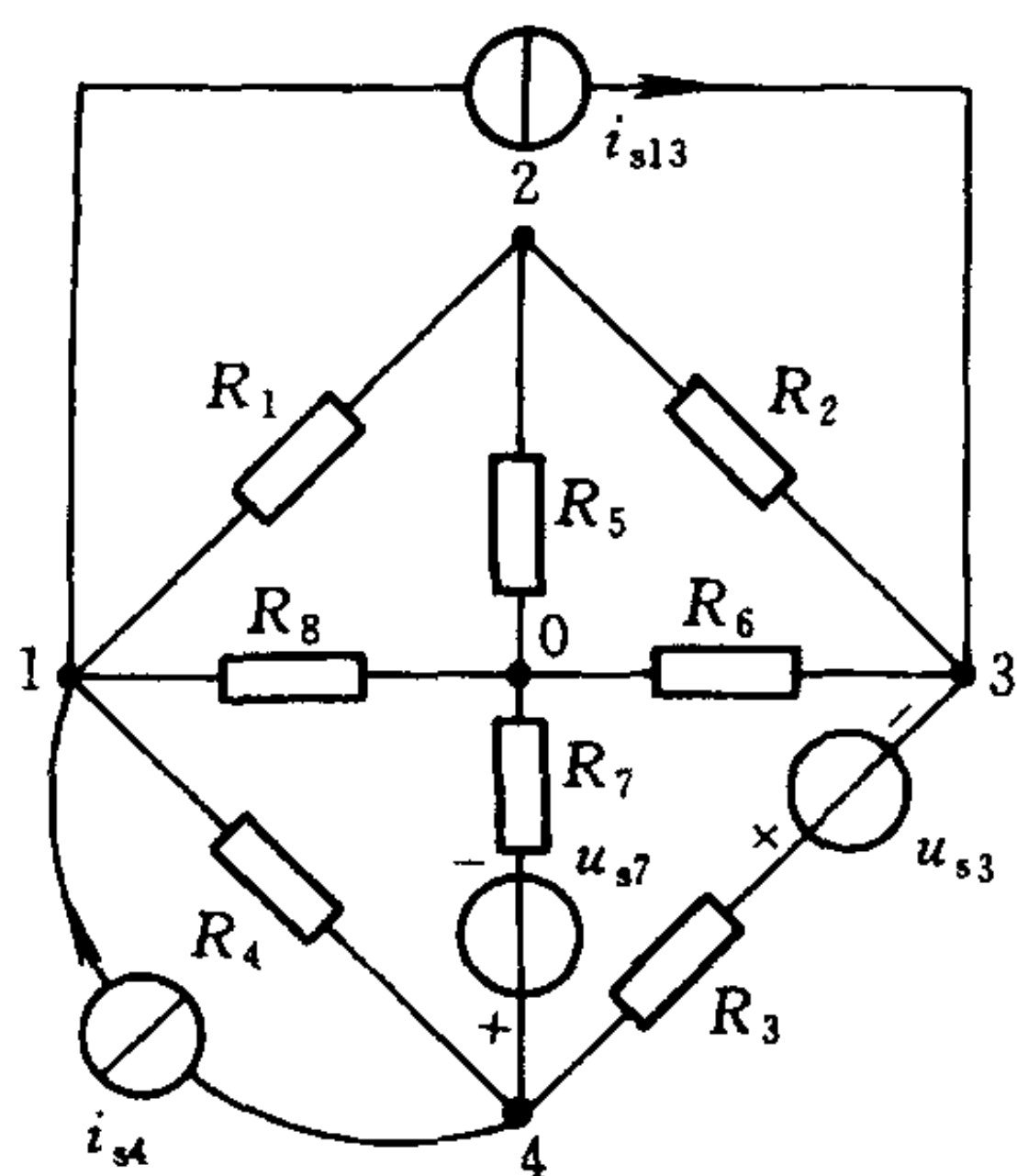


图 1-22 例 1-6 图

求解以上方程，可得

$$R_{in} = \frac{u_s}{i} = \frac{R_1 R_3 + (1 - \alpha) R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

上式的分子中有负项出现。所以在一定条件下， R_{in} 可能等于零，甚至会成为负值。例如，设 $R_1 = R_2 = 1\Omega$ ， $R_3 = 2\Omega$ ， $\alpha = 5$ ，则 $R_{in} = -\frac{1}{2}\Omega$ 。

例 1-6 列出图 1-22 所示电路的结点电压方程。

解 指定参考结点，并对其余结点编号(见图 1-22)。结点电压方程为

程为

$$\begin{aligned} (G_1 + G_4 + G_8)u_{n1} - G_1u_{n2} - G_4u_{n4} &= -i_{s13} + i_{s4} \\ -G_1u_{n1} + (G_1 + G_2 + G_5)u_{n2} - G_2u_{n3} &= 0 \\ -G_2u_{n2} + (G_2 + G_3 + G_6)u_{n3} - G_3u_{n4} &= i_{s13} - G_3u_{s3} \\ -G_4u_{n1} - G_3u_{n3} + (G_3 + G_4 + G_7)u_{n4} &= -i_{s4} + G_3u_{s3} + G_7u_{s7} \end{aligned}$$

例 1-7 图 1-23 所示电路中，电压源 u_{s1} 没有电阻与之串联，列出此电路的结点电压方程。

解 把电压源的电流 i_u 作为变量，每引入一个这样的变量，同时也增加一个结点电压与电压源电压之间的约束关系。把结点电压方程与这些约束关系合并成一组联立方程，则方程数与变量数相同。图 1-23 的结点电压方程为

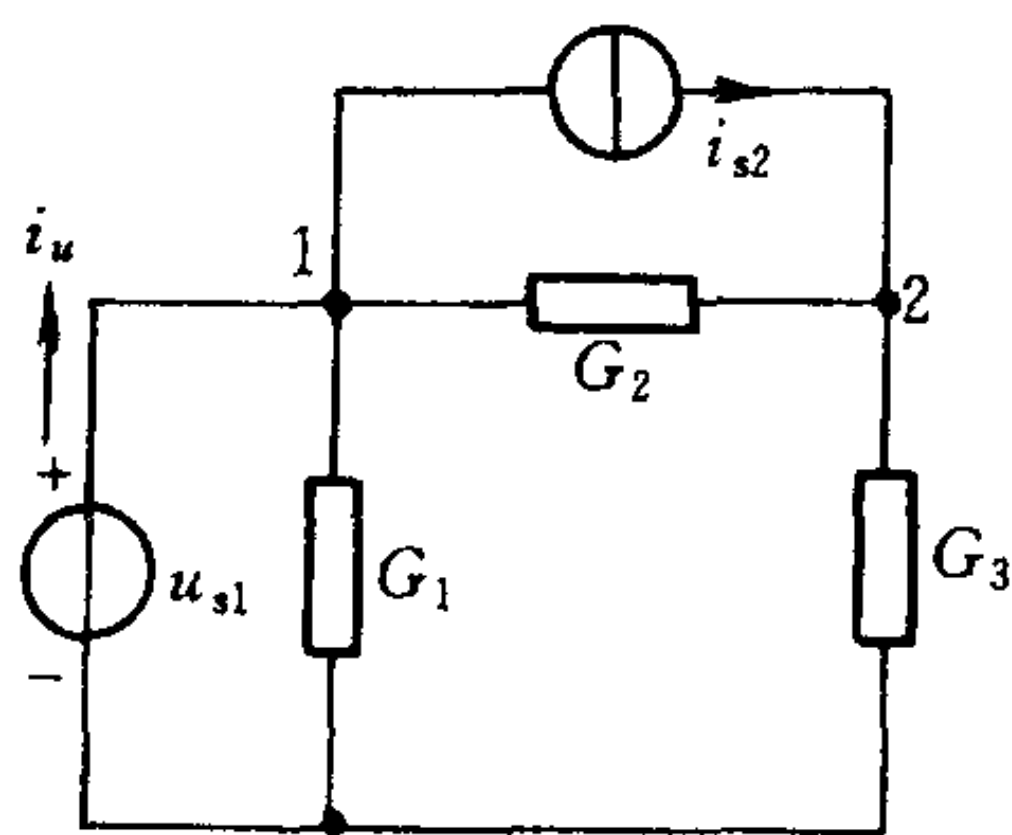


图 1-23 例 1-7 图

$$(G_1 + G_2)u_{n1} - i_u - G_2u_{n2} = -i_{s2}$$

$$-G_2 u_{n1} + (G_2 + G_3) u_{n2} = i_{s2}$$

约束关系

$$u_{n1} = u_{s1}$$

由上述三个方程，可解得结点电压 u_{n1} 、 u_{n2} 以及电流 i_u 。

例 1-8 对图 1-24 所示电路列出网孔电流方程。

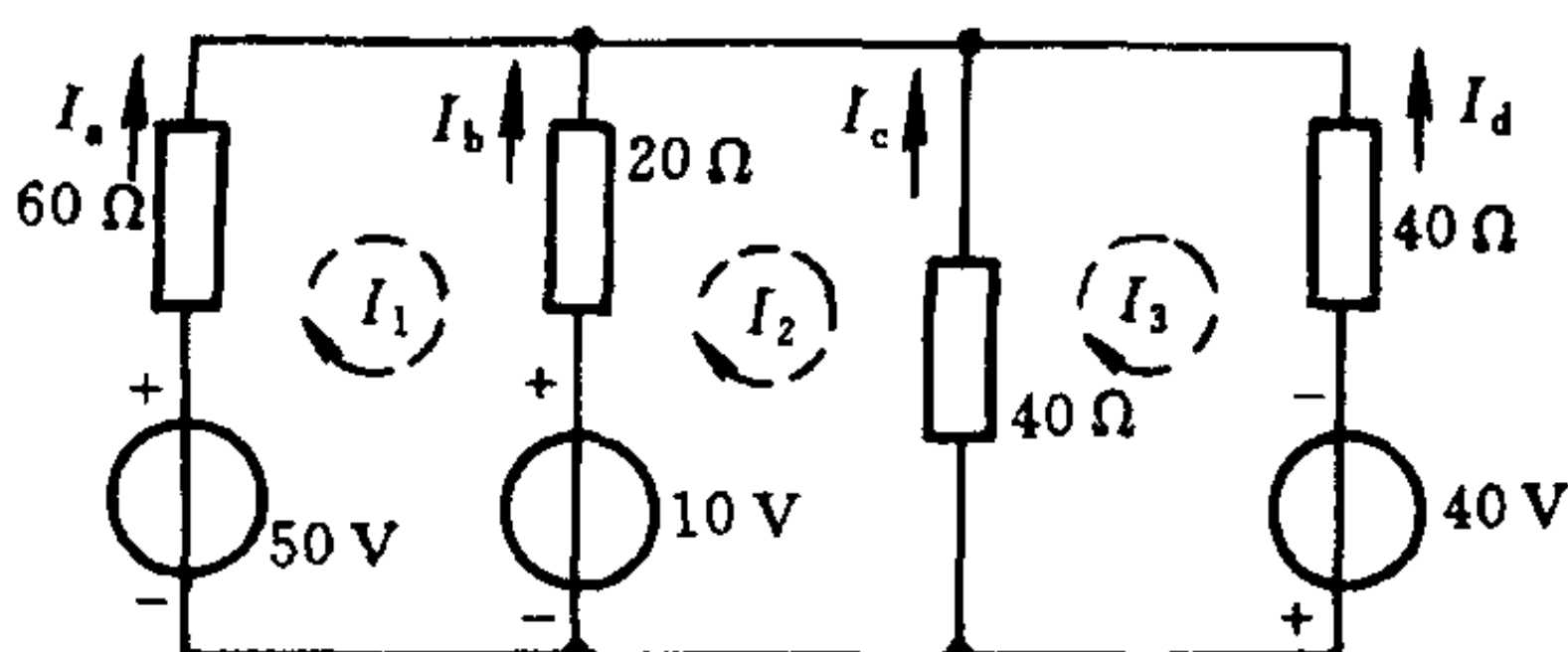


图 1-24 例 1-8 图

解 此电路共有 3 个网孔，选取网孔电流 I_1 、 I_2 、 I_3 如图所示，网孔电流方程如下

$$\begin{aligned} (60+20)I_1 - 20I_2 &= 50 - 10 \\ -20I_1 + (20+40)I_2 - 40I_3 &= 10 \\ -40I_2 + (40+40)I_3 &= 40 \end{aligned}$$

从上式解得 $I_1 = 0.786\text{A}$ ， $I_2 = 1.143\text{A}$ ， $I_3 = 1.071\text{A}$ 。

例 1-9 图 1-25 电路中电流源无电阻与之并联，列出此电路的回路电流方程。

解 将电流源的电压作为变量(见图 1-25)。每引入一个这样的变量，同时也增加一个回路电流与电流源电流间的约束关系，这关系是独立的。将回路电流方程与上述约束关系合并成一组联立方程，则方程数与变量数相同。图 1-25 所示电路在所选定的回路电流方向下，回路电流方程为

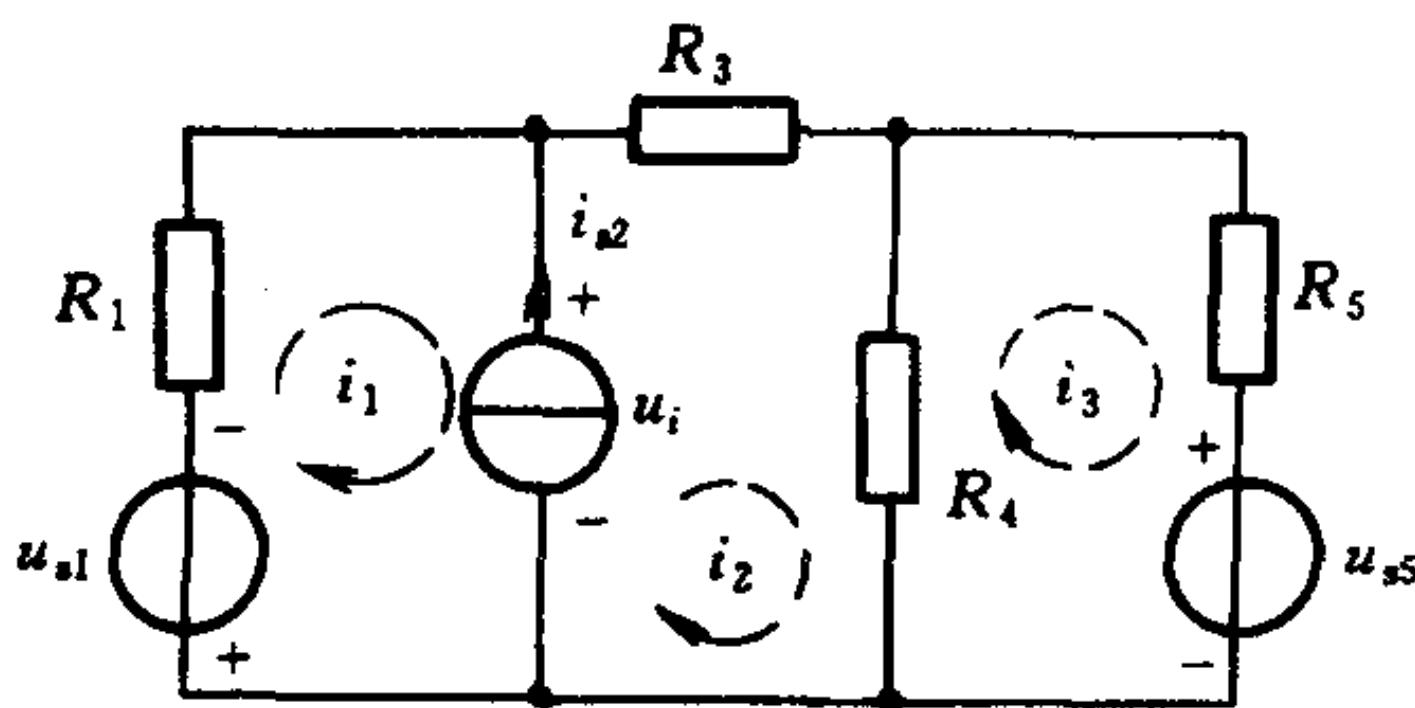


图 1-25 例 1-9 图

$$R_1 i_1 + u_i = -u_{s1}$$

$$-u_i + (R_3 + R_4)i_2 - R_4i_3 = 0$$

$$-R_4i_2 + (R_4 + R_5)i_3 = -u_{s5}$$

约束关系

$$-i_1 + i_2 = i_{s2}$$

由上面 4 个方程, 可解得 i_1 、 i_2 、 i_3 以及电流源的电压 u_i 。

例 1-10 电路如图 1-26(a)所示, 其中 CCVS 的电压受流过 6Ω 电阻的电流 i_1 的控制。求电压 u_3 。

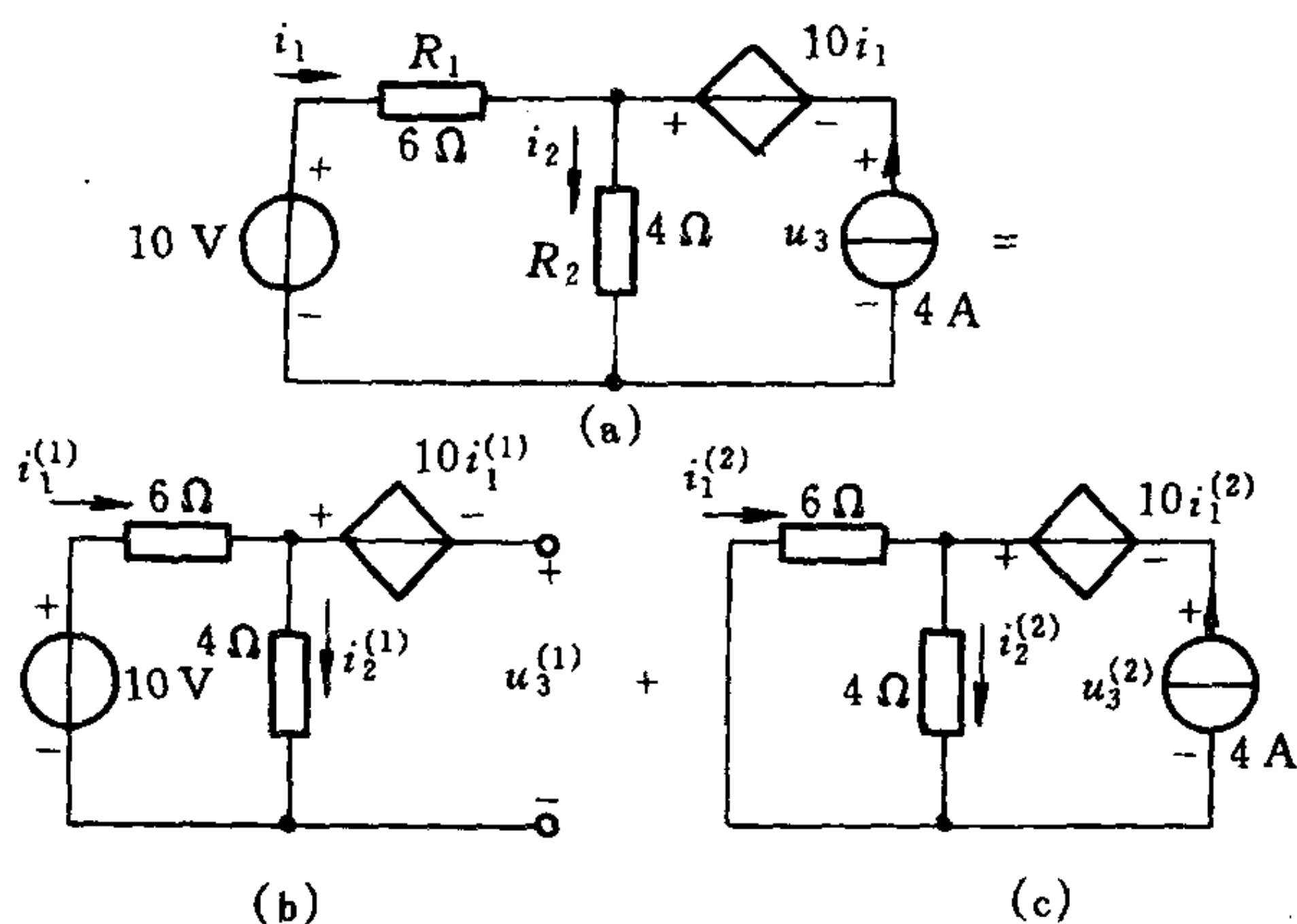


图 1-26 例 1-10 图

解 按叠加定理, 作出电路如图 1-26(b)和(c)所示。注意, 图 1-26(b)、(c)保留了电路中的 CCVS。在图(b)中

$$i_1^{(1)} = i_2^{(1)} = \frac{10}{6+4}A = 1A$$

$$u_3^{(1)} = -10i_1^{(1)} + 4i_2^{(1)} = (-10+4)V = -6V$$

在图(c)中

$$i_1^{(2)} = -\frac{4}{6+4} \times 4A = -1.6A$$

$$i_2^{(2)} = \frac{6}{6+4} \times 4A = 2.4A$$

$$u_3^{(2)} = -10i_1^{(2)} + 4i_2^{(2)} = (16+9.6)V = 25.6V$$

所以

$$u_3 = u_3^{(1)} + u_3^{(2)} = (-6 + 25.6)V = 19.6V$$

例 1-11 图 1-27 所示电路中, 已知: $u_{s1} = 40V$, $u_{s2} = 40V$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 5\Omega$, $R_4 = 10\Omega$, $R_5 = 8\Omega$, $R_6 = 2\Omega$; 求通过 R_3 的电流 i_3 。

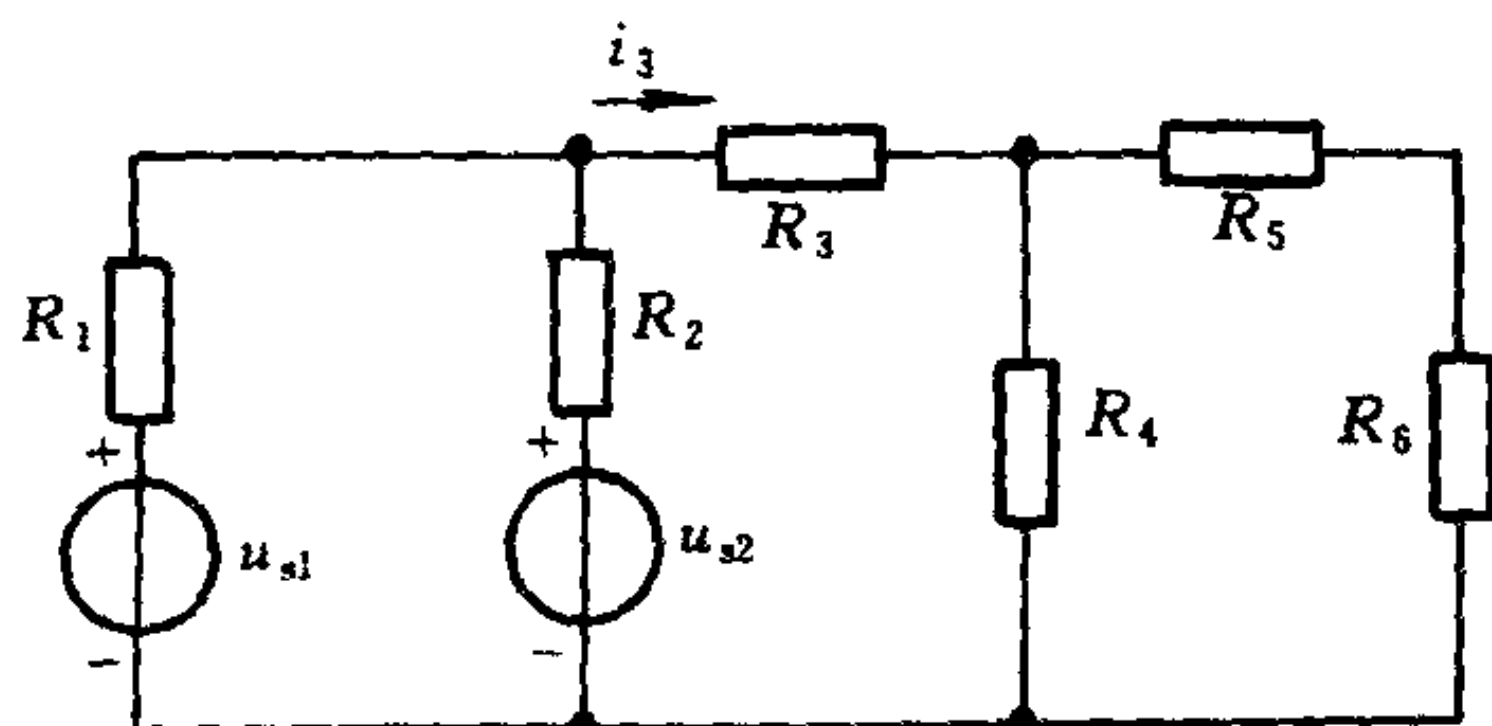


图 1-27 例 1-11 图

解 (1) 首先应用戴维宁定理, 把 (u_{s1}, R_1) 支路和 (u_{s2}, R_2) 支路所构成的一端口用戴维宁等效电路来置换 (如图 1-28(a) 所示), 其中

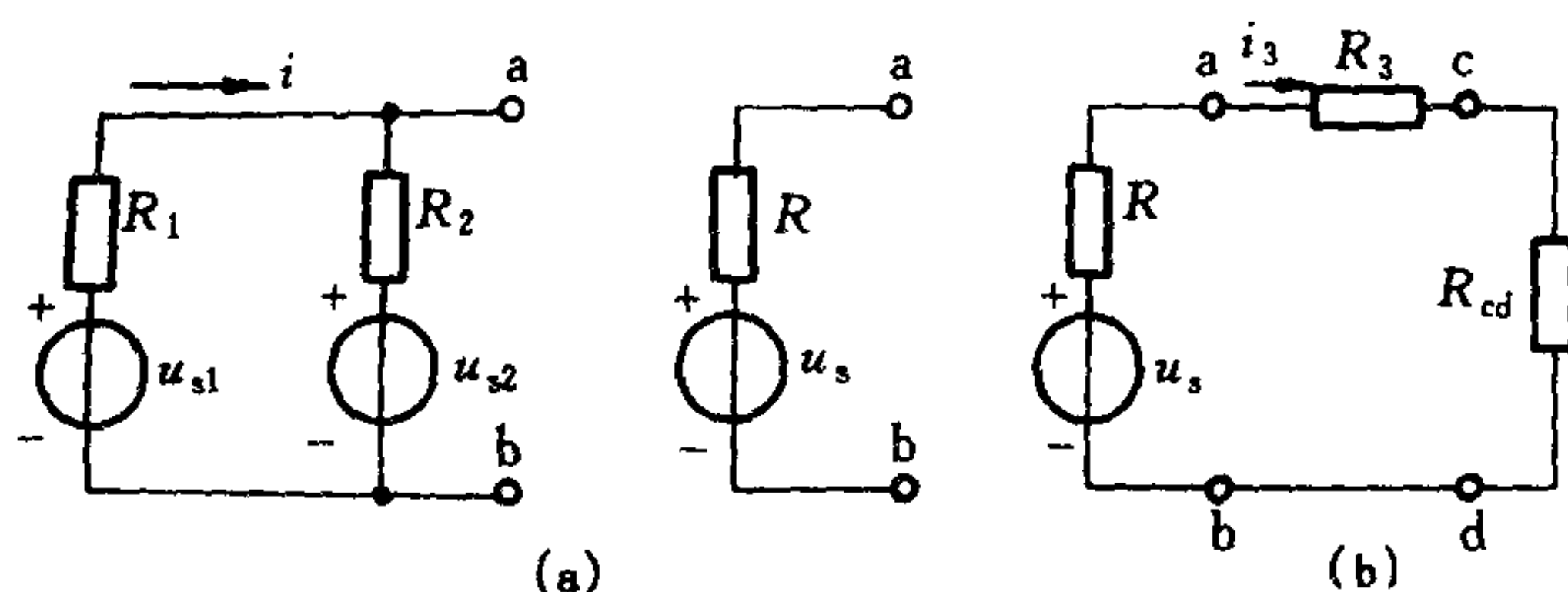


图 1-28 例 1-11 图

$$R = R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 1.33\Omega$$

$$u_s = u_{oc} = R_2 i + u_{s2} = \frac{u_{s1} - u_{s2}}{R_1 + R_2} R_2 + u_{s2} = 40V$$

(2) 其次, 求电阻 R_4 、 R_5 和 R_6 所组成的一端口的等效电阻 R_{cd} :

$$R_{cd} = \frac{R_4 (R_5 + R_6)}{R_4 + R_5 + R_6} = 5\Omega$$

于是, 图 1-27 可以简化为图 1-28(b) 所示电路。这样, 通过电阻 R_3 的电流

$$i_3 = \frac{u_s}{R + R_3 + R_{cd}} = 3.53 \text{ A}$$

例 1-12 求图 1-29(a)所示含源一端口的戴维宁等效电路和诺顿等效电路。一端口内部的电流控制电流源的电流 $i_c = 0.75i_1$ 。

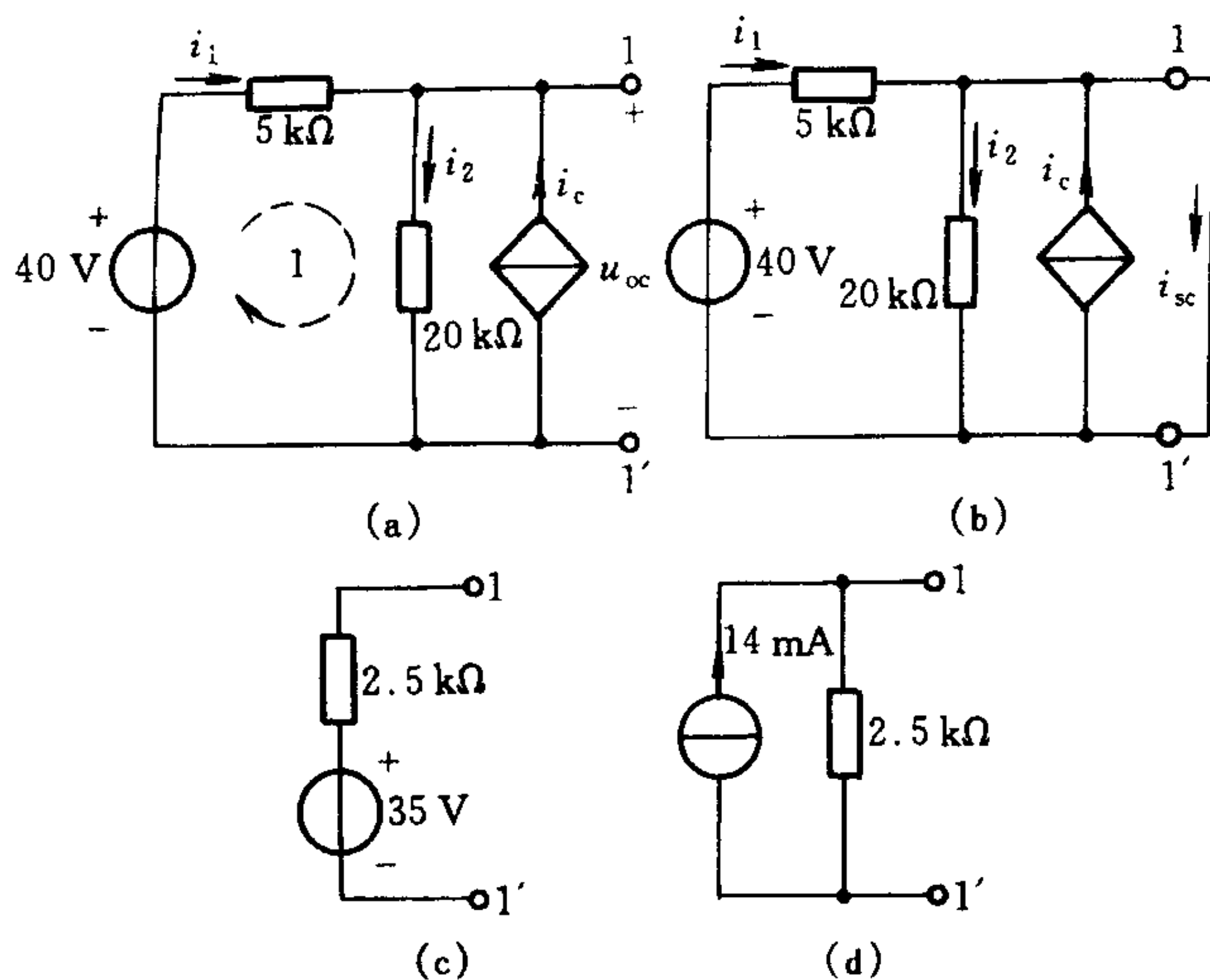


图 1-29 例 1-12 图

解 先求开路电压 u_{oc} 。当端口 1-1' 开路时，有

$$i_2 = i_1 + i_c = 1.75i_1$$

对网孔 1 列 KVL 方程，得

$$5 \times 10^3 \times i_1 + 20 \times 10^3 i_2 = 40$$

代入 $i_2 = 1.75i_1$ ，可以求得 $i_1 = 10\text{mA}$ 。而开路电压

$$u_{oc} = 20 \times 10^3 \times i_2 = 35\text{V}$$

当 1-1' 短路时，可求得短路电流 i_{sc} (见图(b))。

此时

$$i_1 = \frac{40}{5 \times 10^3} \text{ A} = 8\text{mA}$$

$$i_{sc} = i_1 + i_c = 1.75i_1 = 14\text{mA}$$

故得

$$R_{\text{eq}} = \frac{u_{\text{oc}}}{i_{\text{sc}}} = 2.5\text{k}\Omega$$

对应的戴维宁等效电路和诺顿等效电路分别如图(c)和(d)所示。

注意,此例中给出了戴维宁等效电阻 R_{eq} 的一种新求法。因为对一端口采用戴维宁等效电路时,一端口的短路电流 $i_{\text{sc}} = u_{\text{oc}}/R_{\text{eq}}$, 所以有 $R_{\text{eq}} = u_{\text{oc}}/i_{\text{sc}}$ 。

第三节 一阶电路和二阶电路的时域分析

一、基本内容与知识点

(一) 动态电路方程

1. 动态电路及其方程

当电路中含有电容或电感时,根据 KCL、KVL 和支路方程所建立的电路方程将是以电流、电压为变量的微分方程或微分-积分方程,所以电容和电感又称为动态元件。当电路的无源元件都是线性和非时变时,电路方程是线性、常系数、常微分方程。

当动态电路的结构或元件的参数发生改变时,例如元件的断开或接入,信号的突然注入等等,可能使电路从原来的工作状态转变到另一个工作状态,这种转变往往要经历一个过程,在工程上称为过渡过程。

将电路结构或参数的改变所引起的电路变化统称为“换路”,并认为换路是在 $t=0$ 时刻进行的(当然也可以设为 $t=t_0$ 时刻进行的)。并将换路前的瞬间记为 $t=0_-$,把换路后的初始瞬间记为 0_+ ,换路经历的时间为 0_- 到 0_+ 。

2. 动态电路的初始条件

用经典法求解常微分方程,必须根据电路的初始条件来确定

解答中的积分常数(定解)。设描述电路动态过程的微分方程为 n 阶, 所谓初始条件就是指电路中所求变量(电压或电流)及其 $(n-1)$ 阶导数在 $t=0_+$ 时的值, 也称初始值, 其中除独立电源的初始值外, 电容电压 u_C 和电感电流 i_L 的初始值, 即 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$ 称为独立的初始条件, 其余称为非独立的初始条件。

对线性电容来说, 如果在 0_- 到 0_+ 的瞬间, 电容中的电流 $i_C(t)$ 为有限值, 则电容上的电荷和电压就不发生跃变, 即

$$q(0_+) = q(0_-) \quad (1-22a)$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) \quad (1-22b)$$

对线性电感来说, 如果在 0_- 到 0_+ 的瞬间, 电感上的电压 $u_L(t)$ 为有限值, 则电感中的磁通链和电流就不发生跃变, 即

$$\Psi_L(0_+) = \Psi_L(0_-) \quad (1-23a)$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (1-23b)$$

(二) 一阶电路的时域分析

仅含一个储能元件(电容或电感)的电路称为一阶电路。

1. 一阶电路的零输入响应

对一阶电路来说, 如果电路中无外施电源存在, 但在换路瞬间储能元件有能量储存, 那么在换路后电路中仍将有电压、电流, 称为一阶电路的零输入响应。

在图 1-30 所示的 R 、 C 电路中, 开关 S 合上前, 电容已充电,

且电容电压 $u_C = U_0$ 。设开关 S 在 $t=0$ 时闭合, 则在 $t \geq 0_+$ 时, $u_R = u_C$, 而 $u_R = Ri$, $i = -Cdu_C/dt$, 因此电路的方程为一个一阶齐次微分方程

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

初始条件 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$ 。

令此方程的通解为 $u_C = Ae^{\rho t}$, 代入后有

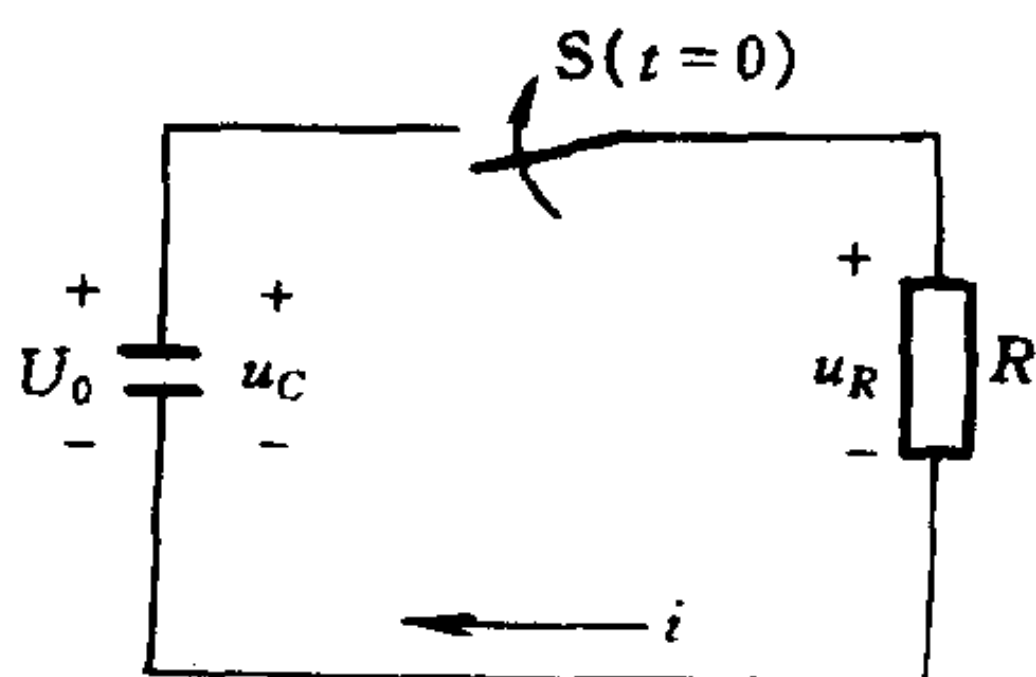


图 1-30 R 、 C 电路的零输入响应

$$(RCp+1)Ae^{pt}=0$$

相应的特征方程为

$$RCp+1=0$$

特征根为

$$p=-\frac{1}{RC}$$

根据 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=U_0$ ，代入 $u_C=Ae^{pt}$ ，可求得积分常数 $A=u_C(0_+)=U_0$ 。

这样，求得满足初始值的微分方程的解为

$$u_C=u_C(0_+)e^{-\frac{t}{RC}}=U_0e^{-\frac{t}{RC}}=U_0e^{-t/\tau}$$

上式中 $\tau=RC$ 称为 R 、 C 串联电路的时间常数。电路中的电流和电阻上的电压分别为

$$i=-C\frac{du_C}{dt}=\frac{U_0}{R}e^{-t/\tau}$$

$$u_R=u_C=U_0e^{-t/\tau}$$

可以看出， u_C 、 i 、 u_R 都按同样的指数规律衰减。 τ 的大小反映了此一阶电路过渡过程的进展速度， τ 越小，过渡过程的进展越快。

同理，可求得 R 、 L 电路的零输入响应。

2. 一阶电路的零状态响应

一阶电路在外施电源激励下的响应可用一阶非齐次微分方程获得。对图 1-31 所示的 R 、 C 串联电路，设外施激励电压 u_s 为直流电压或正弦电压，并设电容原来带有电压并以 $u_C(0_-)$ 表示。按 KVL，有

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=u_s \quad t\geq 0_+$$

此方程的解由两个分量组成，即非齐次微分方程的特解 u'_C 和齐

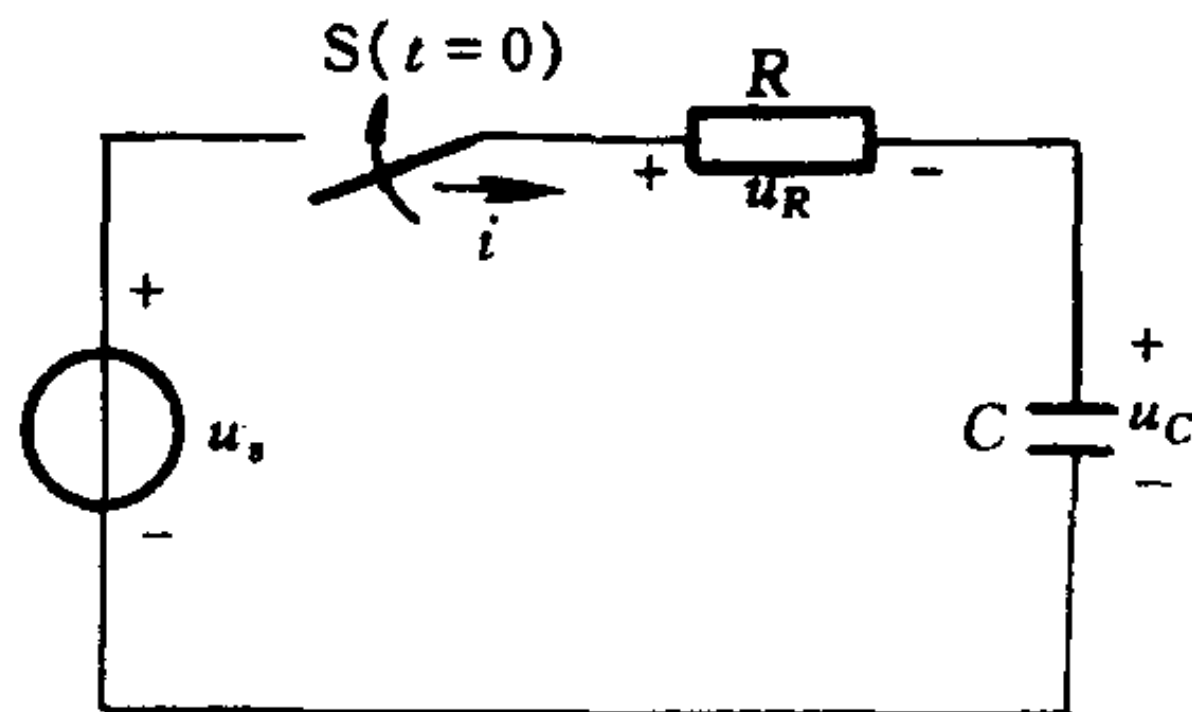


图 1-31 R 、 C 一阶电路

次微分方程的通解 u_C'' 。 u_C'' 可按

$$RC \frac{du_C''}{dt} + u_C'' = 0$$

求得为 $u_C'' = Ae^{-t/\tau}$, $\tau = RC$ 。 u_C' 则满足下列方程

$$RC \frac{du_C'}{dt} + u_C' = u_s$$

这样, 电容电压的通解为

$$u_C = u_C' + u_C'' = u_C' + Ae^{-t/\tau}$$

代入初始值可求得 $A = u_C(0_+) - u_C'(0_+)$, 这里 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ 。这样

$$u_C = u_C' + [u_C(0_+) - u_C'(0_+)] e^{-t/\tau} \quad (1-24)$$

一阶(电路)非齐次微分方程的解可以根据特解、初始值和时间常数 τ 按上式写出。特解、初始值和时间常数称为一阶电路的三个要素。所以按式(1-24)来求方程解的方法称为“三要素法”。

所谓零状态响应是指零值初始状态下的一阶电路在外施激励下的响应。设图 1-31 的激励 u_s 为直流电压 U_s , 而 $u_C(0_-) = 0$ 。由于 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$, 所以电路中的响应就是零状态响应。可求得微分方程的特解为 $u_C' = U_s$, 按式(1-24)可得出

$$u_C = U_s - U_s e^{-t/\tau} = U_s (1 - e^{-t/\tau})$$

3. 一阶电路的全响应

当一个非零初始状态的电路受到激励时, 电路中的响应称为全响应。对于线性电路, 全响应为零输入响应和零状态响应两者的叠加。图 1-32 为已充电的电容经过电阻接到直流电压 U_s , 电容上原有的电压为 U_0 。当 $t \geq 0$ 时电路中电容电压 u_C 的零状态响应 $u_C^{(1)}$ 和零输入响应 $u_C^{(2)}$ 分别为

$$u_C^{(1)} = U_s (1 - e^{-t/RC})$$

$$u_C^{(2)} = U_0 e^{-t/RC}$$

而电路的全响应为

$$u_C = u_C^{(1)} + u_C^{(2)} = U_s (1 - e^{-t/RC}) + U_0 e^{-t/RC} \quad (1-25)$$

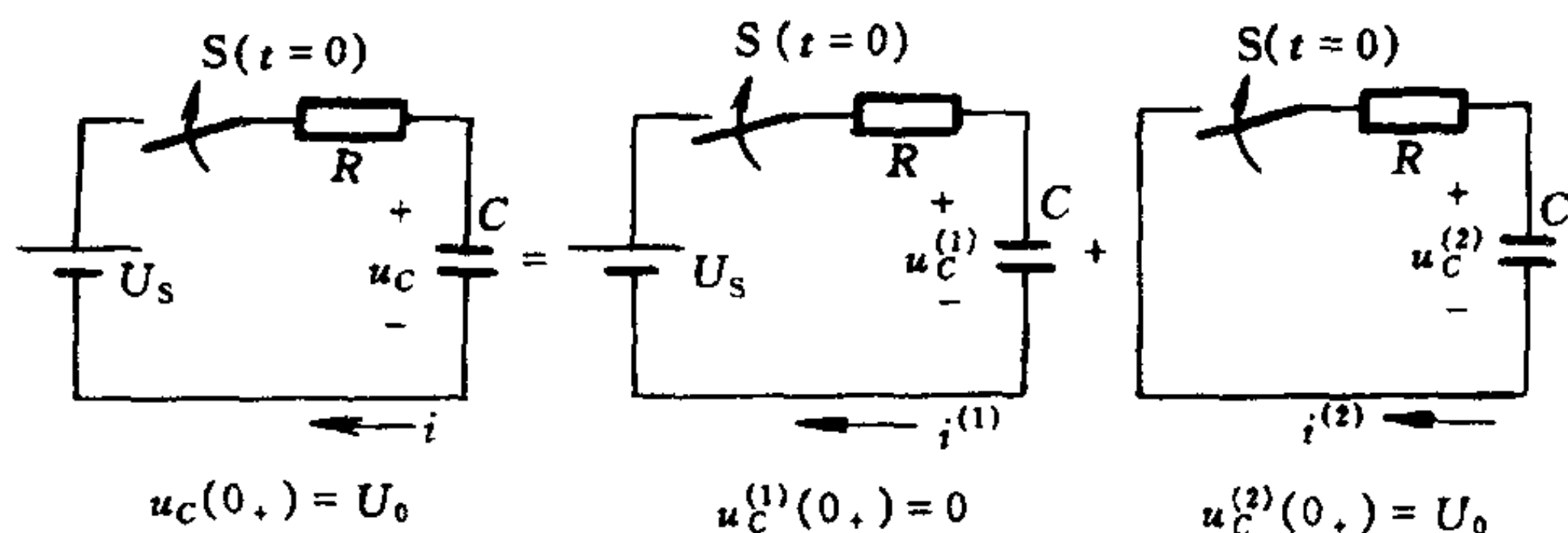


图 1-32 R 、 C 电路的全响应

式(1-24)把全响应分解为强制分量和自由分量之和, 对于图 1-32 电路中 u_c , 有 $u_c(0_+) = U_0$, $u_c'(0_+) = U_s$, 按式(1-24)有

$$u_c = U_s + (U_0 - U_s)e^{-t/RC}$$

其中 U_s 为强制分量, $(U_0 - U_s)e^{-t/RC}$ 为自由分量。自由分量最终趋于零, 所以又称为暂态分量。当激励为常量(恒定)或正弦函数时, 此情况下的强制分量又称为稳态分量, 这是因为在这种情况下强制分量分别为常量或同频率正弦函数。

如果电路中仅有一个储能元件(L 或 C), 电路的其他部分由电阻和独立电源联接而成, 这种电路仍是一阶电路。在求解这类电路时, 可以把储能元件以外的部分, 应用戴维宁定理或诺顿定理进行等效变换, 然后求得储能元件上的电压和电流。

4. 一阶电路的阶跃响应和冲激响应

(1) 单位阶跃函数

单位阶跃函数是一种奇异函数(见图 1-33(a)), 可定义为

$$\epsilon(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0_- \\ 1 & t \geq 0_+ \end{cases} \quad (1-26)$$

它在 $(0_-, 0_+)$ 时域内发生了单位阶跃。这个函数可以用来描述图 1-33(b)所示的开关动作, 它表示在 $t=0$ 时把电路接到单位直流电压时 $u(t)$ 的值。

定义任一时刻 t_0 起始的阶跃函数为

$$\epsilon(t - t_0) = \begin{cases} 0 & t \leq t_{0-} \\ 1 & t \geq t_{0+} \end{cases}$$

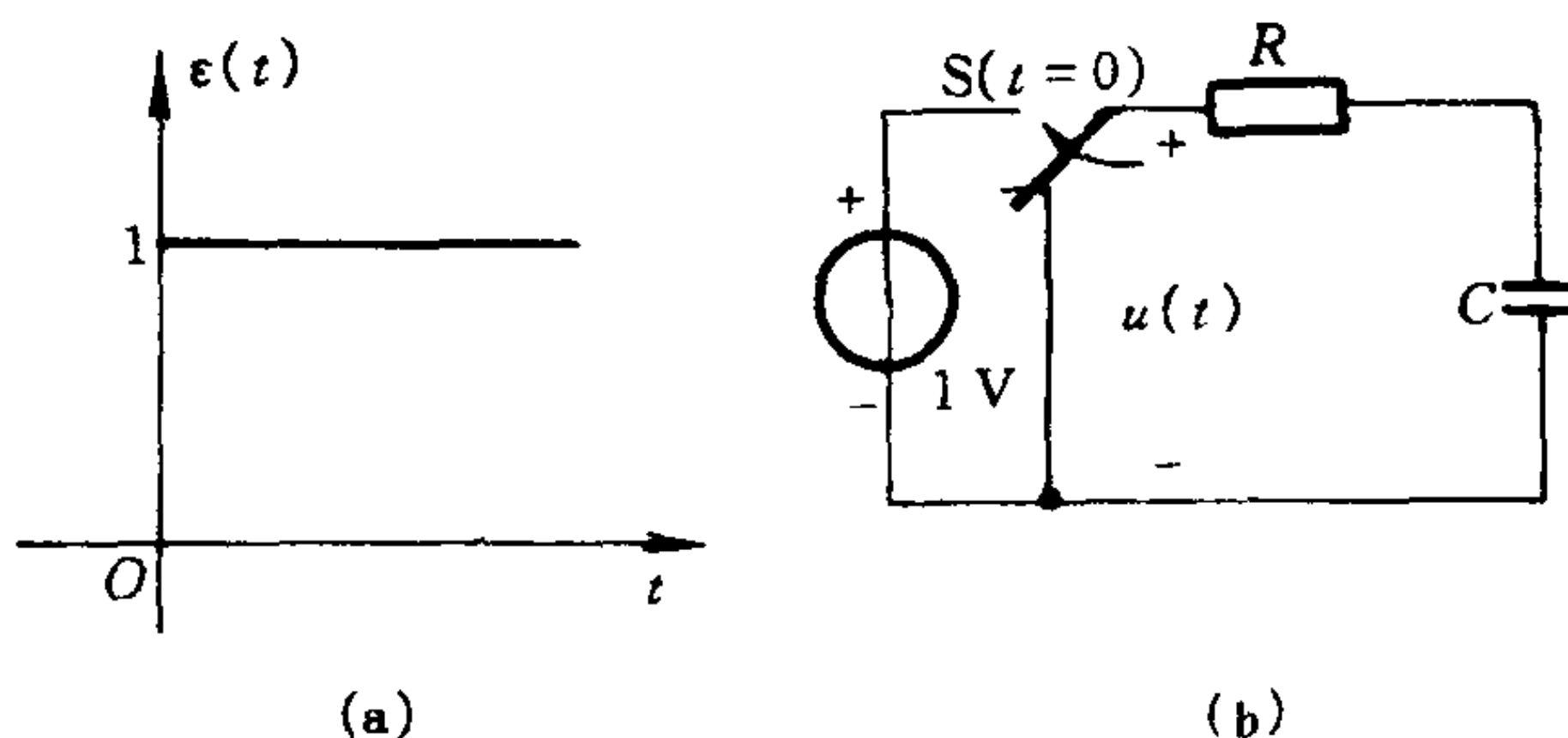


图 1-33 单位阶跃函数

它是延迟的单位阶跃函数。假设把电路在 $t=t_0$ 时接通到一个电压为 $2V$ 的直流电压源，则此外施电压就可写为 $2\epsilon(t-t_0)V$ 。

其次，单位阶跃函数可用来“起始”任意一个函数 $f(t)$ 。设 $f(t)$ 是对所有 t 都有定义的一个任意函数，则

$$f(t)\epsilon(t-t_0)=\begin{cases} f(t) & t \geq t_{0+} \\ 0 & t \leq t_{0-} \end{cases}$$

(2) 单位阶跃响应

把电路对于单位阶跃输入的零状态响应称为电路的阶跃响应，用 $s(t)$ 表示。对于图 1-31 所示电路的单位阶跃响应，只要令 $u_s=\epsilon(t)$ 就能得到，例如电容电压为

$$u_C=(1-e^{-t/\tau})\epsilon(t)$$

(3) 单位冲激函数

单位冲激函数也是一种奇异函数，可定义为

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= 0 & t \geq 0_+ \\ & & t \leq 0_- \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-27)$$

单位冲激函数又称 δ 函数。它在 $t \neq 0$ 处为零，但在 $t=0$ 处为奇异的。

单位冲激函数的图形表示如图 1-34(a) 所示，有时在箭头旁

边还注明“1”。强度为 K 的冲激函数可以用图 1-34(b) 来表示, 此时箭头旁边应注明“ K ”。另外, 把发生在 $t=t_0$ 时的 δ 函数写为 $\delta(t-t_0)$, 用 $K\delta(t-t_0)$ 表示一个强度为 K 发生在 t_0 时的冲激函数。

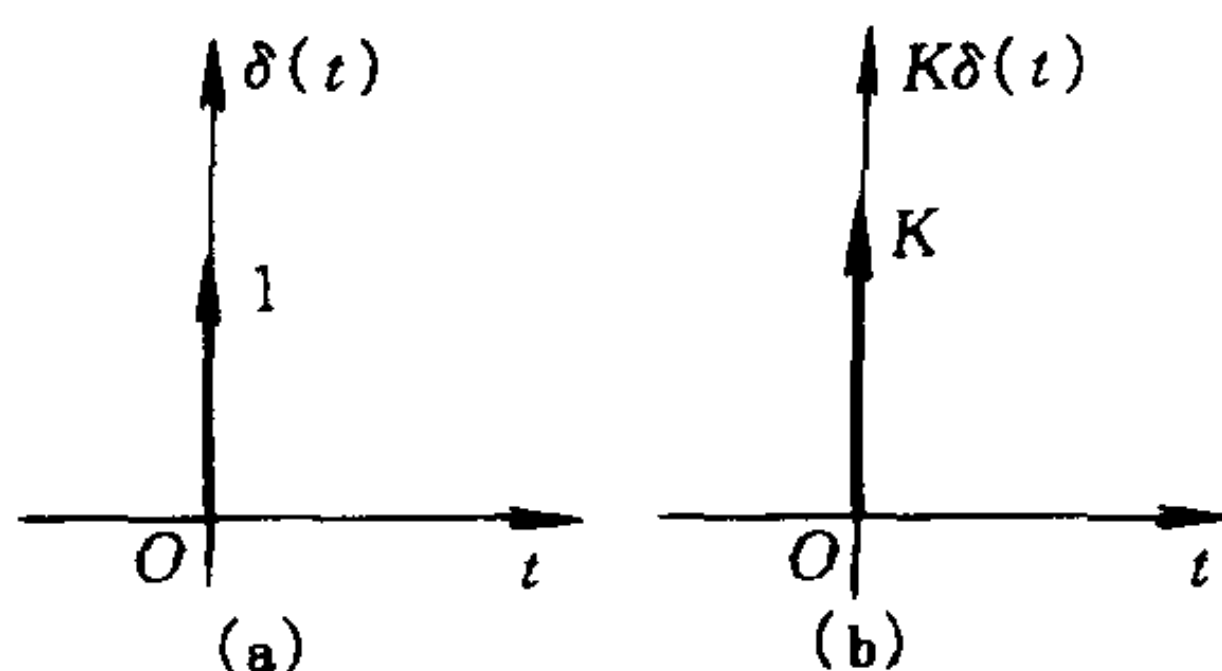


图 1-34 冲激函数

由于当 $t \neq t_0$ 时, $\delta(t-t_0) = 0$, 所以对任意在 $t=t_0$ 时为连续的函数 $f(t)$, 将有

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0)$$

因此

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

这说明, δ 函数有把一个函数在某一瞬间的值“筛”出来的本领, 称为 δ 函数的“筛分”性质。

单位阶跃函数与 δ 函数之间有如下关系:

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t \delta(\xi)d\xi = \begin{cases} 0 & t \leq 0_- \\ 1 & t \geq 0_+ \end{cases}$$

$$\delta(t) = \frac{d\epsilon(t)}{dt}$$

(4) 单位冲激响应

一阶电路在单位冲激函数 $\delta(t)$ 激励下的零状态响应称为它的单位冲激响应。求单位冲激响应, 可以分两个阶段进行: ①在 $t=0_-$ 到 0_+ 的区间内, 这是电路在 $\delta(t)$ 作用下的零状态响应, 电容电压或电感电流发生跃变; ② $t \geq 0_+$ 时, $\delta(t) = 0$, 电路中的响应相当于由初始状态引起的零输入响应。

图 1-35(a) 为一 R 、 C 并联电路, 求电路在单位冲激电流 $\delta_i(t)$ 激励下的零状态响应。根据 KCL 有

$$C \frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R} = \delta_i(t) \quad t \geq 0_-$$

而 $u_C(0_-) = 0$ 。把上式在 $t=0_-$ 到 0_+ 区间内积分得

$$\int_{0_-}^{0_+} C \frac{du_C}{dt} dt + \int_{0_-}^{0_+} \frac{u_C}{R} dt = \int_{0_-}^{0_+} \delta_i(t) dt$$

u_C 不可能是冲激函数, 否则不能满足 KCL。于是上式第二式积分
为零, 从而得

$$C[u_C(0_+) - u_C(0_-)] = 1$$

或

$$u_C(0_+) = \frac{1}{C} + u_C(0_-) = \frac{1}{C}$$

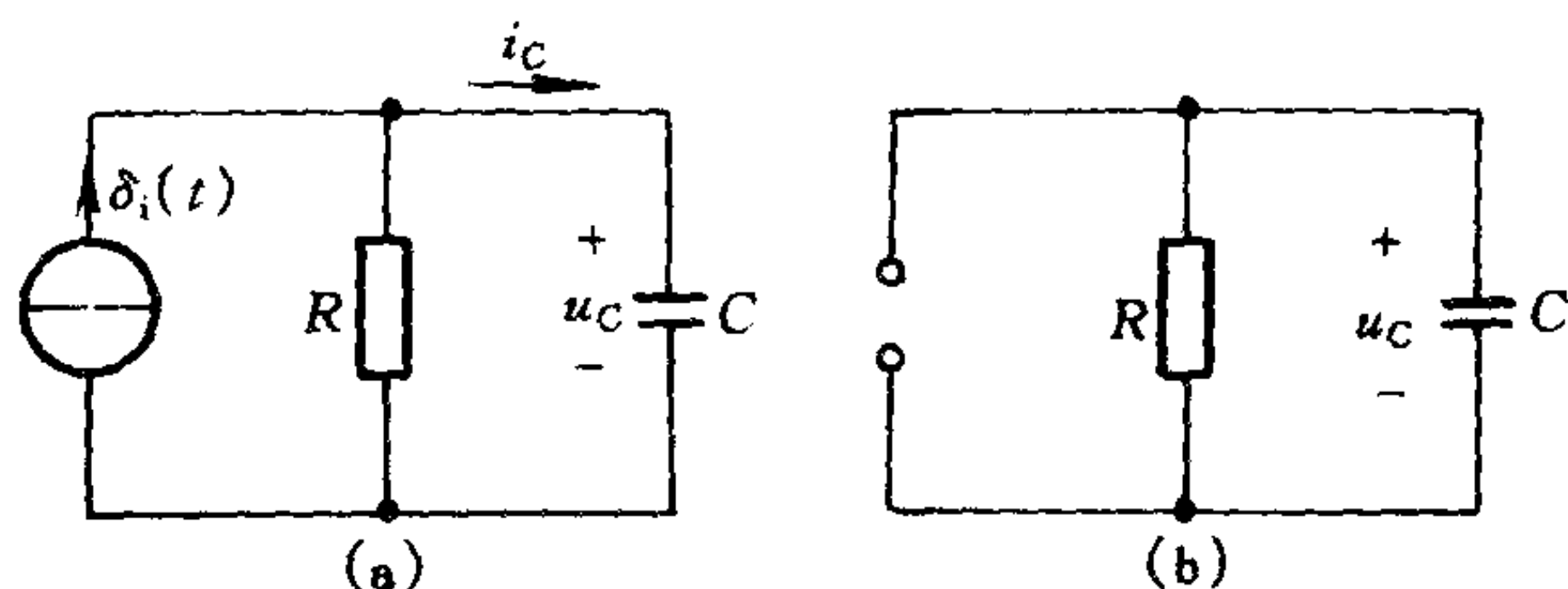


图 1-35 R 、 C 电路的单位冲激响应

当 $t \geq 0_+$ 时, 冲激电流源相当于开路, 用图 1-35(b) 求得 $t \geq 0_+$ 时的电容电压为

$$u_C = u_C(0_+) e^{-t/\tau} = \frac{1}{C} e^{-t/\tau}$$

所求得的 u_C 相当于把电流源开路, 从而形成的 R 、 C 电路放电过程中的电容电压。

(三) 二阶电路的时域分析

1. 二阶电路的零输入响应

用二阶线性常微分方程来描述的电路称为二阶(线性)电路。

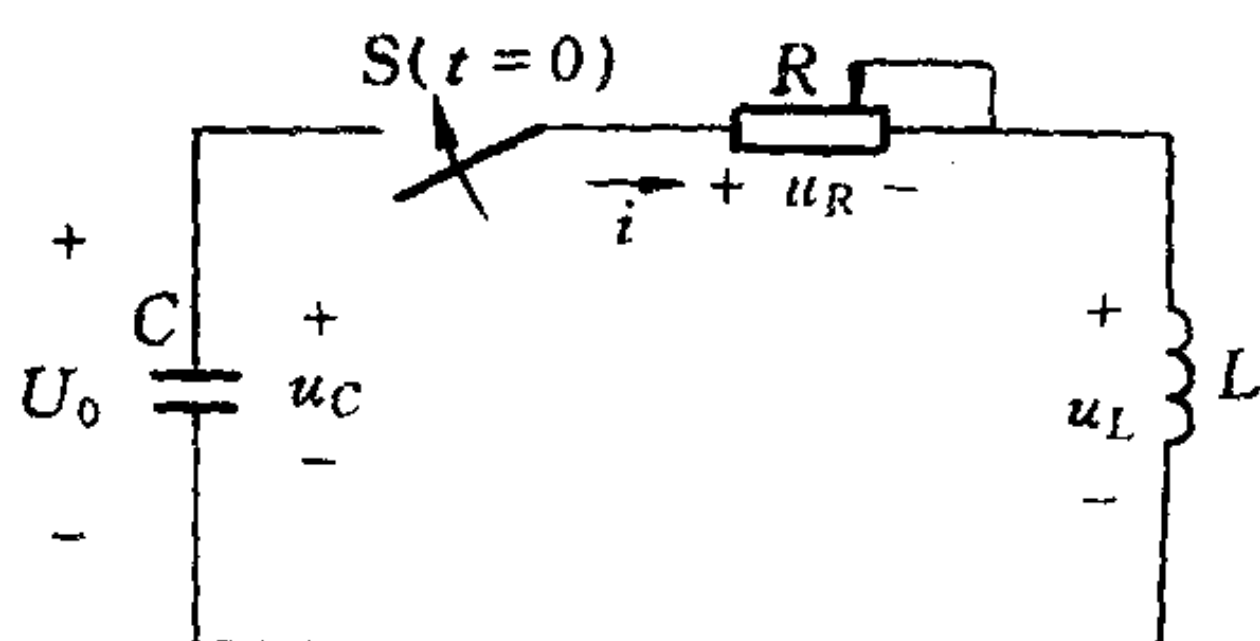


图 1-36 R 、 L 、 C 放电电路

在二阶电路中, 给定的初始条件应有两个, 由储能元件的初始值来决定。

图 1-36 所示的 R 、 L 、 C 串联电路是一个二阶电路。设电容原已充电, 其电压为 U_0 , 电感中的初始电流为零。此电路没

有外施电源，但电路独立的初始条件不为零，因此电路的响应为零输入响应。

在指定的电压、电流参考方向下，按 KVL，可得下列方程

$$-u_C + u_R + u_L = 0$$

从而有

$$LC \frac{d^2 u_C}{dt^2} + RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (1-28)$$

先设 $u_C = Ae^{pt}$ ，然后再确定其中的 p 和 A 。将 $u_C = Ae^{pt}$ 代入式 (1-28) 得特征方程

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0$$

解出特征根为

$$p = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

根号前有正负两个符号，故 p 有两个值。因此电压 u_C 可写成

$$u_C = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (1-29)$$

p_1 、 p_2 仅与电路的参数和结构有关；而 A_1 和 A_2 决定于初始条件 $u_C(0_+)$ 和 $\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0_+}$ 。已知 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$ ，而 $i(0_+) = i(0_-) = 0$ 。由于 $i = -C \frac{du_C}{dt}$ ，因此 $\left. \frac{du_C}{dt} \right|_{t=0_+} = 0$ ，根据这两个初始条件和式 (1-29)，得

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= U_0 \\ p_1 A_1 + p_2 A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-30)$$

因为 $u_C(0_+) = U_0$ ， $i(0_+) = 0$ ，这种情况就是充了电的电容通过 R 、 L 放电的情况。此时有

$$A_1 = \frac{p_2 U_0}{p_2 - p_1}$$

$$A_2 = \frac{-p_1 U_0}{p_2 - p_1}$$

下面分三种情况讨论：

(1) $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, 非振荡放电过程

在这种情况下, p_1 和 p_2 是两个不相等的负实数, 电容上的电压为

$$u_C = \frac{U_0}{p_2 - p_1} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \quad (1-31)$$

(2) $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, 振荡放电过程

在这种情况下, p_1 和 p_2 是一对共轭复根。若令

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad \omega^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

则有 $p_1 = -\delta + j\omega$, $p_2 = -\delta - j\omega$ 。再令 $\omega_0 = \sqrt{\delta^2 + \omega^2}$, $\beta = \arctan \frac{\omega}{\delta}$, 则有 $\omega = \omega_0 \sin \beta$, $\delta = \omega_0 \cos \beta$, 按 $e^{j\beta} = \cos \beta + j \sin \beta$, $e^{-j\beta} = \cos \beta - j \sin \beta$, 可求得

$$p_1 = -\omega_0 e^{-j\beta}, \quad p_2 = -\omega_0 e^{j\beta}$$

因此

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{U_0}{p_2 - p_1} (p_2 e^{p_1 t} - p_1 e^{p_2 t}) \\ &= \frac{U_0}{-2j\omega} [-\omega_0 e^{j\beta} e^{(-\delta + j\omega)t} + \omega_0 e^{-j\beta} e^{(-\delta - j\omega)t}] \\ &= \frac{U_0 \omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin (\omega t + \beta) \end{aligned}$$

根据 $i = -C \frac{du_C}{dt}$ 可求得

$$i = \frac{U_0}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t$$

类似地有

$$u_L = -\frac{U_0 \omega_0}{\omega} e^{-\delta t} \sin (\omega t - \beta)$$

从上述 u_C 、 i 、 u_L 的表达式可以看出, 它们波形呈现为衰减振荡的形状, 在整个过程中, 它们将周期性地改变方向, 储能元件

L 和 C 也将周期性地交换能量。

(3) $R=2\sqrt{\frac{L}{C}}$, 临界情况

在这种情况下, $p_1=p_2=-\frac{R}{2L}=-\delta$ 。可求得

$$u_C=U_0 e^{-\delta t}(1+\delta t)$$

放电过程仍属非振荡性质。通常又把 $R<2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 的情况称为欠阻尼情况; 把 $R>2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 的情况, 称为过阻尼情况; 把 $R=0$ 的情况称为无阻尼情况。

对于一般的二阶电路, 可根据特征根的性质, 仿照上面分析的三种情况, 求出其零输入响应。

2. 二阶电路的零状态响应

二阶电路的两个独立的初始条件均为零, 在外施电源激励下的响应称为零状态响应。其求解步骤为:

- (1) 列出电路的二阶线性非齐次常微分方程;
- (2) 根据特征方程求出电路的特征根, 并求出对应的二阶线性齐次常微分方程的通解;
- (3) 求出非齐次常微分方程的特解;
- (4) 非齐次常微分方程的解为它的特解与齐次常微分方程的通解之和;
- (5) 根据两个独立的零初始条件, 求得二阶非齐次常微分方程的积分常数, 代入微分方程的解的表达式中。

二、重点和难点

本节的重点是: 电路的微分方程的建立和独立的初始条件的确定, 微分方程的求解和积分常数的确定, 一阶电路的三要素法, 复杂一阶电路的全响应, 二阶电路的特征根的三种情况。本节的难点是: 电路微分方程的建立, 由独立初始条件确定微分方程解

的积分常数。

三、例题分析

例 1-13 图 1-37(a)所示电路中的直流电压源的电压为 U_0 。当电路中的电压和电流恒定不变时打开开关 S。试求 $u_C(0_+)$, $i_L(0_+)$, $i_C(0_+)$, $u_L(0_+)$ 和 $u_{R_2}(0_+)$ 。

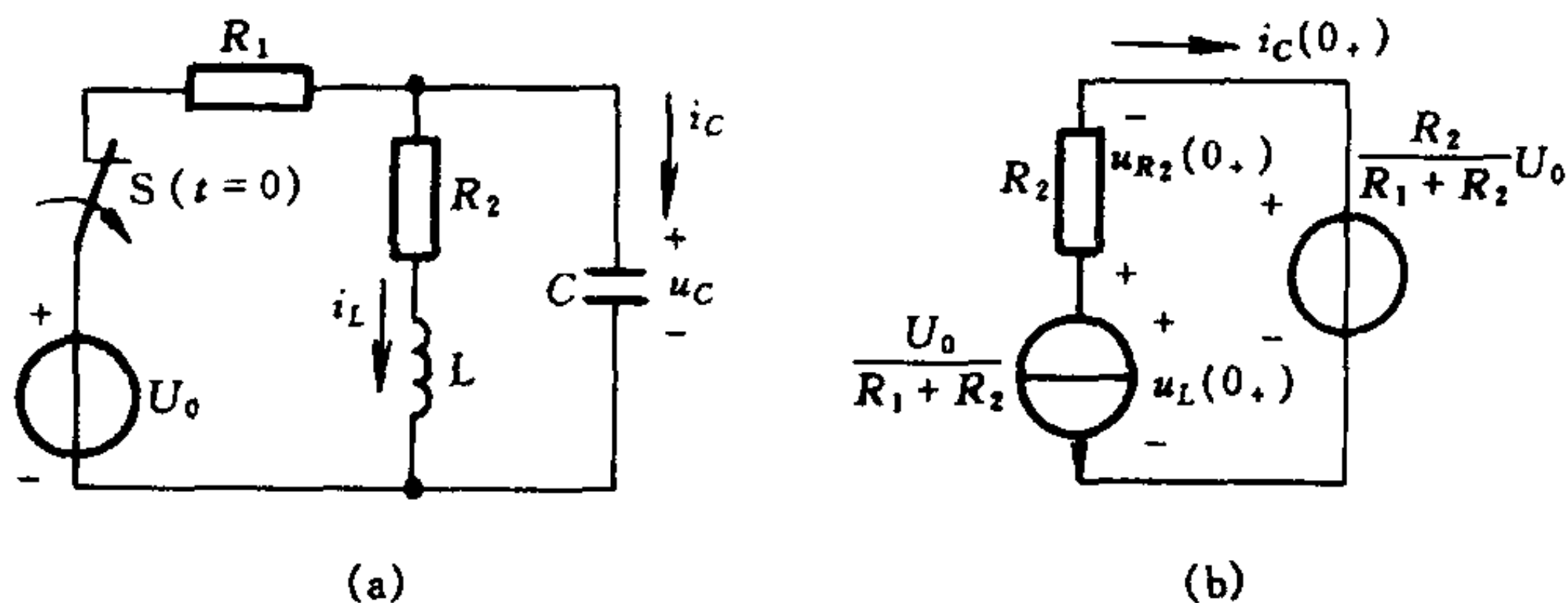


图 1-37 例 1-13 图

解 可以根据 $t=0_-$ 时刻的电路状态来计算 $u_C(0_-)$ 和 $u_L(0_-)$ 。由于开关打开前，电压和电流已恒定不变，故有

$$\left(\frac{du_C}{dt}\right)_{0_-} = 0, \quad \left(\frac{di_L}{dt}\right)_{0_-} = 0$$

所以电容电流和电感电压均为零 ($i_C = Cdu_C/dt$, $u_L = Ldi_L/dt$)，即此时刻的电容相当于开路，电感相当于短路。所以

$$u_C(0_-) = \frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_L(0_-) = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

该电路在换路时， i_L 和 u_C 都不会跃变，所以有 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$, $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ 。 $t=0_+$ 时刻的等效电路如图 1-37(b)所示。根据此图，可以求得

$$i_C(0_+) = -\frac{U_0}{R_1 + R_2} (= -i_L(0_+))$$

$$u_{R_2}(0_-) = -R_2 i_L(0_+) = -\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$u_L(0_+) = 0$$

例 1-14 电路如图 1-38 所示, 其中开关 S 的位置在 $t=0$ 时由 1 倒向 2, 而电感中原有的电流为 $i_L(0_-) = I_0 = U_0/R_0$ 。求开关 S 倒向 2 后电感中电流 i 、电阻上的电压 u_R 和电感上的电压 u_L 。

解 根据 KVL, 有

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad t \geq 0_+$$

令 $i = Ae^{pt}$, 相应的特征方程为

$$Lp + R = 0$$

其特征根为

$$p = -\frac{R}{L}$$

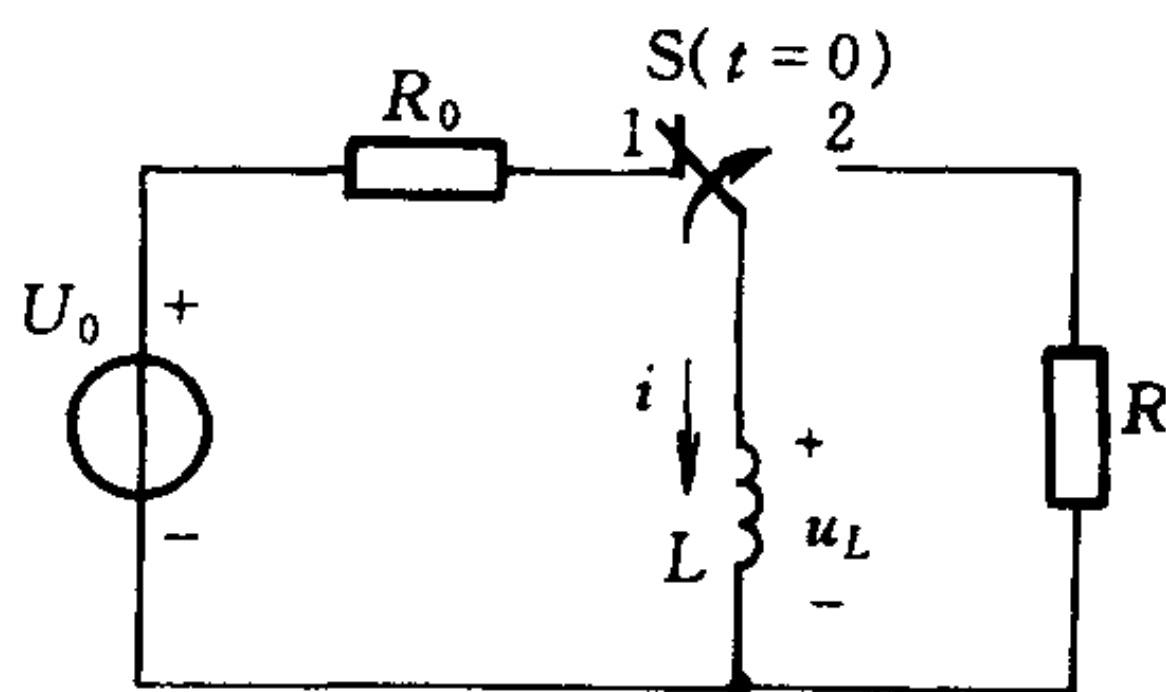


图 1-38 R 、 L 电路的零输入响应

故电流 i 为

$$i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

根据 $i(0_+) = i(0_-) = I_0$, 代入上式可求得 $A = i(0_+) = I_0$, 所以

$$i = i(0_+)e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-t/\tau}$$

上式中 $\tau = L/R$, 称为 R 、 L 串联电路的时间常数。

电阻和电感上电压分别为

$$u_R = Ri = RI_0 e^{-t/\tau}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -RI_0 e^{-t/\tau}$$

例 1-15 图 1-39(a)所示电路中, $U_s = 10V$, $I_s = 2A$, $R = 2\Omega$, $L = 4H$ 。试求 S 闭合后电路中的电流 i_L 和 i 。

解 戴维宁等效电路如图(b)所示, 其中

$$U_\infty = U_s - RI_s = (10 - 4)V = 6V$$

$$R_{eq} = R = 2\Omega$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = -2A$$

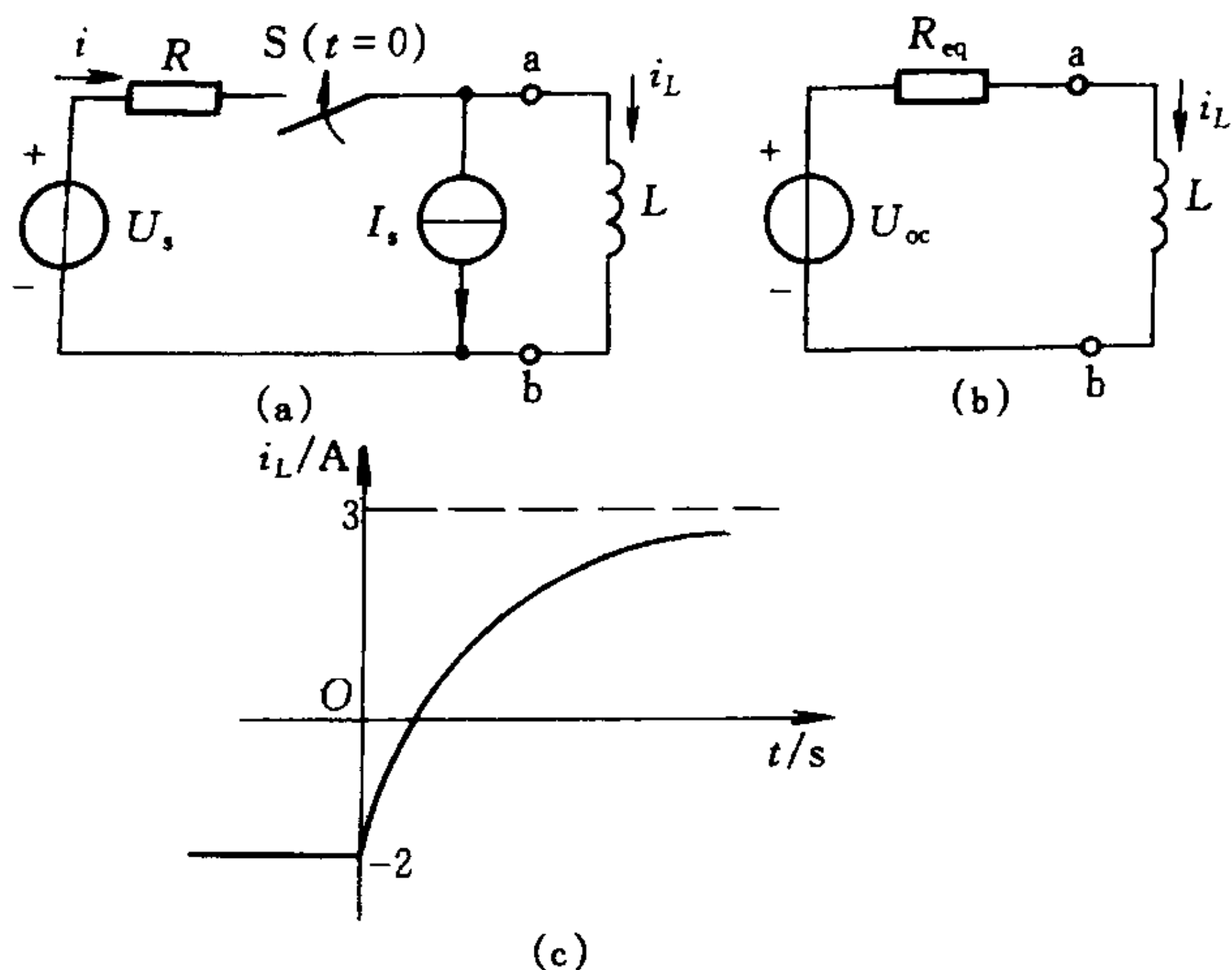


图 1-39 例 1-15 图

$$i_L'(\text{特解}) = \frac{6}{2} \text{ A} = 3 \text{ A}$$

$$\tau = \frac{L}{R_{\text{eq}}} = 2 \text{ s}$$

按三要素法解得

$$i_L = 3 + (-2 - 3)e^{-t/2} = (3 - 5e^{-0.5t}) \text{ A}$$

i_L 随时间变化的曲线见图 1-39(c)。

电流 i 可以根据 KCL 求

得为

$$i = I_s + i_L = (5 - 5e^{-0.5t}) \text{ A}$$

例 1-16 图 1-40 所示电路，开关 S 合在位置 1 时电路已达稳定状态。 $t=0$ 时，开关由位置 1 合向位置 2，在 $t=\tau=RC$ 时又由位置 2 合向位置 1，求 $t \geq 0$ 时的电容电压 u_C 。

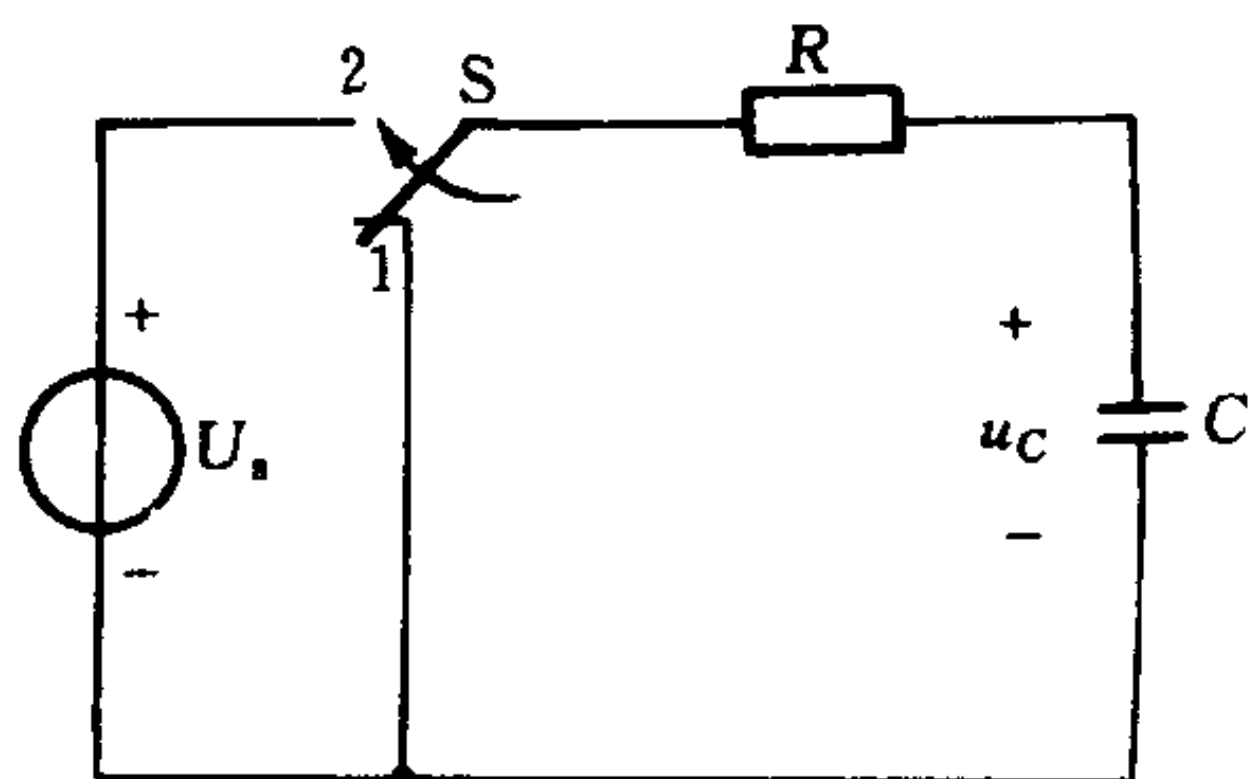


图 1-40 例 1-16 图

解 此题可用两种方法求解

(1) 将电路的工作过程分段求解

在 $0 \leq t \leq \tau$ 区间为 RC 电路的零状态响应:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$u_C = U_s(1 - e^{-t/\tau}), \quad \tau = RC$$

在 $\tau \leq t < \infty$ 区间为 RC 电路的零输入响应:

$$u(\tau) = U_s(1 - e^{-\tau/\tau}) = 0.632U_s$$

$$u_C = 0.632U_s e^{-\frac{t-\tau}{\tau}}$$

(2) 用阶跃函数表示激励, 求阶跃响应

根据开关的动作, 电路的激励 u_s 可写为

$$u_s = U_s \epsilon(t) - U_s \epsilon(t - \tau)$$

RC 电路的单位阶跃响应为

$$s(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \epsilon(t)$$

故

$$u_C = U_s(1 - e^{-t/\tau}) \epsilon(t) - U_s \left[1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau}} \right] \epsilon(t - \tau)$$

例 1-17 图 1-41 所示电路中, $G = 2 \times 10^{-3} \text{S}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $L = 1 \text{H}$, $i_s = \epsilon(t) \text{A}$, 当 $t = 0$ 时把开关 S 拉开, 试求阶跃响应 i_L 、 u_C 和 i_C 。

解 由于 $u_G = u_L = u_C$, 故有

$$Gu_L + C \frac{du_L}{dt} + i_L = i_s$$

而 $u_L = L \frac{di_L}{dt}$, 所以

$$LC \frac{d^2 i_L}{dt^2} + GL \frac{di_L}{dt} + i_L = i_s$$

其特解为

$$i_L = 1 \text{ A}$$

特征方程为

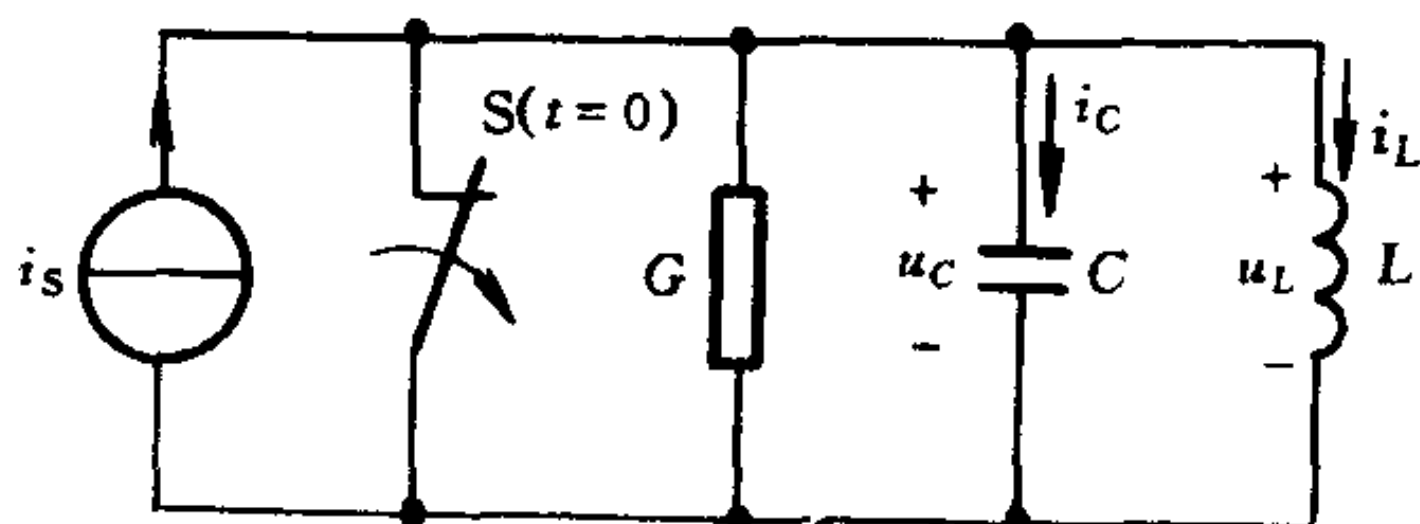


图 1-41 二阶电路的阶跃响应

$$p^2 + \frac{G}{C}p + \frac{1}{LC} = 0$$

代入已知数值后，求得特征根为

$$p_1 = p_2 = p = -10^3$$

表明过渡过程是临界阻尼情况，其通解为

$$i_L = 1 + (A_1 + A_2 t)e^{-10^3 t} \text{ A}, t \geq 0_+$$

$t = 0_+$ 时的初始值为

$$i_L(0_+) = 0$$

$$\left(\frac{di_L}{dt} \right)_{0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+) = \frac{1}{L} u_C(0_+) = 0$$

把初始条件代入通解，可得出求解积分常数的方程为

$$A_1 + 0 = -1$$

$$-10^3 A_1 + A_2 = 0$$

解得 $A_1 = -1$, $A_2 = -10^3$ 。最后有

$$i_L = [1 - (1 + 10^3 t)e^{-10^3 t}] \epsilon(t) \text{ A}$$

$$u_C = L \frac{di_L}{dt} = 10^6 t e^{-10^3 t} \epsilon(t) \text{ V}$$

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = (1 - 10^3 t)e^{-10^3 t} \epsilon(t) \text{ A}$$

第四节 正弦交流分析

一、基本内容和知识点

(一) 相量法

1. 正弦量

在线性电路中，如果全部激励都是同一频率的正弦函数，则电路中的稳态响应也将是同一频率的正弦函数。这类电路称为正弦电流电路。

另外，电工技术中的非正弦的周期函数，都可以分解为一个频率成倍数的正弦函数的无穷级数。这类问题也可以按正弦电流电路的方式来分析。

(1) 正弦量的三要素

按正弦规律变化的电压、电流等，都称为正弦量。图 1-42 所示一段正弦电流电路，其电流 i 的表达式为

$$i = I_m \cos(\omega t + \phi_i) \quad (1-32)$$

式中三个常数 I_m 、 ω 、 ϕ_i 称为正弦量的三个要素。 I_m 称为正弦电流 i 的振幅； ω 就是相角随时间变化的速度，单位是 rad/s，称为 i 的角频率； ϕ_i 称为 i 的初相角（初相），它是正弦量在 $t=0$ 时刻的相角，单位是弧度或度，通常在 $|\phi_i| \leq \pi$ 的主值范围内取值。

另外，角频率 ω 与正弦量的周期 T 和频率 f 有如下关系

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$$



图 1-42 正弦电流电路

(2) 正弦量的有效值

周期电流 i 的有效值（用大写字母 I 表示）定义为

$$I \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (1-33)$$

式中 T 为周期。有效值又称方均根值。

当周期电流为正弦量时， $I = I_m / \sqrt{2}$ 或 $I_m = \sqrt{2} I$ 。引入有效值后，可以将式(1-32)写成如下形式

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi_i)$$

(3) 正弦量的相位差

设任意两个同频率的正弦量，例如 $u = U_m \cos(\omega t + \phi_1)$ 和 $i = I_m \cos(\omega t + \phi_2)$ ，它们之间的相角或相位之差称为相位差，用 φ 表示，即

$$\varphi = (\omega t + \phi_1) - (\omega t + \phi_2) = \phi_1 - \phi_2$$

即对两个同频率的正弦量来说，相位差在任何瞬间都是一个常数，

即等于它们的初相之差,而与时间无关。 φ 也采用主值范围的角度或弧度来表示。

当 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 > 0$, 称电压的相角超前电流的相角一个角度 φ , 或说电流 i 滞后于电压 u 一个角度 φ 。

如果 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 < 0$, 结论与上述情况刚好相反。

当 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 = 0$, 则称两个正弦量同相位(简称同相)。

当 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 = \frac{\pi}{2}$, 则称为相位正交。

当 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 = \pi$, 则称为反相。

2. 相量法的基本概念

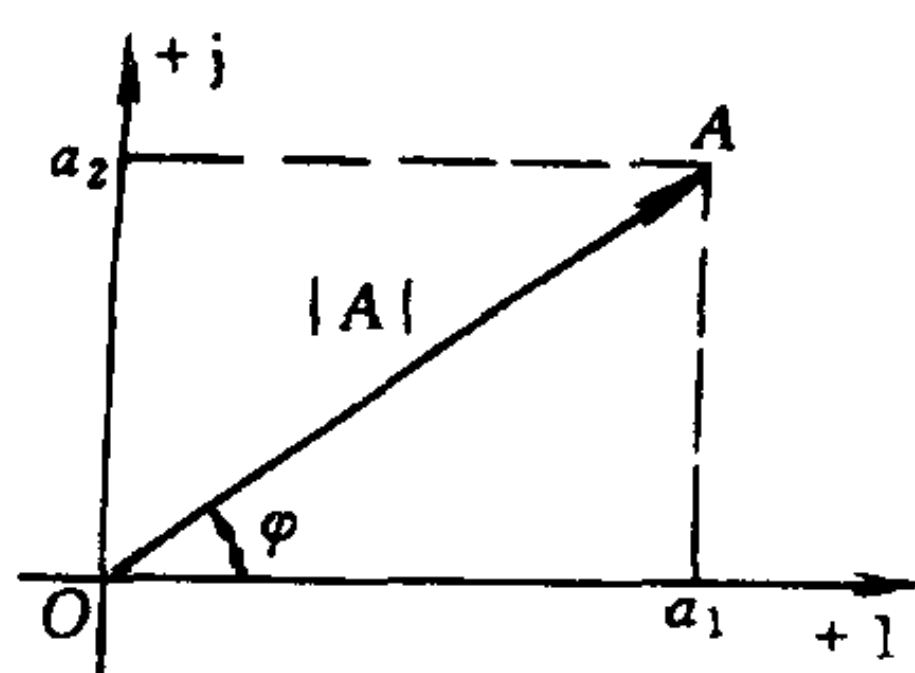
(1) 复数的几种形式

一个复数 A 可以用几种形式来表示, 简介如下:

① 代数形式: $A = a_1 + ja_2$

② 三角形形式: $A = |A| \cos \varphi + j|A| \sin \varphi = |A| (\cos \varphi + j \sin \varphi)$,

式中 $|A| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$, $\tan \varphi = a_2/a_1$, $|A|$ 称为复数 A 的模(或幅值); 模总取正值; φ 称为 A 的幅角。



复数在复平面上可用向量表示, 见图 1-43。

③ 复数的指数形式: 由欧拉公式 $e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$, 可得 $A = |A| e^{j\varphi}$

④ 复数的极坐标形式: $A = |A| \angle \varphi$, 它是复数的三角形形式和指数形式的简写形式, 在电工中常用此形式。

图 1-43 复数的向量表示

(2) 复数的运算

① 复数的相加或相减: 用代数形式进行。例如 $A = a_1 + ja_2$, $B = b_1 + jb_2$, 则 $A \pm B = (a_1 \pm b_1) + j(a_2 \pm b_2)$

② 复数的乘除运算: 常用指数形式或极坐标形式。当两个复数相乘时, 有下式

$$AB = |A| e^{j\varphi_a} |B| e^{j\varphi_b} = |A| \cdot |B| e^{j(\varphi_a + \varphi_b)}$$

当两个复数相除时，有下式

$$\frac{A}{B} = \frac{|A|e^{j\varphi_a}}{|B|e^{j\varphi_b}} = \frac{|A|}{|B|}e^{j(\varphi_a - \varphi_b)}$$

(3) 正弦量的相量

根据欧拉公式，有

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i) = \operatorname{Re}[\sqrt{2} I e^{j(\omega t + \psi_i)}] \\ &= \operatorname{Re}[\sqrt{2} I e^{j\psi_i} e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad (1-34)$$

上式中 $[\sqrt{2} I e^{j\psi_i} e^{j\omega t}]$ 称为复指数函数，将其中的正弦量的有效值 I 和初相 ψ_i 结合成一个复数表示出来，这个复数称为正弦量的相量，并记为

$$\dot{I} = |\dot{I}| e^{j\psi_i} = I e^{j\psi_i} = I \angle \psi_i \quad (1-35)$$

式中 \dot{I} 就表示正弦电流的相量。这样，相量 \dot{I} 和正弦时间函数 $i (= \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i))$ 之间存在一一对应的关系。同理，电压 $u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \psi_u)$ ，其对应的相量 $\dot{U} = U \angle \psi_u$ 。相量的运算过程与一般复数并无区别。另外，相量可以在复平面上用向量表示。图 1-44 所示为电流相量。这种表示相量的图称为相量图。

正弦量的运算可以用对应的相量来进行。

① 同频(率)正弦量的代数和仍为一个同频率的正弦量。设

$$i = i_1 + i_2 + \dots$$

其中 $i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos(\omega t + \psi_1)$ ， $i_2 = \sqrt{2} I_2 \cos(\omega t + \psi_2)$ ， \dots ，由式(1-34)和(1-35)可知

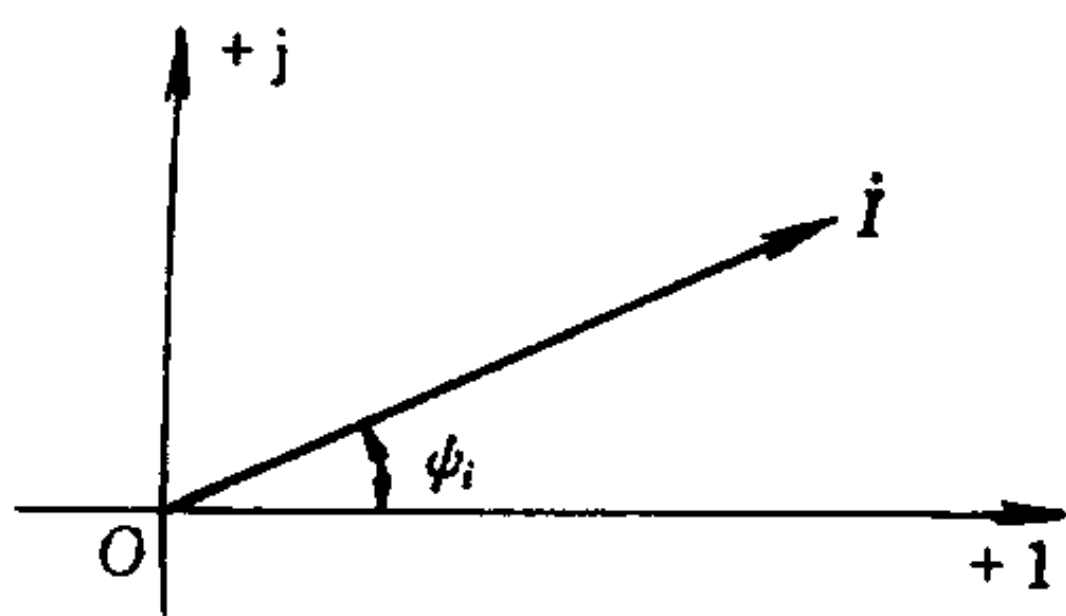


图 1-44 电流的相量图

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots = I_1 \angle \psi_1 + I_2 \angle \psi_2 + \dots$$

② 正弦量的微分：设 $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$ ，则 di/dt 对应的相量为原正弦量的相量乘以 $j\omega$ ，即表示 di/dt 的相量为

$$j\omega \dot{I} = \omega I \angle \psi_i + \frac{\pi}{2}$$

③ 正弦量的积分：设 $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi_i)$ ，则表示 $\int i dt$ 的相量为

$$\frac{\dot{I}}{j\omega} = \frac{1}{\omega} I \angle \phi_i - \frac{\pi}{2}$$

3. 基尔霍夫定律的相量形式

正弦电流电路中的电压、电流全部是同频率的正弦量，因此电路的微(积)分方程的特解可以用相量法转换为代数方程来求解。

基尔霍夫定律的相量形式为

$$\text{KCL} \quad \Sigma \dot{I} = 0$$

$$\text{KVL} \quad \Sigma \dot{U} = 0$$

4. 电路元件电压、电流关系的相量形式

(1) 电阻 R 的电压、电流关系

当正弦电流 $i_R = \sqrt{2} I_R \cos(\omega t + \phi_i)$ 通过电阻 R 时，其端电压 $u_R = \sqrt{2} U_R \cos(\omega t + \phi_u)$ ，则有如下相量关系

$$\dot{U}_R = R \dot{I}_R \quad \text{即} \quad U_R \angle \phi_u = R I_R \angle \phi_i$$

图 1-45(a) 为表示电阻电压、电流相量关系的电路图，而图 1-45(b) 为对应的相量图。

(2) 电感 L 的电压、电流关系

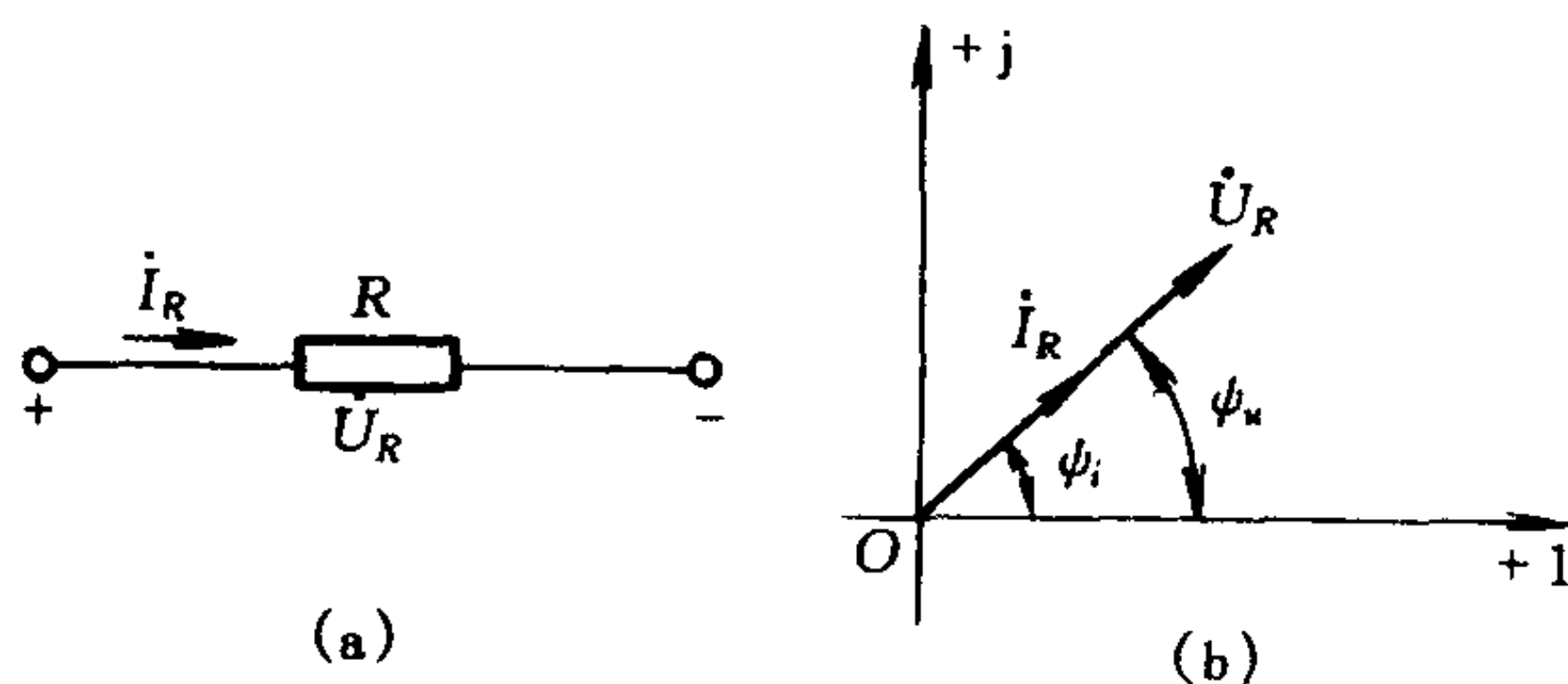


图 1-45 电阻的电压、电流相量关系

当 $i_L = \sqrt{2} I_L \cos(\omega t + \phi_i)$ 通过电感 L 时, 其端电压 $u_L = \sqrt{2} U_L \cos(\omega t + \phi_u)$, 它们时域形式的关系为 $u_L = L \frac{di_L}{dt}$, 而相应的相量形式为

$$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L \quad \text{即 } U_L \angle \phi_u = \omega L I_L \angle \phi_i + \frac{\pi}{2}$$

图 1-46(a) 是电感的电压、电流相量关系的示意图, 而图 1-46(b) 为对应的相量图。

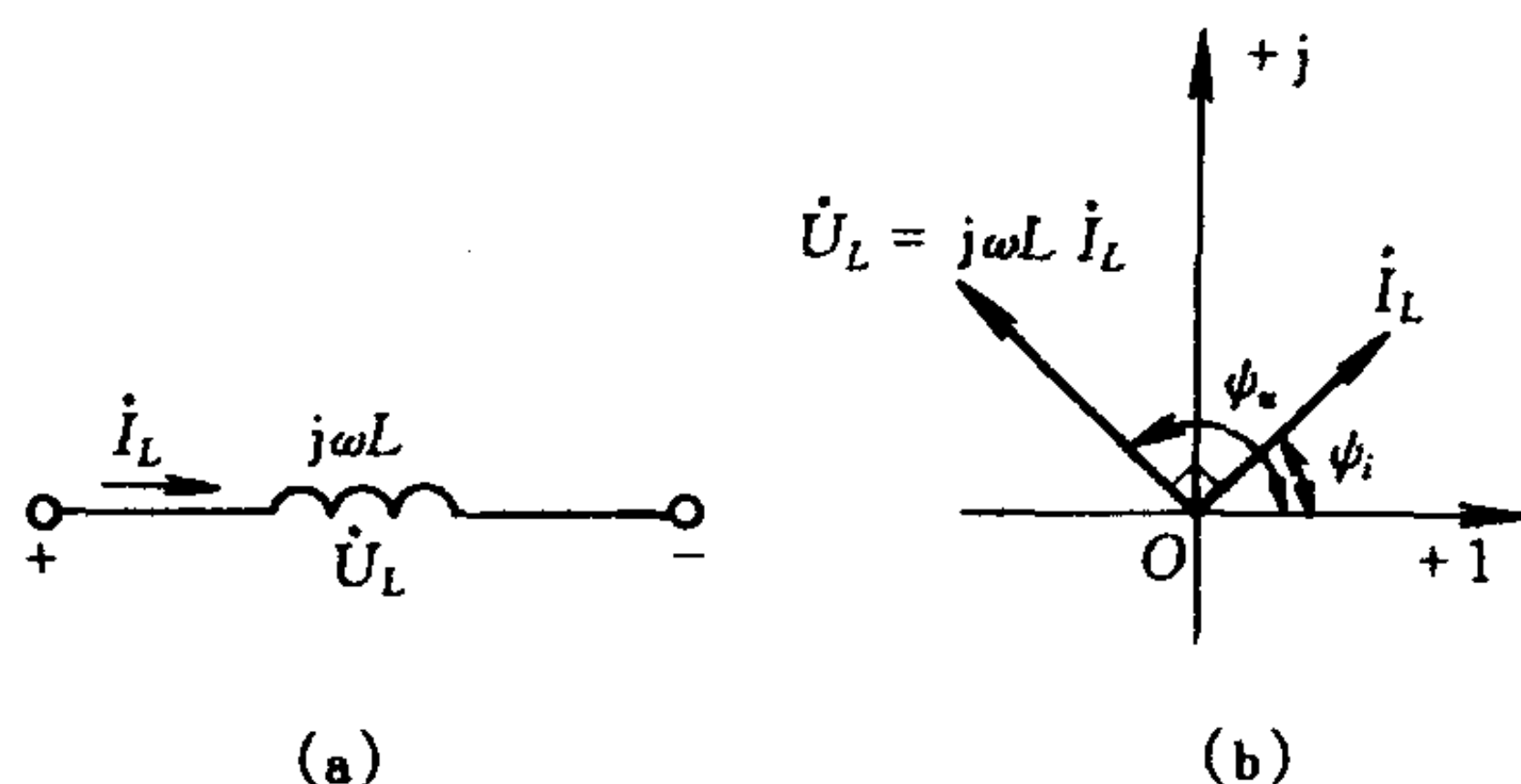


图 1-46 电感的电压、电流相量关系

(3) 电容 C 的电压、电流关系

当 $u_C = \sqrt{2} U_C \cos(\omega t + \phi_u)$ 加于电容两端时, 电容中电流为 $i_C = \sqrt{2} I_C \cos(\omega t + \phi_i)$, 它们的时域关系为 $i_C = C du_C/dt$, 相应的相量形式为

$$\dot{I}_C = j\omega C \dot{U}_C \quad \text{即 } I_C \angle \phi_i = \omega C U_C \angle \phi_u + \frac{\pi}{2}$$

或 $\dot{U}_C = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$

图 1-47(a) 为电容的电压、电流相量关系的示意图, 图 1-47(b) 为对应的相量图。

(二) 正弦电流电路的分析

1. 阻抗与导纳

对于由 R 、 L 、 C 元件构成的不含独立源的一端口 (见图 1-48

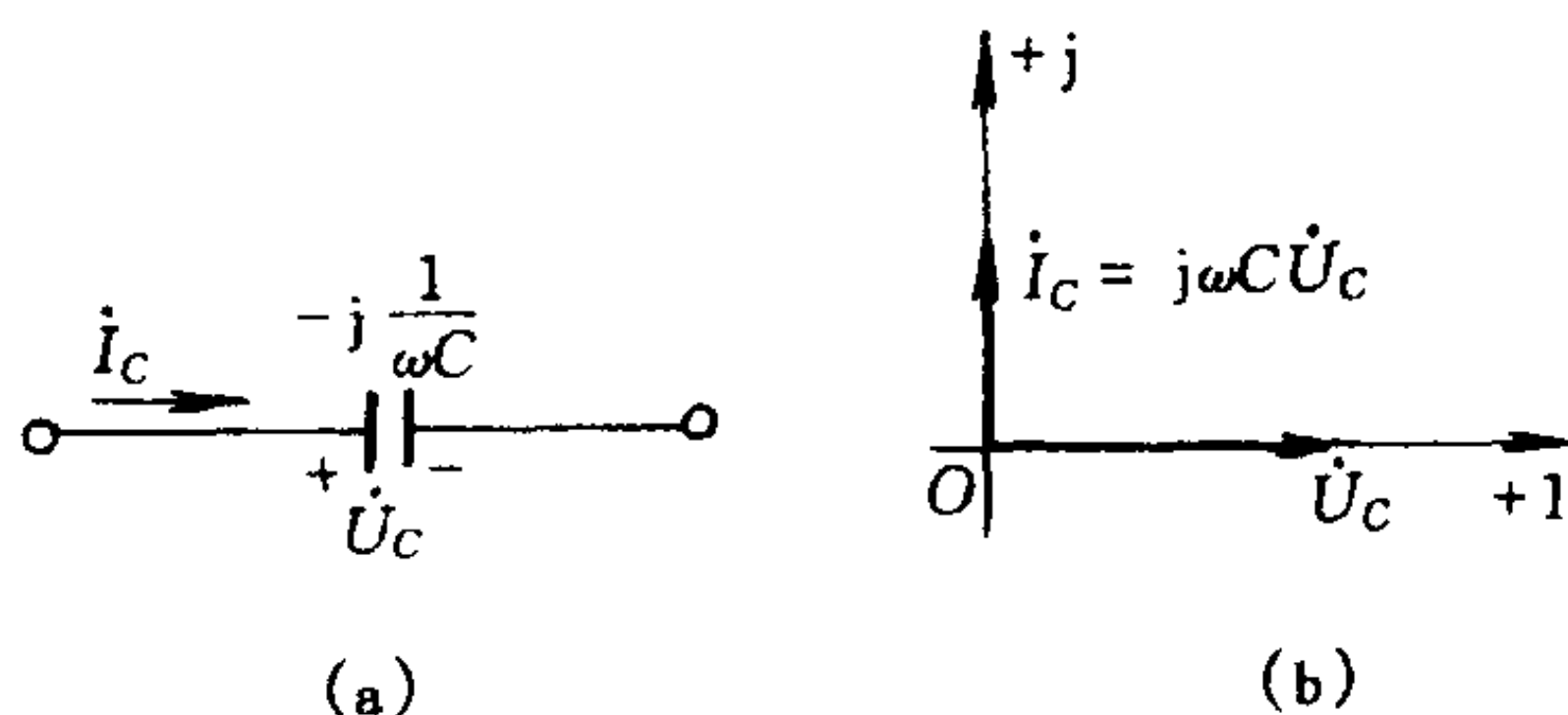
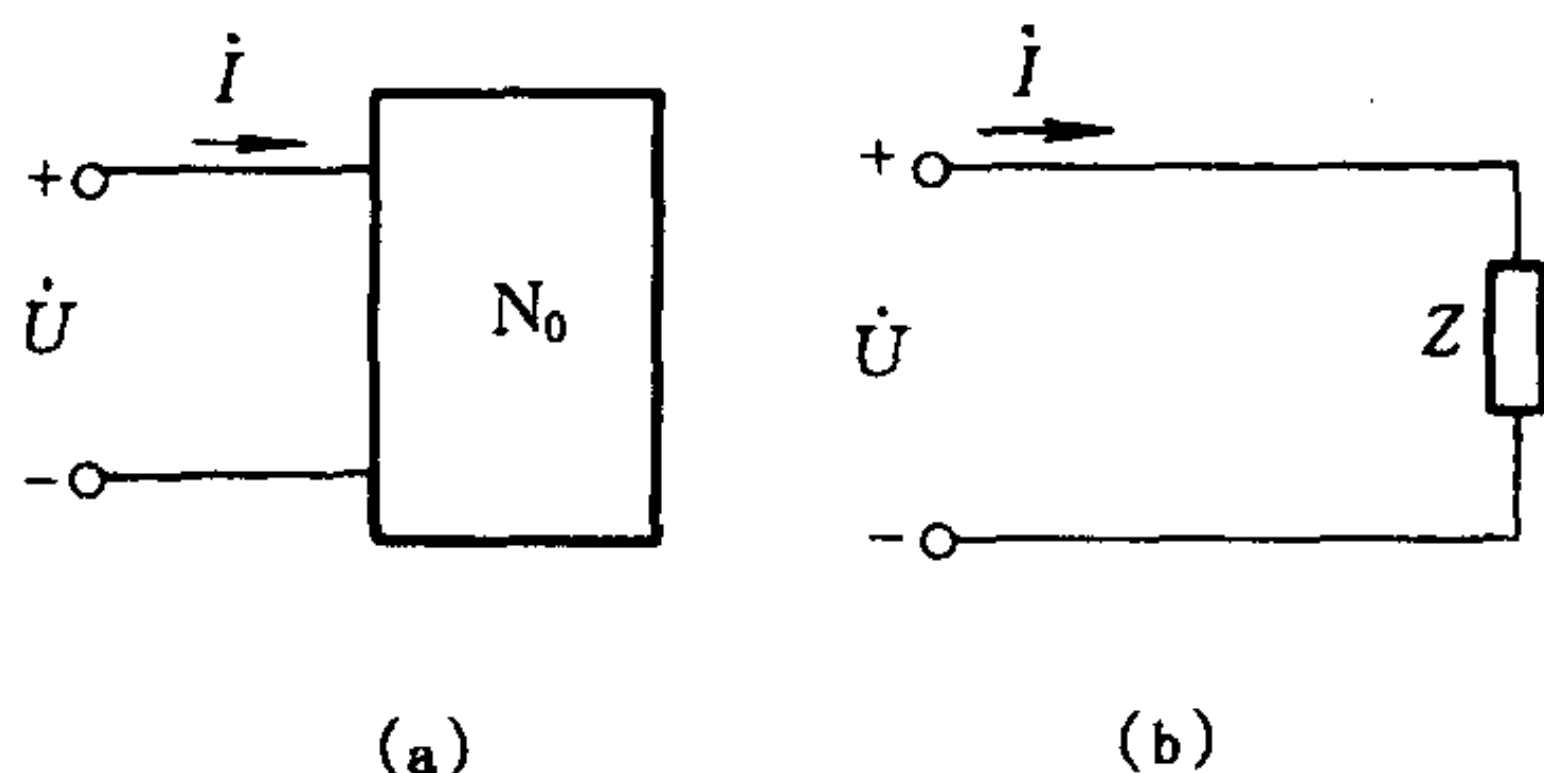


图 1-47 电容的电压、电流相量关系

(a)), 其端口电压相量 $\dot{U} = U \angle \psi_u$ 、端口电流相量 $\dot{I} = I \angle \psi_i$ 。
 \dot{U} 和 \dot{I} 之比用 Z 表示, 即有

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = |Z| \angle \varphi_z$$

Z 称为一端口的驱动点阻抗简称阻抗, $|Z| = U/I$, 而 $\varphi_z = \psi_u - \psi_i$ 。



Z 是一个复数, 所以又称为(复数)阻抗, $|Z|$ 是阻抗的模, φ_z 为阻抗角。阻抗的图形符号如图 1-48(b)所示。当阻抗表示成 $Z = R + jX$, $\text{Re}[Z] = R$ 称为“电阻”, 而 $\text{Im}[Z] = X$, 称为“电抗”。

图 1-48 (驱动点)阻抗和导纳

“电抗”。

电阻 R 、电感 L 和电容 C 的阻抗 Z_R 、 Z_L 和 Z_C 分别为

$$Z_R = R, Z_L = j\omega L, Z_C = -j \frac{1}{\omega C}$$

可以看出, Z_L 的电抗(用 X_L 表示)为 ωL , Z_C 的电抗(用 X_C 表示)为 $-1/\omega C$, 且 X_L 称为感抗, X_C 称为容抗。

同理, 一端口的端口电流相量 \dot{I} 与电压相量 \dot{U} 之比用 Y 表示, 即有

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = |Y| \angle \varphi_y$$

其中 $|Y| = I/U$, $\varphi_y = \varphi_i - \varphi_u$ 。Y 称为一端口的驱动点导纳, 又称为(复数)导纳, $|Y|$ 是导纳的模, φ_y 为导纳角。其图形符号与阻抗一样(见图 1-48(b))。

导纳可表示成 $Y = G + jB$, $\operatorname{Re}[Y] = G$, 称为“电导”, $\operatorname{Im}[Y] = B$, 称为“电纳”。

电阻 R 、电感 L 、电容 C 的导纳 Y_R 、 Y_L 、 Y_C 分别为

$$Y_R = 1/R, Y_L = 1/j\omega L = -j/\omega L, Y_C = j\omega C$$

Y_L 的“电纳”用 B_L 表示, $B_L = -1/\omega L$; Y_C 的“电纳”用 B_C 表示, $B_C = \omega C$ 。 B_L 称为感纳, B_C 称为容纳。

一般情况下, Z 和 Y 将是正弦激励的角频率 ω 的函数, 故可写为

$$Z(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$$

$$Y(j\omega) = G(\omega) + jB(\omega)$$

对同一个一端口, 阻抗 Z 和导纳 Y 互为倒量, 即有

$$Y = 1/Z \text{ 或 } Z = 1/Y$$

2. 阻抗(导纳)的串联和并联、相量图

对于由 n 个阻抗串联而成的电路, 其等效阻抗为

$$Z = Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n$$

对于由 n 个导纳并联而成的电路, 其等效导纳为

$$Y = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$$

在正弦电流电路分析中, 往往需要作一种能反映电路 KCL、KVL 的电压、电流关系的相量图, 这种图称为电路的相量图。图中除了按比例画出各相量的模外, 更重要的是确定各相量的相位关系。它们是根据元件(或支路)的阻抗(导纳)角来相对确定的。在作串联电路的相量图时, 一般取电流为参考相量, 从而确定各元件上的电压相量; 在作并联电路的相量图时, 一般取电压为参考

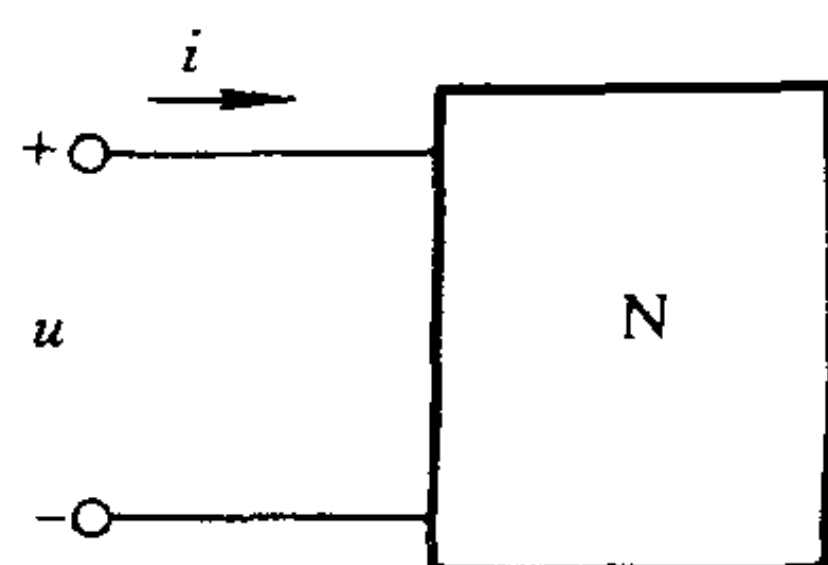


图 1-49 功率

相量，从而确定各元件的电流相量。

3. 正弦电流电路的功率

对图 1-49 所示一端口，有

$$p = ui$$

在正弦稳态的情况下，设正弦电压和电流分别为

$$u = \sqrt{2} U \cos \omega t$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi)$$

在某瞬时输入该电路的功率为

$$\begin{aligned} p &= ui = \sqrt{2} U \cos \omega t \times \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) \\ &= UI [\cos \varphi + \cos(2\omega t - \varphi)] \end{aligned} \quad (1-36)$$

可见，瞬时功率有恒定分量 $UI \cos \varphi$ 和正弦分量两部分。

如果把式(1-36)展开为

$$p = UI \cos \varphi [1 + \cos 2\omega t] + UI \sin \varphi \sin 2\omega t \quad (1-37)$$

上式表明， p 分为两部分，其一， $UI \cos \varphi [1 + \cos 2\omega t]$ 是非正弦周期量，是不可逆的分量；其二， $UI \sin \varphi \sin 2\omega t$ 是正弦量，是输入一端口的瞬时功率中的可逆分量。它一个周期内正负交替变化两次，表明一端口内部与外部之间周期性地交换能量。

瞬时功率的实用意义不大，定义如下 3 种功率

(1) 平均功率，又称有功功率

$$P \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{T} \int_0^T p dt = UI \cos \varphi = UI \lambda$$

上式表明，有功功率就是式(1-36)中的恒定分量，也是式(1-37)中不可逆部分的恒定分量。当一端口内部不含独立源时， $\lambda (= \cos \varphi)$ 称为该一端口的功率因数。 $\lambda > 0$ 时，表明该一端口吸收有功功率； $\lambda < 0$ 时，表明该一端口发出有功功率。有功功率的单位为 W。

(2) 无功功率 Q

$$Q \stackrel{\text{def}}{=} UI \sin \varphi$$

它是式(1-37)中可逆分量的幅值(最大值)。当 $\sin \varphi > 0$ 时, 认为该一端口“吸收”无功功率; 当 $\sin \varphi < 0$ 时, 认为该一端口“发出”无功功率。无功功率的单位为乏(var)。

(3) 视在功率 S

$$S \stackrel{\text{def}}{=} UI$$

单位为伏安(VA)。

以上 3 种功率之间满足如下关系

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \tan \varphi = \frac{Q}{P}$$

式中 $\varphi = \psi_u - \psi_i$ 。这一关系可用复功率来表达, 定义一端口的复功率 \bar{S} , 即

$$\bar{S} \stackrel{\text{def}}{=} P + jQ = UI \angle \psi_u - \psi_i = UI \angle \varphi$$

由于 $\dot{U} = U \angle \psi_u$, $\dot{I} = I \angle \psi_i$, $\dot{I}^* = I \angle -\psi_i$ (\dot{I} 的共轭相量), 所以 \bar{S} 又可表示为

$$\bar{S} = U \angle \psi_u \cdot I \angle -\psi_i = \dot{U} \dot{I}^*$$

对于正弦电流电路, 可以证明电路中的复功率守恒, 即有

$$\Sigma \bar{S} = 0$$

同时有 $\Sigma P = \Sigma UI \cos \varphi = 0$ 和 $\Sigma Q = \Sigma UI \sin \varphi = 0$ 。但在一般情况下, 总的视在功率并不是各部分视在功率之和。

4. 正弦电流电路的稳态分析

根据相量法的特点, 可见电路基本定律的相量形式, 在形式上与线性电阻电路相同, 对于电阻电路, 有

$$\Sigma i = 0, \Sigma u = 0, u = Ri$$

对于正弦电流电路

$$\Sigma \dot{I} = 0, \Sigma \dot{U} = 0, \dot{U} = Z \dot{I}$$

所以分析计算线性电阻电路的各种方法(等效变换、结点法、回路法等)和电路定理, 用相量法就可以推广用于正弦电流电路, 其差别仅在于所得到的电路方程为相量形式的代数方程(复数方程)以

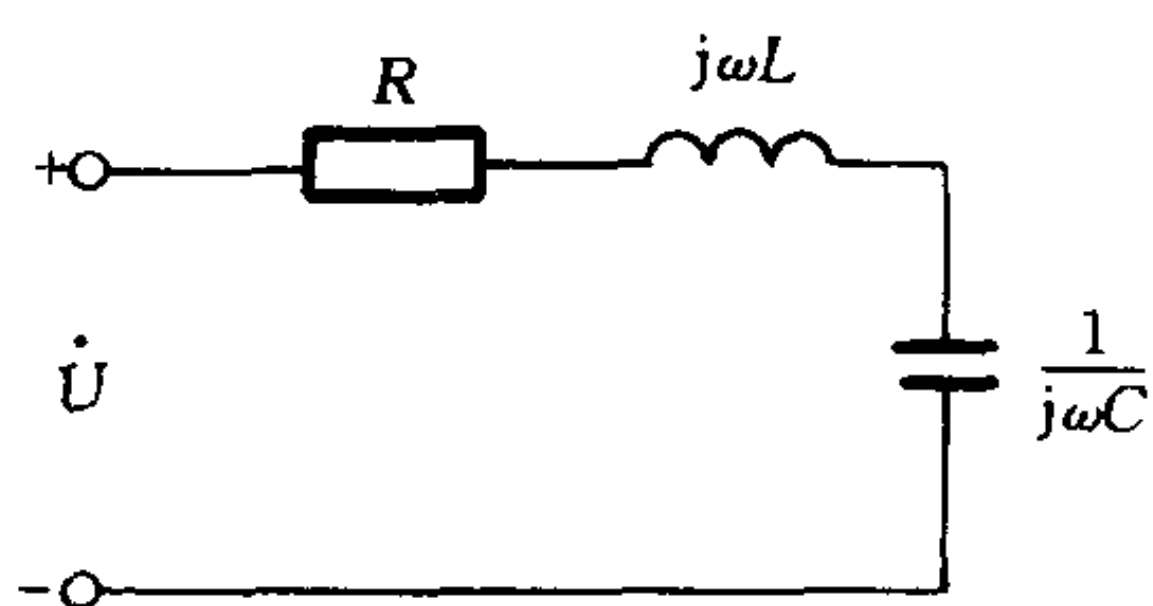


图 1-50 R 、 L 、 C 串联谐振电路

及用相量描述的定理，而计算为复数运算。

5. 正弦电流电路的谐振

(1) 串联谐振

对于图 1-50 所示的 R 、 L 、 C 串联电路，在正弦激励下，当端口的电压相量 \dot{U} 与电流相量 \dot{I} 同相时，这一工作状况称为谐振。发生谐振时的电源频率称为电路的谐振频率。因此， R 、 L 、 C 串联电路发生谐振时的条件为

$$\text{Im}[Z(j\omega)] = 0, \text{ 或 } \arg[Z(j\omega)] = 0$$

式中 $Z(j\omega)$ 为驱动点阻抗，即有

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

ω_0 称为 R 、 L 、 C 串联电路的谐振角频率，且

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

由于 $\omega_0 = 2\pi f_0$ ，所以有

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

由上式可知，串联电路的谐振频率 f_0 与电阻 R 无关。另外，改变 ω 、 L 或 C 可使电路发生谐振或消除谐振。

当 R 、 L 、 C 串联电路发生谐振时，有

$$Z(j\omega_0) = R + jX(\omega_0) = R$$

即阻抗是一个纯电阻，阻抗的模为最小值，阻抗角 $\varphi = 0$ ， $X(\omega_0) = 0$ ，但感抗和容抗均不为零，也就是

$$X(\omega_0) = X_L + X_C = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \neq 0$$

定义谐振回路的品质因数 Q ，即有

$$Q \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R}$$

Q 是一个无量纲的量。

谐振时电路中的电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}}{R}$$

此时，电流与电压同相，有效值达到了最大值（在 U 为常数时）。

谐振时各元件的电压相量分别为

$$\dot{U}_R = R \dot{I} = R \frac{\dot{U}}{R} = \dot{U}$$

$$\dot{U}_L = j\omega_0 L \dot{I} = j\omega_0 L \frac{\dot{U}}{R} = jQ \dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -j \frac{1}{\omega_0 C} \dot{I} = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{\dot{U}}{R} = -jQ \dot{U}$$

电感上与电容上的电压相量之和为

$$\dot{U}_X = \dot{U}_L + \dot{U}_C = jQ \dot{U} - jQ \dot{U} = 0$$

可见， \dot{U}_L 和 \dot{U}_C 的有效值相等，相位相反，相互完全抵消。

表明 R 、 L 、 C 串联电路中电压、电流与频率的关系的图形，称为谐振曲线。

(2) 并联谐振

讨论工程上常采用的电感线圈与电容并联的谐振电路，如图 1-51 所示，其中电感线圈用 R 和 L 的串联组合来表示。当端口出现 \dot{U} 与 \dot{I} 同相时，称发生了并联谐振。谐振条件为

$$\text{Im}[Y(j\omega)] = 0$$

图 1-51 电路的驱动点导纳 $Y(j\omega)$ 为

$$Y(j\omega) = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}$$

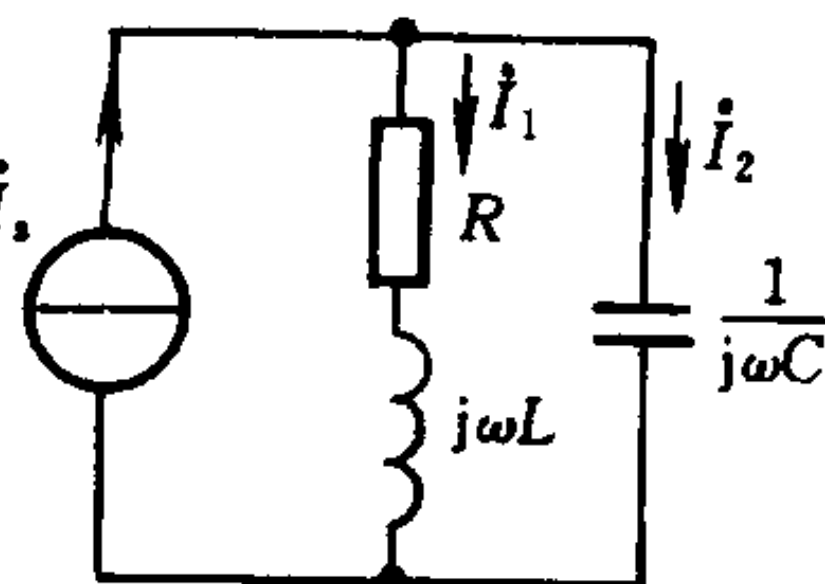


图 1-51 并联谐振电路

$$=j\omega C - j \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} + \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$$

谐振时有

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2} = 0$$

从上式可解得

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{L - CR^2}{L^2 C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{L}}$$

由上式可见, 只有当 $1 - \frac{CR^2}{L} > 0$, 即 $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时, ω_0 才是实数, 也就是说电路才有谐振频率。否则 ω_0 成为虚数, 电路就不会发生谐振。

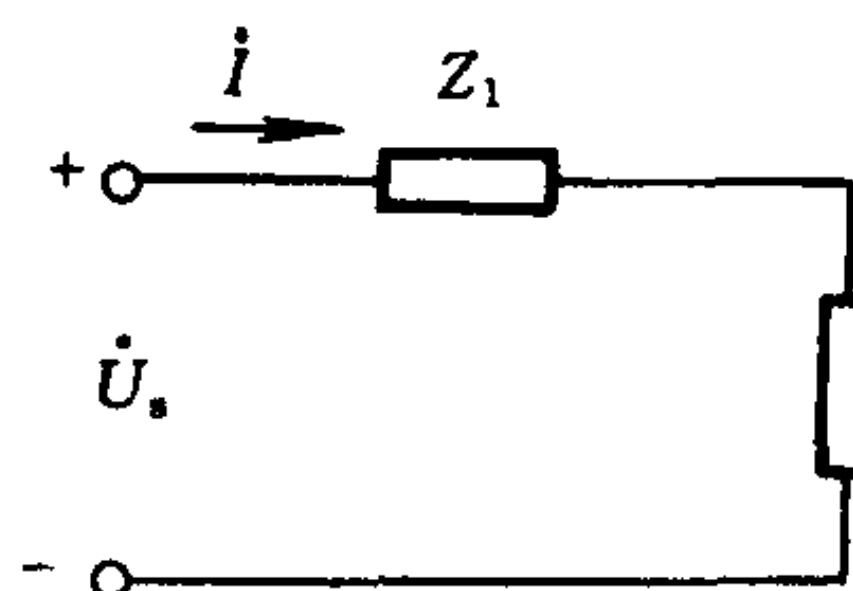


图 1-52 最大功率传输

6. 最大功率传输

讨论一个含源一端口在何种条件下向负载输送功率为最大。由戴维宁定理, 上述问题可简化为图 1-52 所示的电路来进行研究, 图中 U_s 为等效电源的电压相量 (即一端口的开路电压相量), $Z_1 = R_1 + jX_1$ 为戴维宁等效阻抗, $Z_2 = R_2 + jX_2$ 为负载的等效阻抗。

根据上述的等效电路, 负载吸收的功率为

$$P_2 = R_2 I^2 = \frac{R_2 U_s^2}{(R_1 + R_2)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$

一般来讲, U_s 、 R_1 和 X_1 是不变的, 若 R_2 、 X_2 都能随意变化, 此时获得最大功率的条件为

$$X_2 = -X_1, R_2 = R_1$$

即

$$Z_2 = R_1 - jX_1 = Z_1^*$$

这一条件称为最佳匹配, 而电路处于串联谐振状态。

(三) 具有耦合电感的电路

1. 互感

(1) 互感磁通和互感电压

图 1-53 表示两个耦合的线圈(电感), 当线圈 1 通以电流 i_1 时, 则在线圈 1 中产生自感磁通 Φ_{11} , Φ_{11} 的一部分(或全部)将交链另一线圈 2, 用 Φ_{21} 表示, $\Phi_{21} \leq \Phi_{11}$ 。 Φ_{21} 称为耦合磁通, 或互感磁通。电流 i_1 称为施感电流。

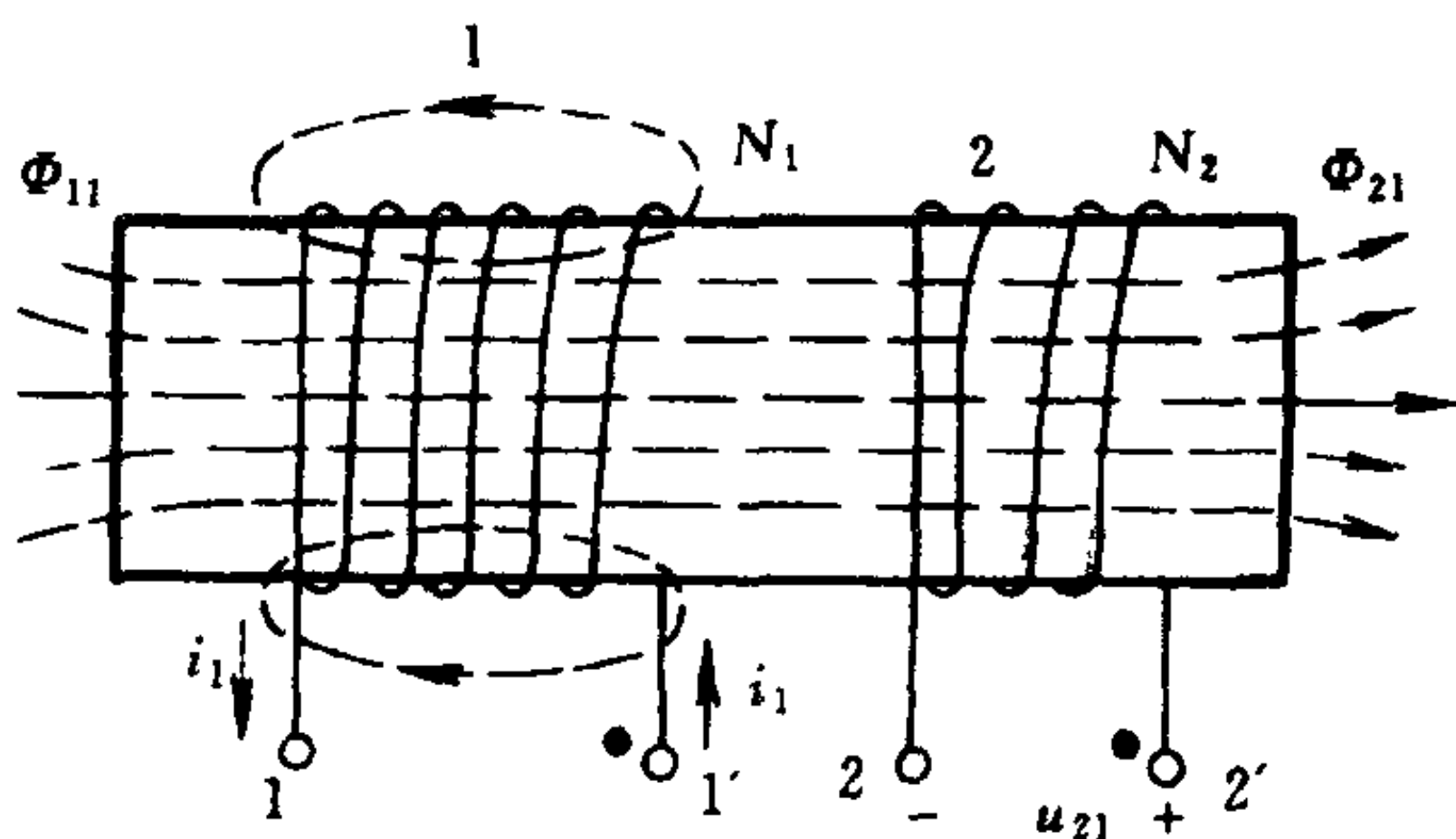


图 1-53 两个线圈的互感

当 i_1 变动时, 将通过互感磁通 Φ_{21} 在线圈 2 中也产生感应电压, 称为互感电压, 记为 u_{21} , 如果选择 u_{21} 和 Φ_{21} 的参考方向, 使它们符合右螺旋关系, 则有

$$u_{21} = \frac{d\Psi_{21}(t)}{dt}$$

式中 Ψ_{21} 为互感磁通链。设线圈 2 的匝数为 N_2 , 则可写 $\Psi_{21} = N_2 \Phi_{21}$ 。

同理, 线圈 2 的电流 i_2 变动时会在线圈 1 中产生互感电压 u_{12} , u_{12} 和 Φ_{12} 的参考方向符合右螺旋关系时, 有

$$u_{12} = \frac{d\Psi_{12}(t)}{dt}$$

如果线圈周围没有铁磁物质, 则互感电压可以分别写为

$$u_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}, \quad u_{12} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

式中 $M_{12} = |\Psi_{12}/i_2|$, $M_{21} = |\Psi_{21}/i_1|$ 。 M_{12} 、 M_{21} 称为互感系数

或互感，单位为 H。可以证明 $M_{12} = M_{21} = M$ 。

(2) 同名端

规定施感电流进线圈的端子与其互感电压(在另一个线圈中)的正极性端子称为两耦合线圈的同名端，且用相同的符号如“ Δ ”或小黑点将它们标记出来。这样，当施感电流 i_1 的进端与互感电压 u_{21} 的正极性端互为同名端时，则 $u_{21} = M di_1 / dt$ ，否则 $u_{21} = -M di_1 / dt$ 。

(3) 耦合系数

两个线圈的耦合系数定义为

$$k \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{\Psi_{12}}{\Psi_{11}} \frac{\Psi_{21}}{\Psi_{22}}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$$

2. 具有耦合电感的电路的计算

在计算具有耦合电感的正弦电流电路时，仍可采用相量法，KCL 的形式仍然不变。但在 KVL 的表达式中，应计入由于互感的作用而引起的互感电压。

(1) 耦合电感的串联

图 1-54(a)、(b)所示为两个有耦合的实际线圈的串联电路，其中 R_1 、 L_1 和 R_2 、 L_2 分别表示两个线圈的等效电阻和电感，而 M 为互感。图 1-54(a)的接法为顺接；图 1-54(b)的接法为反接。根据 KVL，线圈的端电压 u_1 和 u_2 分别为

$$u_1 = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm u_{12} = R_1 i + L_1 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$$

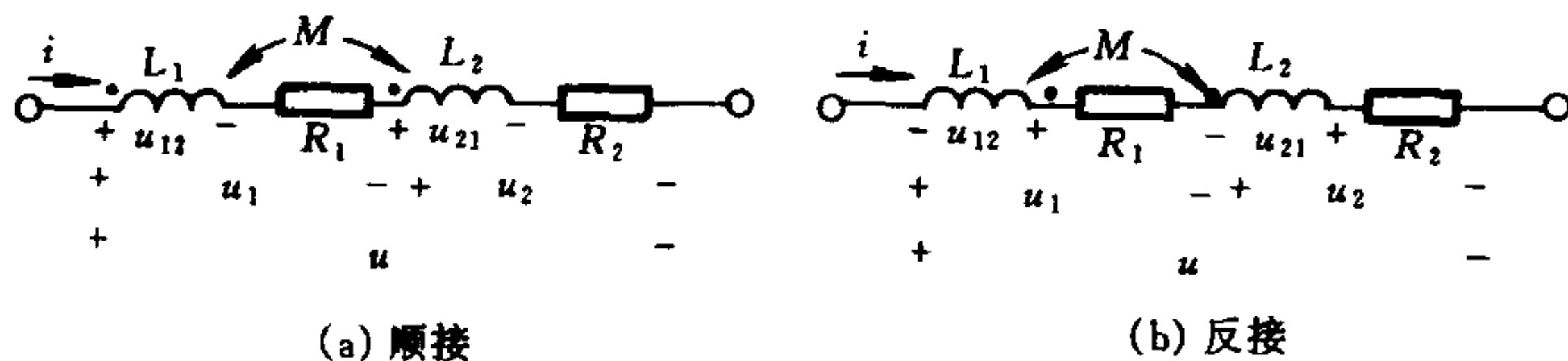


图 1-54 耦合电感的串联

$$u_2 = R_2 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm u_{21} = R_2 i + L_2 \frac{di}{dt} \pm M \frac{di}{dt}$$

两式中互感电压项前面的正(负)号对应于顺(反)接(以下同)。总电压 u 为

$$u = u_1 + u_2 = (R_1 + R_2)i + (L_1 + L_2 \pm 2M) \frac{di}{dt}$$

(2) 耦合电感的并联

两个耦合电感并联有两种接法,如图 1-55 所示。图 1-55(a)电路,同名端在同一侧,称为同侧并联;图 1-55(b)称为异侧并联。在正弦电流的情况下,按照图中所示的参考方向和极性可得下列方程

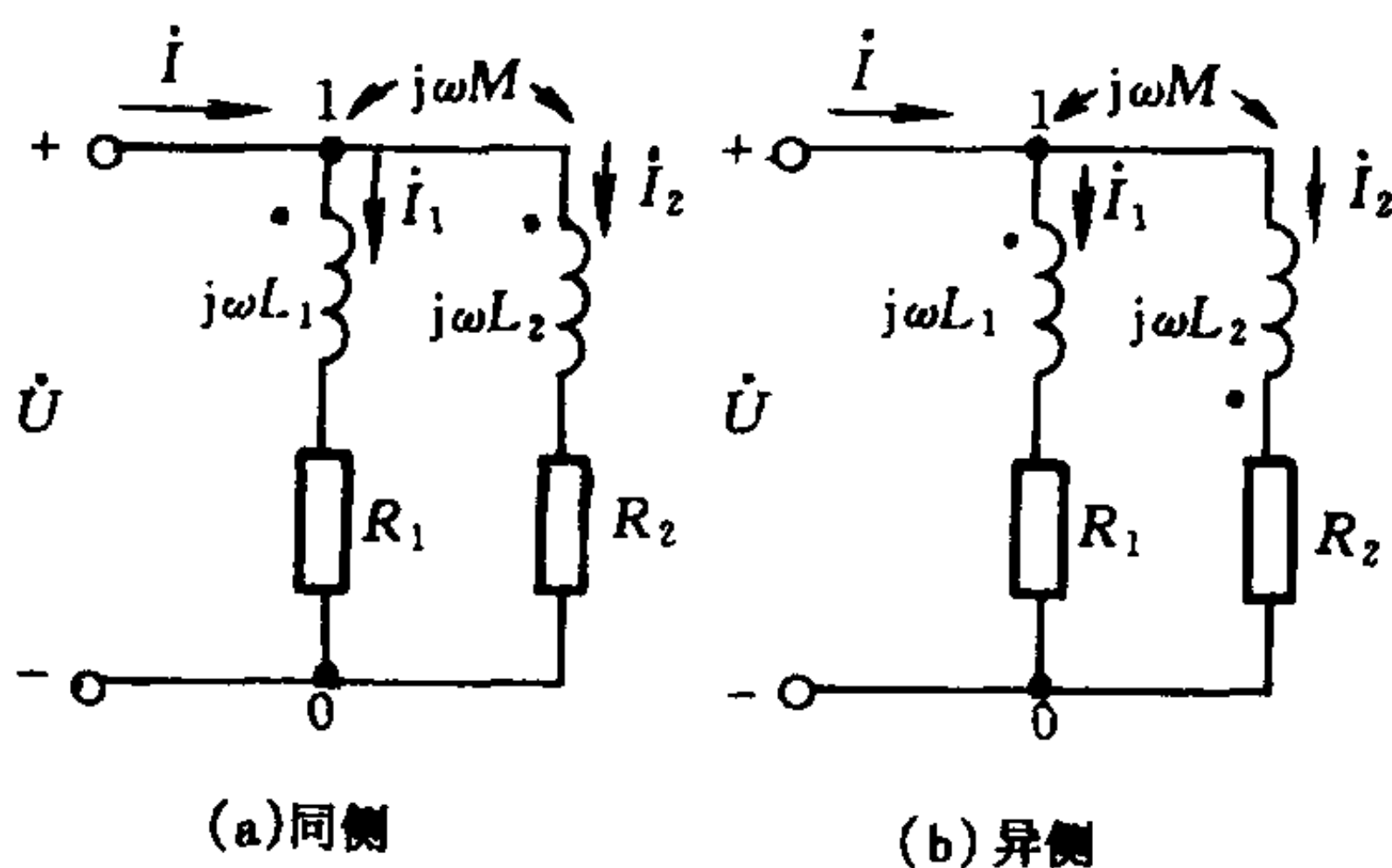


图 1-55 耦合电感的并联

$$\dot{U} = (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \quad (1-38a)$$

$$\dot{U} = (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1 \quad (1-38b)$$

式中含有 M 项前面的符号,“+”号对应同侧并联,“-”号对应异侧并联。当两个耦合电感有一端相联接,如图 1-55 所示电路就符合这种情况,我们就可以把具有互感的电路化为等效的无互感电路,这种处理方法称为互感消去法,简述如下。

把 $\dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1$ 代入式(1-38(a)),消去方程中的 \dot{I}_2 ,把 $\dot{I}_1 = \dot{I} - \dot{I}_2$ 代入式(1-38(b)),消去方程中的 \dot{I}_1 ,整理后有

$$\dot{U} = [R_1 + j\omega(L_1 \mp M)]\dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{U} = [R_2 + j\omega(L_2 \mp M)]\dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$$

这组方程就是图 1-56(a)、(b)所示无互感的等效电路的方程。
图 1-56(a)、(b)可分别作为图 1-55(a)、(b)的无互感等效电路。

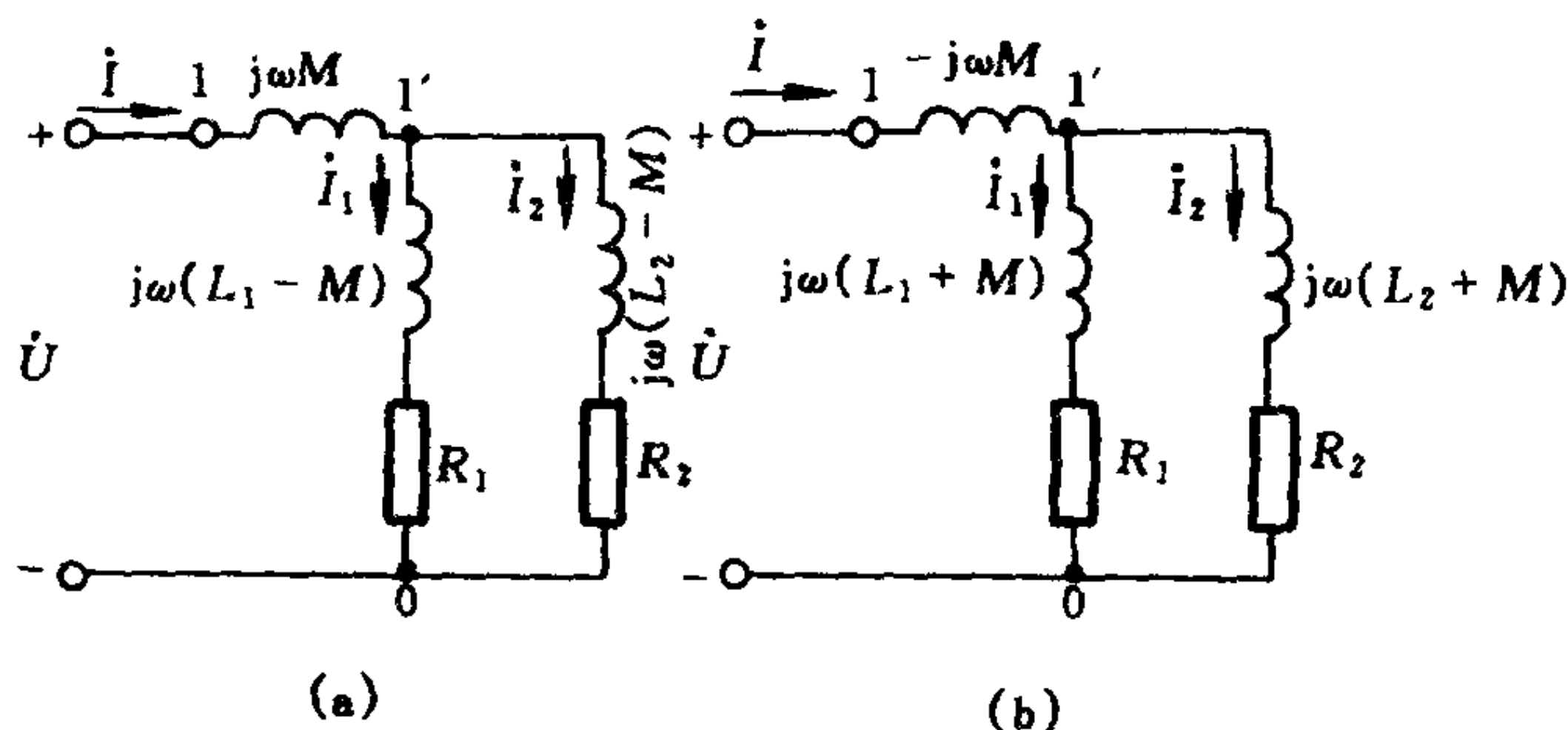


图 1-56 图 1-55 电路无互感等效电路

3. 空心变压器

空心变压器是由两个绕在非铁磁材料制成的芯子上并且具有互感的线圈组成的。

图 1-57 是空心变压器的简化电路图，与电源相联的一边称为

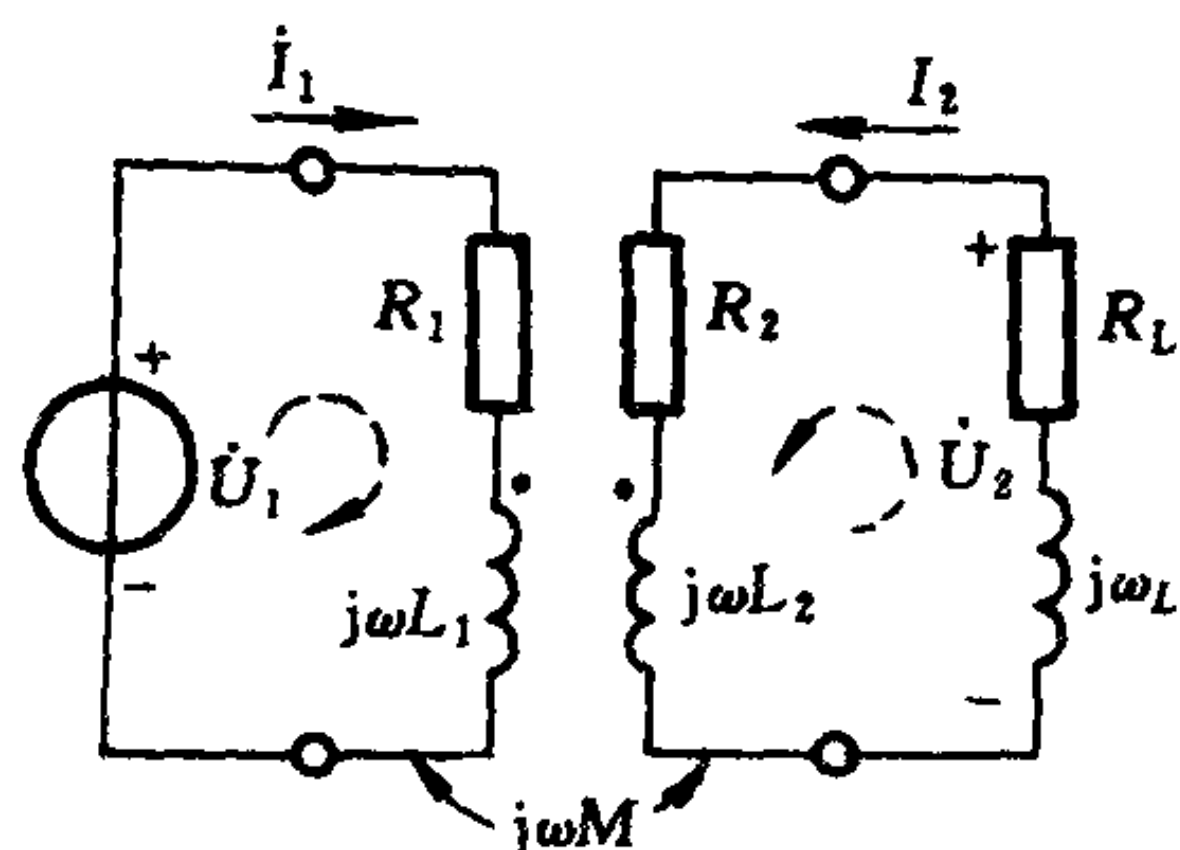


图 1-57 空心变压器
的简化电路

原边(初级)，其线圈(有时又称绕组)称为原线圈， R_1 、 L_1 分别表示其电阻和电感；与负载相联的一边称为副边(次级)，其线圈称为副线圈， R_2 、 L_2 分别表示其电阻和电感。 M 为两线圈的互感。以上均为变压器的参数。 R_L 、 X_L 为负载的电阻和电抗。

4. 理想变压器

理想变压器是一种特殊的

无损耗全耦合变压器，它的电路图形符号如图 1-58 所示。它的原、副边的电压和电流总满足下列关系

$$\frac{u_1}{N_1} = \frac{u_2}{N_2} \quad \text{或} \quad u_1 = \frac{N_1}{N_2} u_2 = n u_2$$

$$\Sigma N i = 0 \quad \text{或} \quad N_1 i_1 + N_2 i_2 = 0, \quad i_1 = -\frac{1}{n} i_2$$

上式是按照图 1-58 所示的参考方向和同名端写出的， N_1 和 N_2 分别为原线圈和副线圈的匝数， $n(=N_1/N_2)$ 称为匝数比或变比。

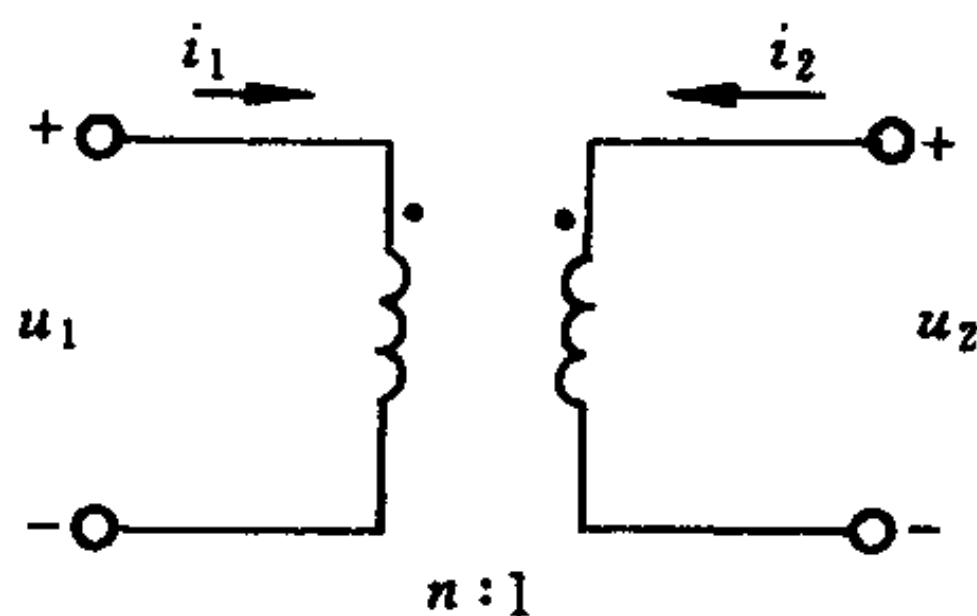


图 1-58 理想变压器的电路图形符号

(四) 三相电路

1. 三相电路

对称三相电源一般是由 3 个同频率、等幅值和初相依次相差 120° 的正弦电压源按一定方式联接而成，三个电源依次称为 A 相、B 相和 C 相，分别记为 u_A 、 u_B 、 u_C 。它们的瞬时表达式为（以 u_A 为参考正弦量）

$$u_A = U_m \cos \omega t$$

$$u_B = U_m \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$u_C = U_m \cos(\omega t - 240^\circ) = U_m \cos(\omega t + 120^\circ)$$

表示它们的相量分别为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= U \angle 0^\circ \\ \dot{U}_B &= U \angle -120^\circ = \alpha^2 \dot{U}_A \\ \dot{U}_C &= U \angle +120^\circ = \alpha \dot{U}_A \end{aligned} \right\} \quad (1-39)$$

式中 α 为单位相量算子，且 $\alpha = 1 \angle 120^\circ$ 。对称三相电源的电压波形图和相量图示于图 1-59(a)、(b)。

对称三相电源的电压瞬时值的和为零，即

$$u_A + u_B + u_C = 0$$

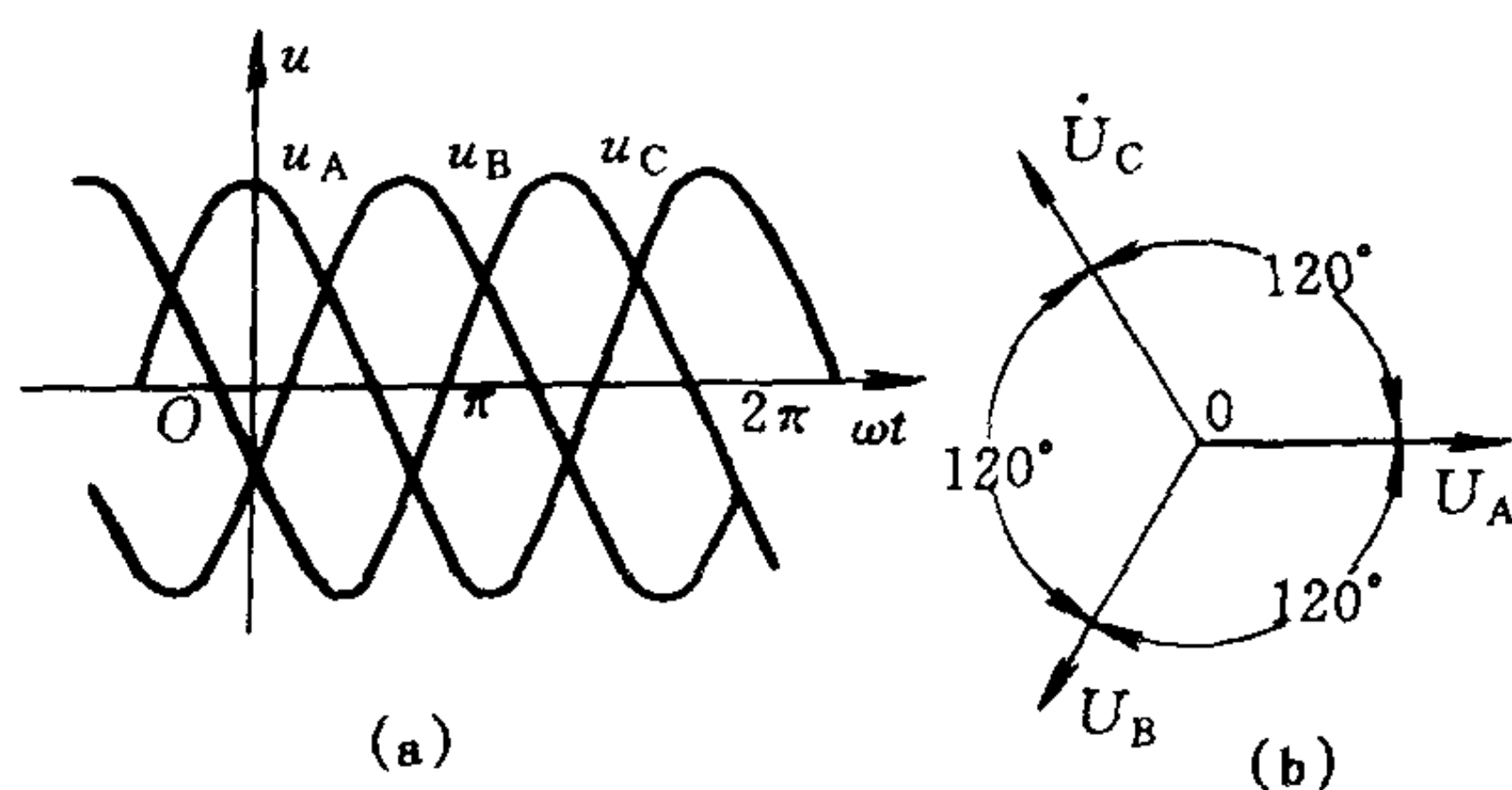


图 1-59 对称三相电源的电压波形图和相量图

同理有

$$\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0$$

如图 1-60 所示, 是三相电源的星形联接方式。从 3 个电压源的正极性 A、B、C 向外引出的 3 条输出线称为端线。流过端线的电流称为线电流。端线 A、B、C 之间的电压称为线电压, 分别记为 \dot{U}_{AB} 、 \dot{U}_{BC} 、 \dot{U}_{CA} , 每一相的电压称为相电压, 记为 \dot{U}_{AN} 、 \dot{U}_{BN} 、 \dot{U}_{CN} 。星形电源的线电压和相电压之间有如下关系:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_{AN} - \dot{U}_{BN}, \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_{BN} - \dot{U}_{CN}, \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_{CN} - \dot{U}_{AN}$$

以上 3 个关系中只有两个是彼此独立的。

如果把对称三相电压源顺次相接形成一个回路, 再从端子 A、B、C 依次引出端线来, 如图 1-61 所示, 就成为三相电源的三角形

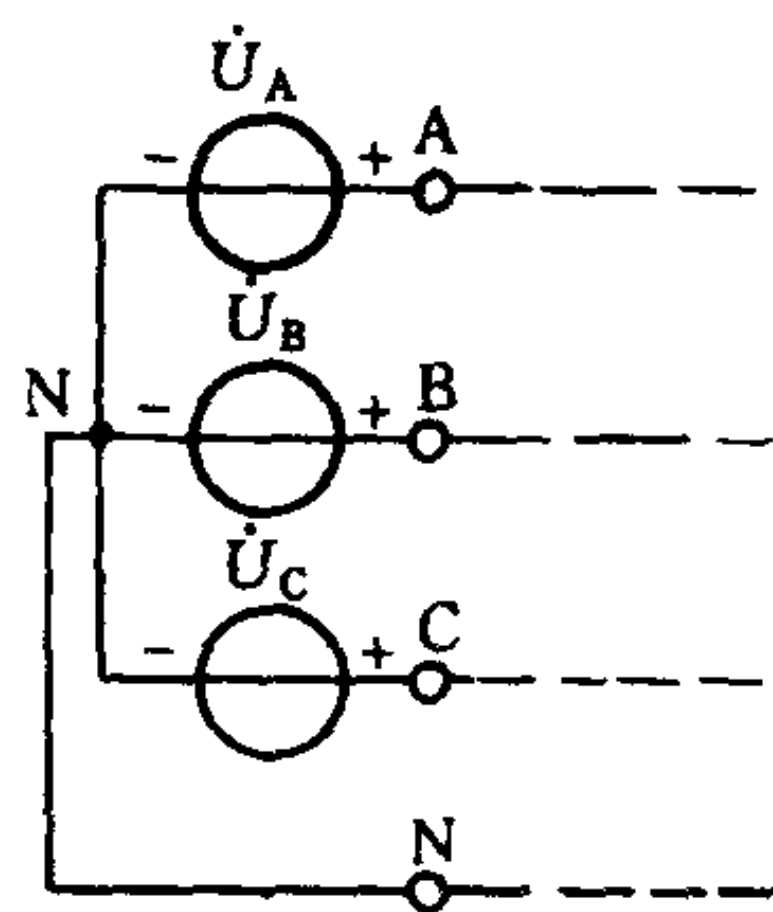


图 1-60 星形电源

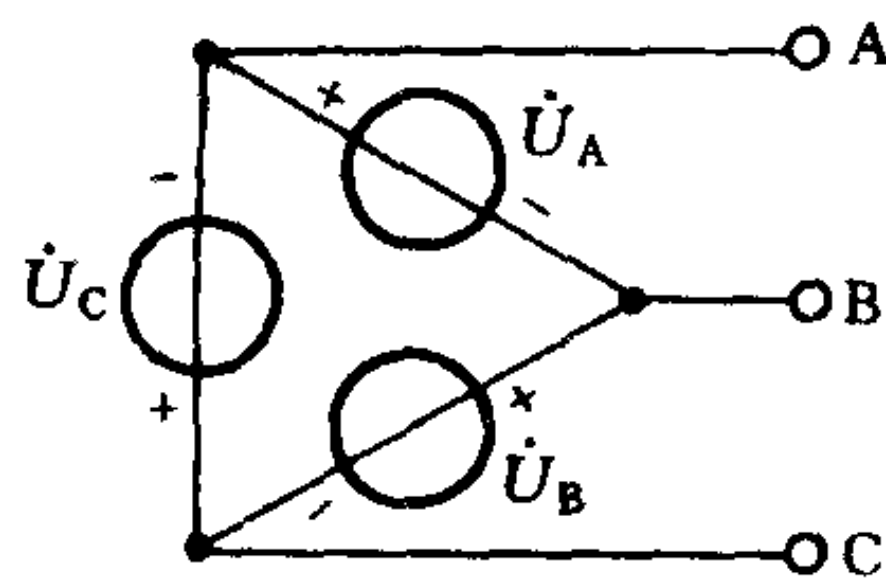


图 1-61 三角形电源

联接。显然，三角形电源的线电压等于相电压，即

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A, \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B, \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C$$

三相负载是由 3 个负载联成星形或三角形所组成。如果 3 个负载都相等，则称为对称负载，否则，为不对称三相负载。

三相电路就是由上述形式的三相电源和三相负载联接起来组成的系统。其中有 Y-Y 联接，Y- Δ 联接， Δ -Y 联接和 Δ - Δ 联接。另外有三相四线制的 Y-Y 联接。如果三相电源、三相负载都对称，且端线的 3 个阻抗相等，则称为对称三相电路。

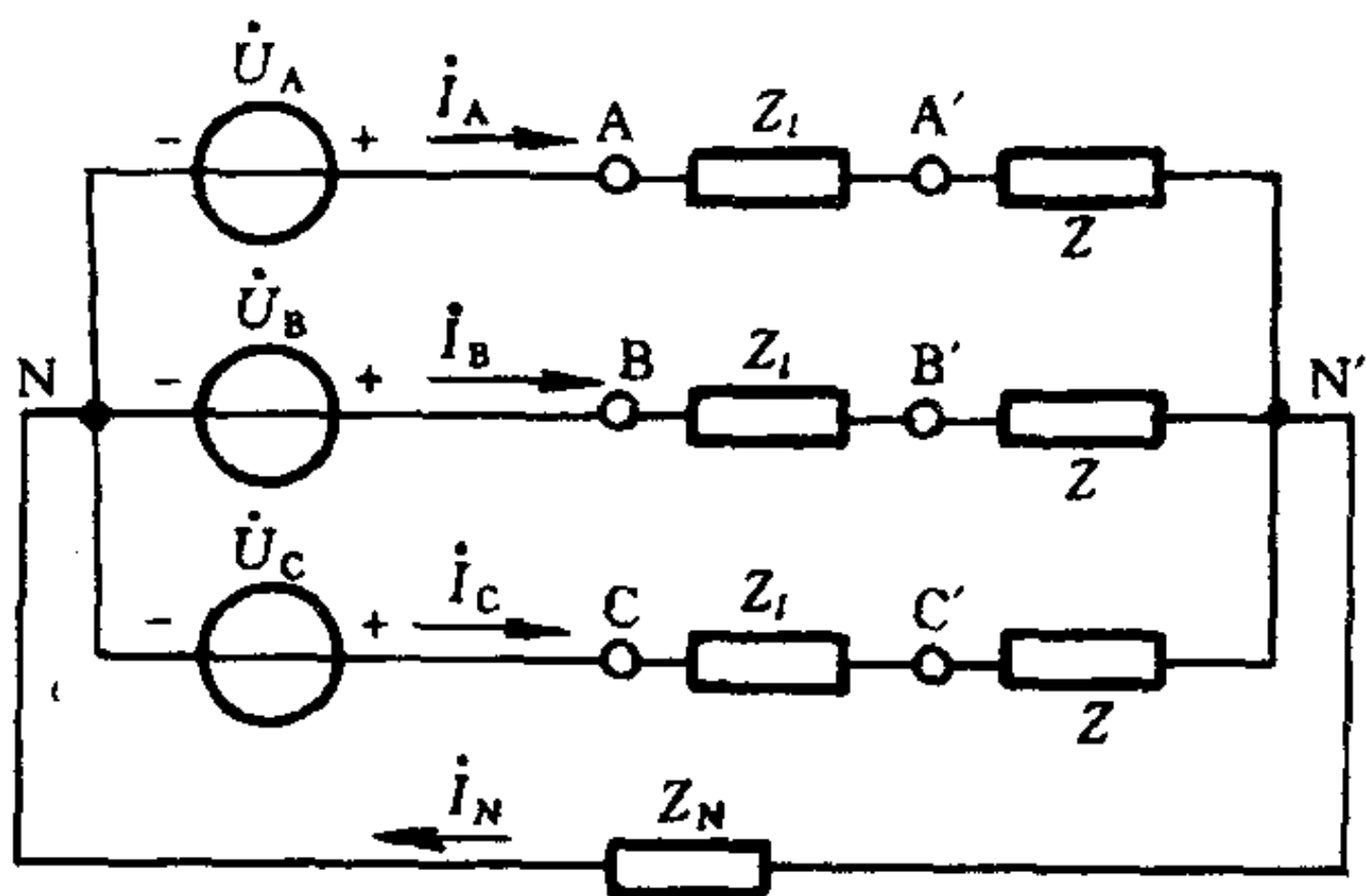


图 1-62 对称三相四线制 Y-Y 电路

2. 对称三相电路的计算

首先分析对称的三相四线制 Y-Y 系统，如图 1-62 所示。 Z_l 为端线阻抗， Z_N 为中性线阻抗。N 和 N' 点称为中性点。以 N 为参考结点，得到如下结点电压方程

$$\left(Y_N + \frac{3}{Z + Z_l} \right) \dot{U}_{N'N} = \frac{1}{Z + Z_l} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C)$$

由于上式右边为零，解得

$$\dot{U}_{N'N} = 0$$

显然各相电源、负载中的电流等于线电流，即

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}}{Z + Z_l} = \frac{\dot{U}_A}{Z + Z_l}, \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z + Z_l} = \alpha^2 \dot{I}_A, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z + Z_l} = \alpha \dot{I}_A$$

可以看出，由于 $\dot{U}_{N'N} = 0$ ，各线（即各相）电流独立，彼此无关；又由于三相电源、三相负载对称，所以三相线电流构成了对称组。因此，只要计算三相中的任一相，其他两相的电压、电流就能按对

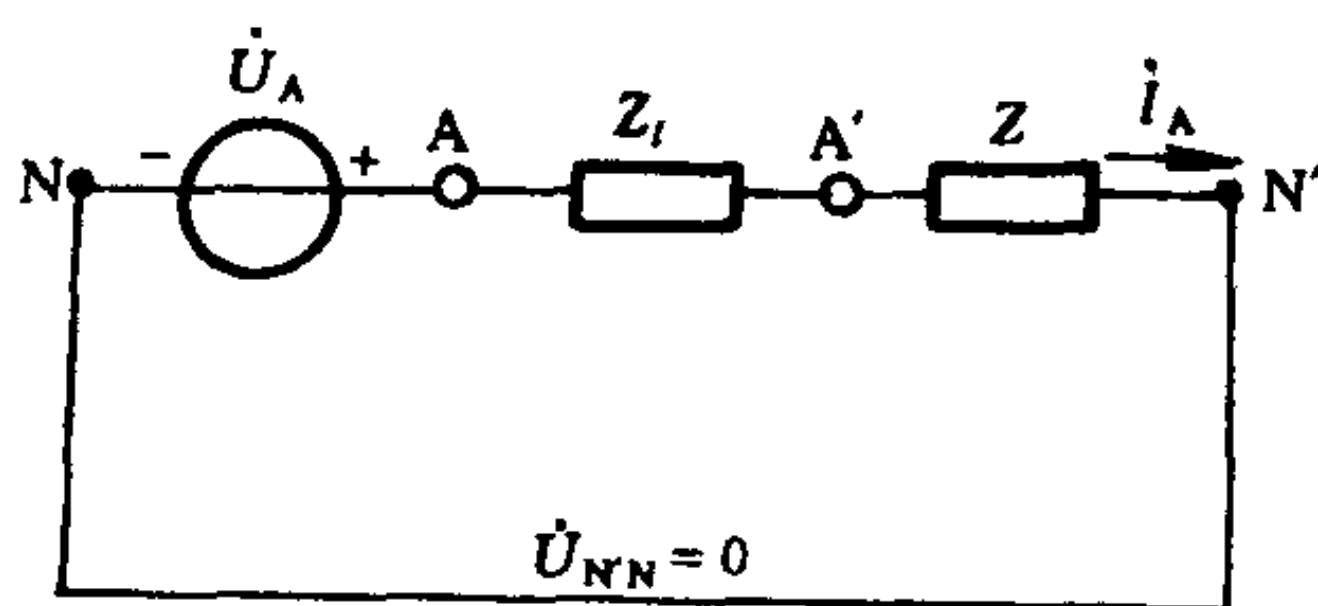


图 1-63 一相计算电路(A 相)

称性写出。图 1-63 为一相计算电路(A 相), 注意中性线阻抗 Z_N 不包括在内。

中性线的电流为

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

表明在对称 Y-Y 三相电路中, 中性线不起作用。

上述关于归结为一相的计算方法, 原则上可推广到其他型式的对称系统中去, 因为可以根据星形和三角形的等效互换, 最后化成对称的 Y-Y 三相电路来处理。

3. 不对称三相电路的分析

在三相电路中, 只要有一部分不对称就称为不对称三相电路。图 1-64 为负载不对称的 Y-Y 系统。

讨论开关 S 打开(即不接中性线)时的情况。根据电路可求得结点电压 $\dot{U}_{N'N}$ 为

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

由于负载不对称, 则 $\dot{U}_{N'N} \neq 0$, 即 N' 点与 N 点电位不同了。在相量图上, N' 点和 N 点不重合了, 称为中性点位移。当中性点的位移较大时, 会造成负载端的相电压严重不对称, 从而使负载的工作不正常。

4. 三相电路的功率

对称三相电路的瞬时功率为一常量, 其值等于平均功率。

在三相三线制电路中, 不论对称与否, 可使用两个功率表的方法来测量三相功率。它

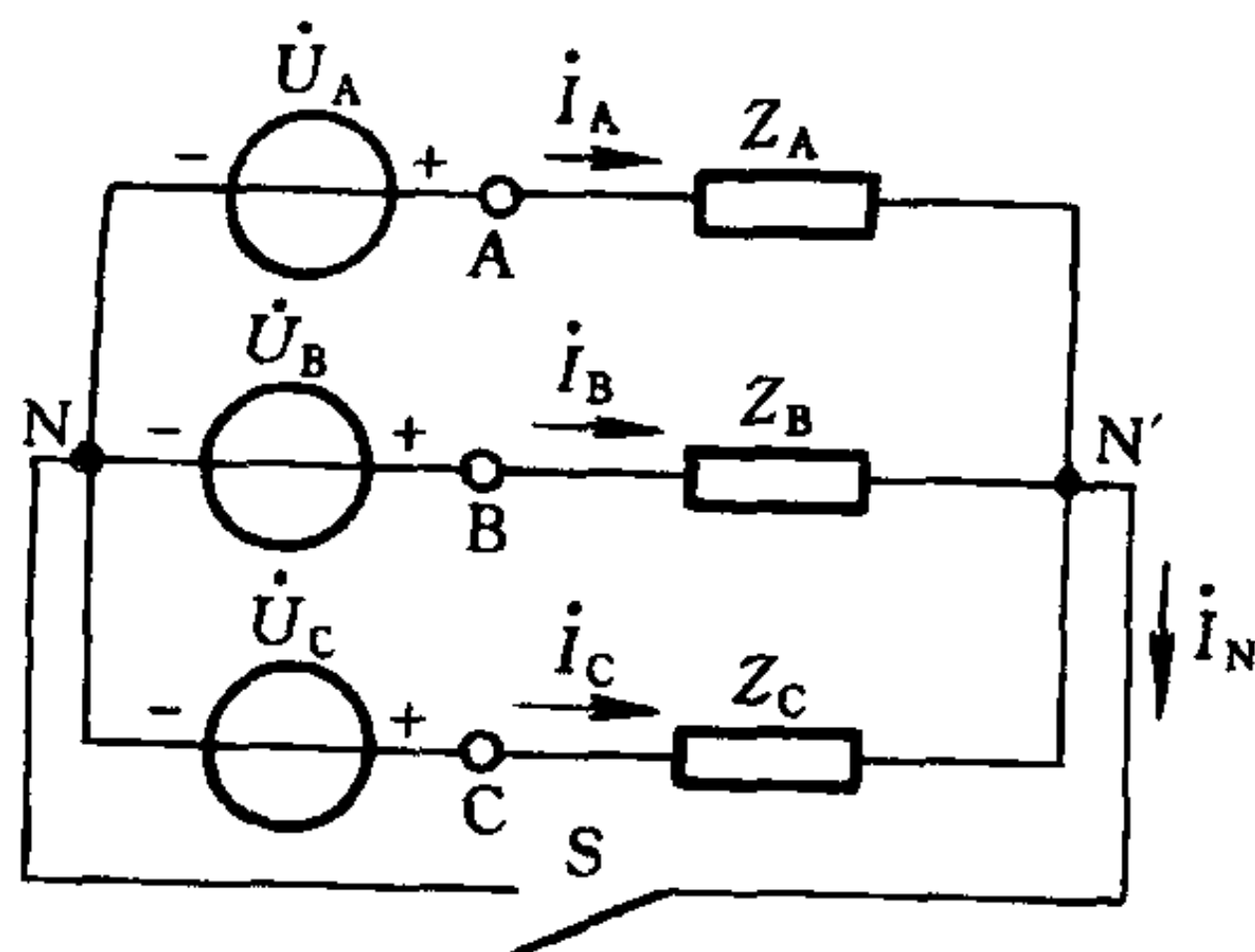


图 1-64 不对称三相电路

们的联接方式如图 1-65 所示。可以看出，这种测量方法中电表的接线只触及端线而不触及负载和电源，并与负载和电源的联接方式无关。这时，两个功率表读数的代数和等于要测的三相功率。这种方法习惯上称为二瓦计法。

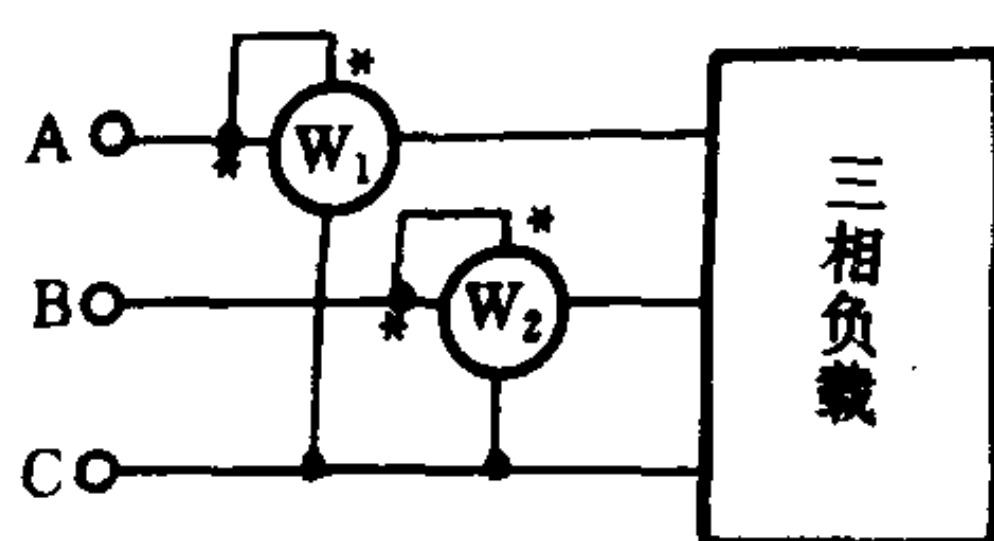


图 1-65 二瓦计法

除对称情况外，三相四线制不能用二瓦计法测量三相功率。

(五) 非正弦周期电流电路

1. 非正弦周期信号

周期电流、电压、信号等都可以用一个周期函数来表示，即

$$f(t) = f(t + kT)$$

式中 T 为周期函数的周期，且 $k = 0, 1, 2, \dots$ 。

如果给定的函数是周期的同时又满足所谓狄里赫利条件，那么它就可以展开成傅里叶级数。按上述， $f(t)$ 可展开成

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t) \quad (1-40)$$

式(1-40)还可合并成另一种形式

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \phi_k) \quad (1-41)$$

不难得出上两式间有如下关系

$$A_0 = a_0$$

$$A_{km} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

$$a_k = A_{km} \cos \phi_k$$

$$b_k = -A_{km} \sin \phi_k$$

$$\tan \phi_k = \frac{-b_k}{a_k}$$

式(1-41)的第一项 A_0 称为 $f(t)$ 的恒定分量(或直流分量)；而第二项 $A_{1m} \cos(\omega_1 t + \phi_1)$ 称为一次谐波(或基波分量)，其周期或频率与

原周期函数的相同；其他各项统称为高次谐波，即 2 次，3 次，… 谐波。

2. 有效值、平均值和平均功率

假设一非正弦周期电流 i 可以分解为傅里叶级数

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \psi_k)$$

i 的有效值为

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

上式中 $I_k = I_{km} / \sqrt{2}$ 。

电流 i 的平均值的定义由下式表示

$$I_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt$$

设一端口的电压、电流分别为

$$u = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \cos(k\omega_1 t + \psi_{ku})$$
$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \cos(k\omega_1 t + \psi_{ki})$$

则一端口的平均功率(有功功率)为

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$$

式中 $U_k = U_{km} / \sqrt{2}$, $I_k = I_{km} / \sqrt{2}$, $\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$

3. 非正弦周期电流电路的计算

非正弦周期电流电路的计算步骤如下：

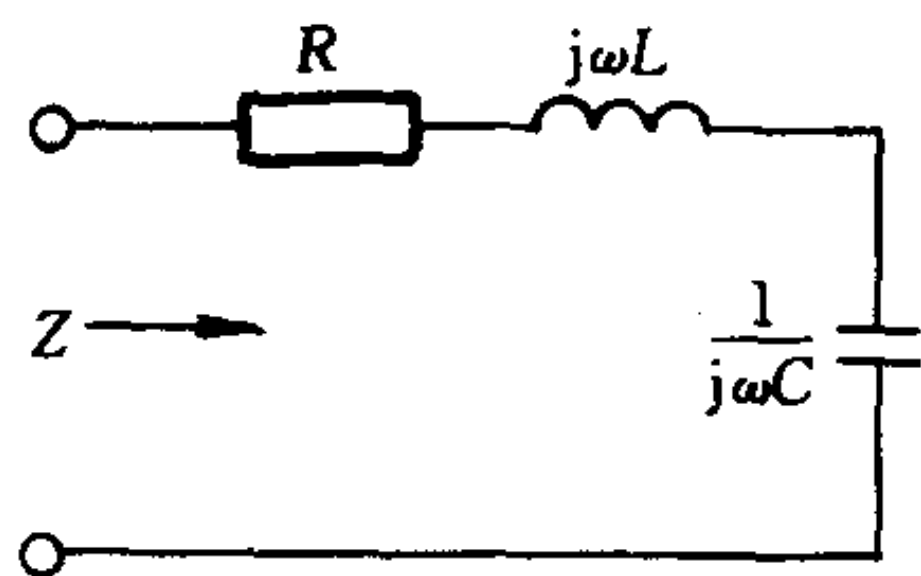
(1) 把给定的非正弦周期电源电压或电流分解为傅里叶级数。高次谐波取到哪一项为止，视精度要求而定。

(2) 分别求出电源电压或电流的恒定分量以及各次谐波分量单独作用时的响应。对恒定分量，求解时把电容看作开路，把电感看作短路。对各次谐波用相量法进行计算。

(3) 应用叠加定理，把步骤(2)所计算出的结果化为瞬时表达式后进行相加，最终求得的响应是用时间函数表示的。

二、重点和难点

本节的重点是：正弦量的三要素，两正弦量间的相位差，正弦电流(或电压)的有效值，正弦量的相量，基尔霍夫定律的相量形式，元件电压、电流关系的相量形式，阻抗与导纳，有功功率与无功功率，串联谐振时阻抗、电流、电压，谐振频率，最大功率传输的条件，耦合电感的同名端与互感电压的极性，对称三相电路归结为一相的计算方法，三相三线制电路功率测量的二瓦计法，非正弦周期电流电路的计算方法。本节的难点是：基尔霍夫定律的相量形式和元件电压、电流关系的相量形式，相量的计算，串联谐振电路的分析，耦合电感的同名端与互感电压的极性。



三、例题分析

例 1-18 图 1-66 所示 R 、 L 、 C 串联电路，求它的阻抗 Z 。

图 1-66 R 、 L 、 C
串联的阻抗

$$\begin{aligned} \text{解} \quad Z &= Z_R + Z_L + Z_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX \end{aligned}$$

Z 的实部就是电阻 R ，它的虚部 X 即电抗，

$$X = X_L + X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

电抗是 ω 的函数。 R 、 L 、 C 串联的阻抗 Z 的模和阻抗角分别为

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \tan \varphi_2 = \frac{X}{R} = \frac{X_L + X_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

例 1-19 图示电路中 $R_1 = 10\Omega$ ， $L = 0.5\text{H}$ ， $R_2 = 1\,000\Omega$ ， $C = 10\mu\text{F}$ ， $U = 100\text{V}$ ， $\omega = 314\text{rad/s}$ ，求各支路电流。

解 并联部分的等效阻抗为

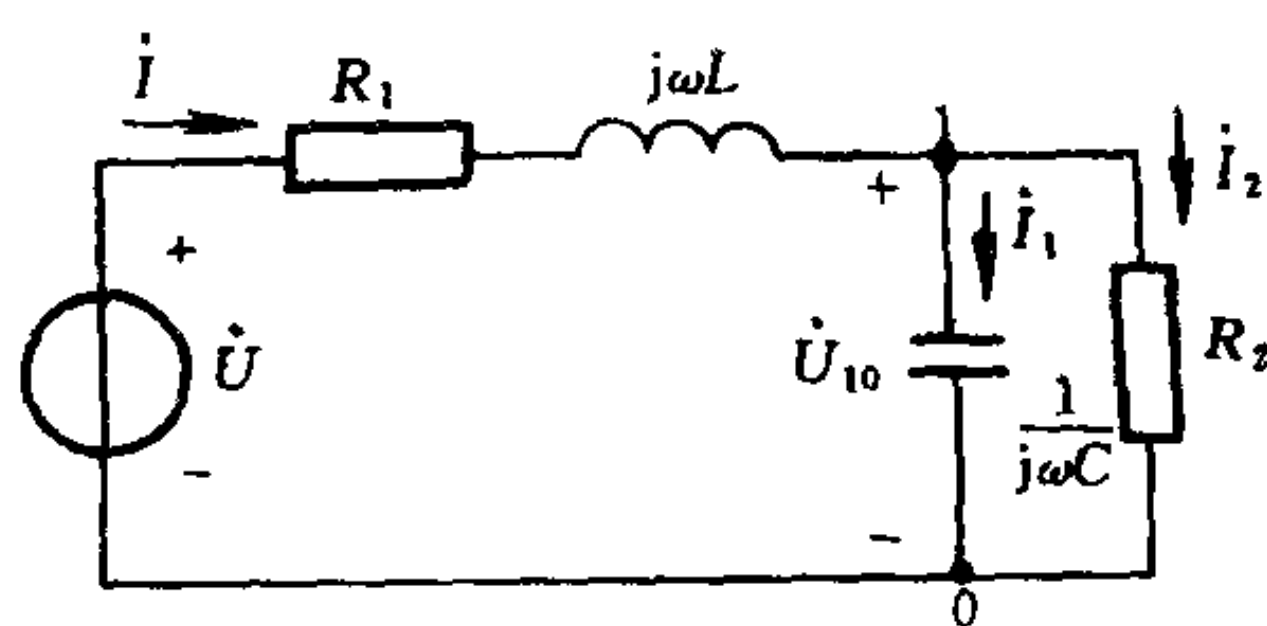


图 1-67 例 1-19 图

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{eq}} &= \frac{R_2 \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{R_2 - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{1\,000(-j318.47)}{1\,000 - j318.47} \Omega \\
 &= 303.45 \angle -72.33^\circ \Omega \\
 &= (92.11 - j289.13) \Omega
 \end{aligned}$$

总的输入阻抗为

$$\begin{aligned}
 Z &= (R_1 + j\omega L) + Z_{\text{eq}} \\
 &= (102.11 - j132.13) \Omega \\
 &= 166.99 \angle -52.30^\circ \Omega
 \end{aligned}$$

令 $\dot{U} = 100 \angle 0^\circ$ V, 可求得各支路电流如下:

$$\begin{aligned}
 \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{Z} = 0.60 \angle 52.30^\circ \text{ A} \\
 \dot{I}_1 &= \dot{I} \frac{R_2}{R_2 - j \frac{1}{\omega C}} = 0.57 \angle 69.97^\circ \text{ A} \\
 \dot{I}_2 &= \dot{I} \frac{\left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{R_2 - j \frac{1}{\omega C}} = 0.18 \angle 20.03^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

根据上述结果, 可以画出该混联电路的相量图, 如图 1-68 所示。

例 1-20 用电压表、电流表和功率表去测量一个线圈的参数 R 和 L (见图 1-69), 得下列数据: 电压表的读数为 50V, 电流表的读数为 1A, 功率表的读数 (表示线圈所吸收的有功功率) 为 30W。

试求 R 和 L 。电源的频率为 50Hz 。

解 设线圈的阻抗为 $Z = |Z| \angle \varphi$ ，按电压表和电流表的读数，有

$$|Z| = U/I$$

按功率表的读数有

$$P = UI \cos \varphi = 30\text{W}$$

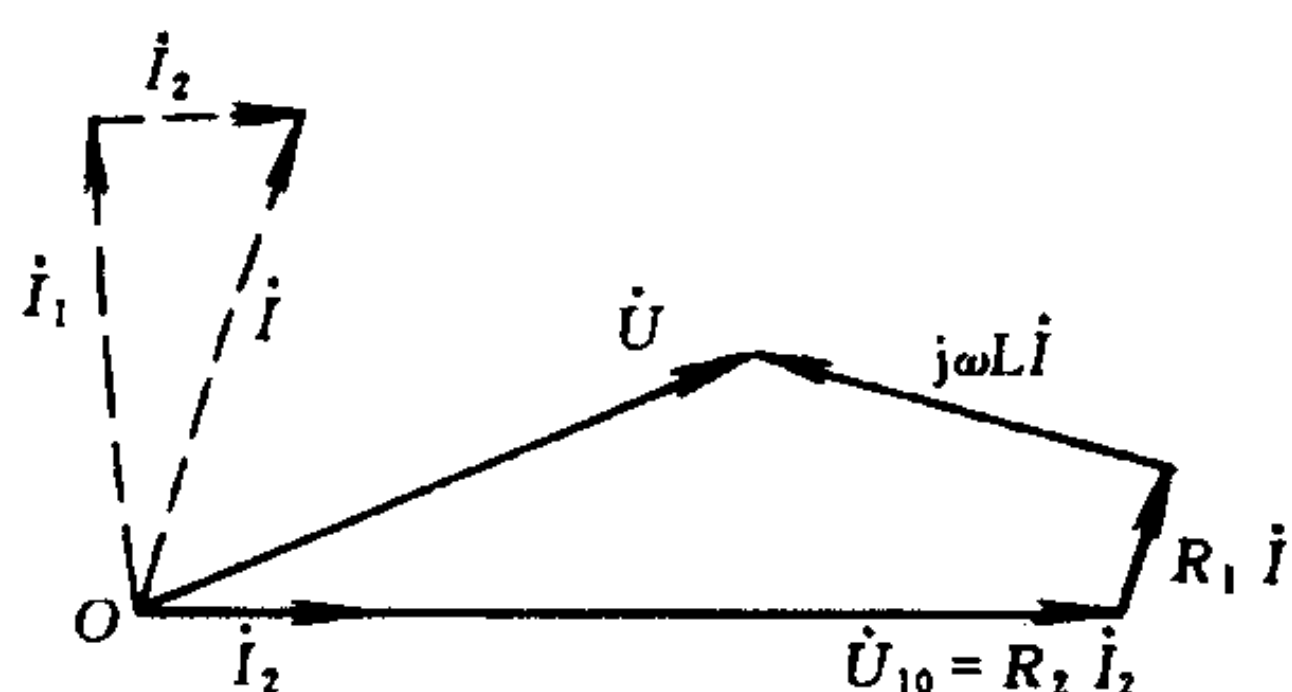


图 1-68 例 1-19 电路的相量图

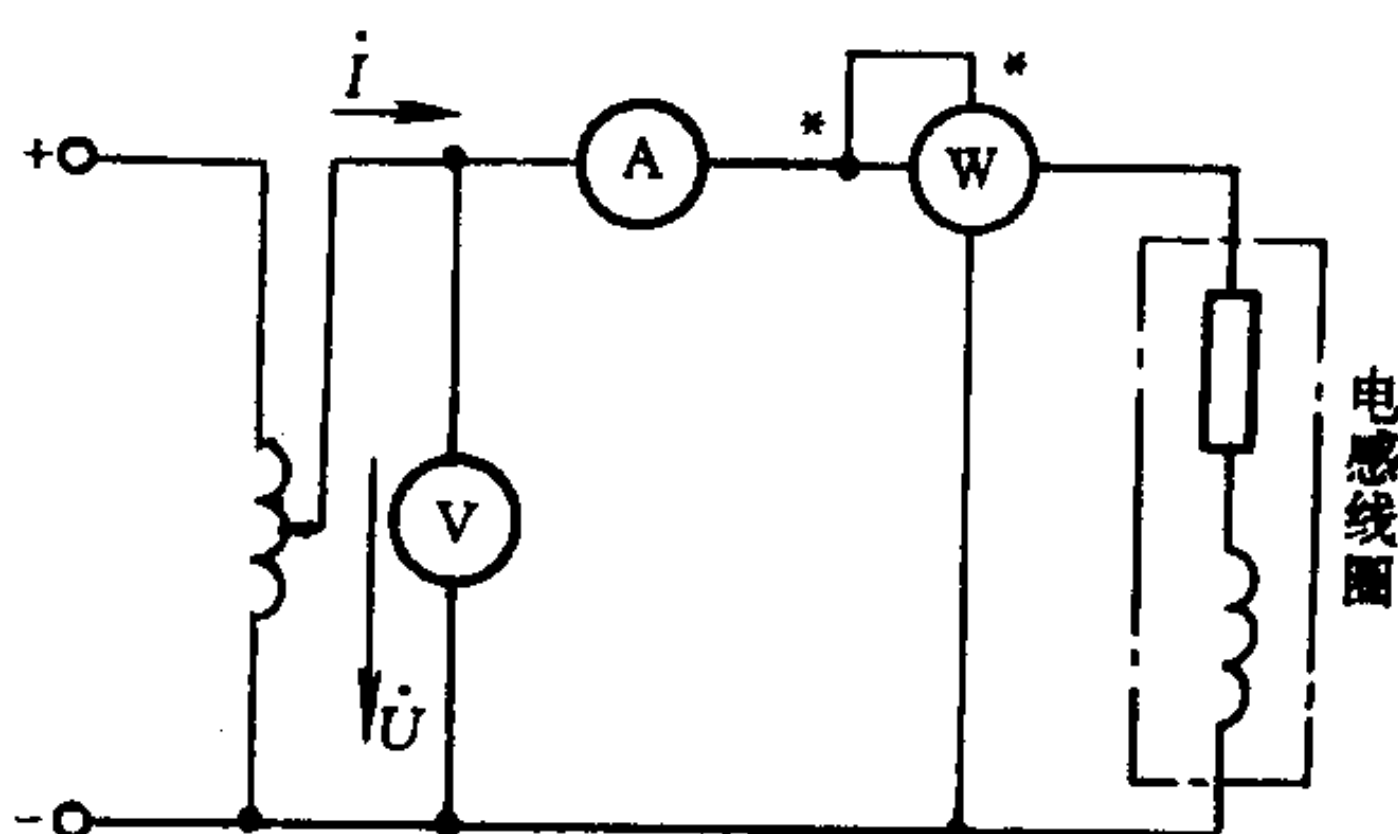


图 1-69 例 1-20 图

解得

$$Z = 50 \angle 53.1^\circ = (30 + j40) \Omega$$

所以 $R = 30\Omega$ ， $L = 40/\omega = 0.127\text{H}$ 。

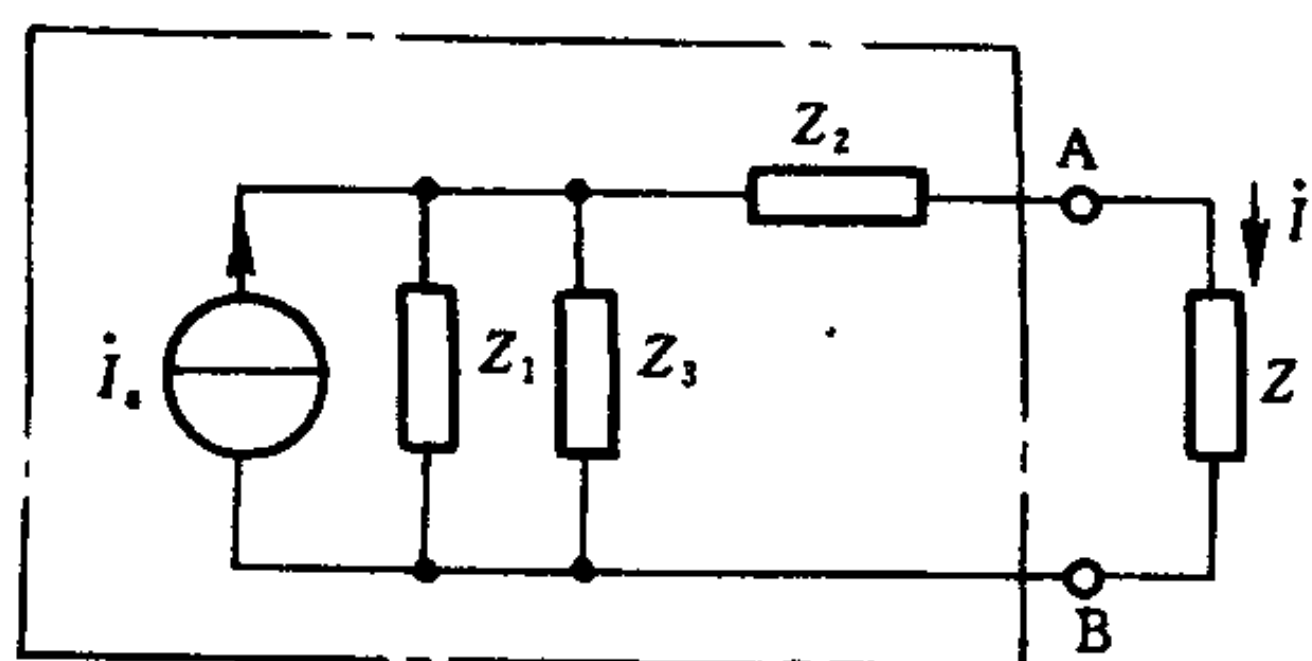


图 1-70 例 1-21 图

例 1-21 图 1-70 所示电路，已知： $\dot{I}_s = 4 \angle 90^\circ \text{ A}$ ， $Z_1 = Z_2 = -j30\Omega$ ， $Z_3 = 30\Omega$ ， $Z = 45\Omega$ 。求 Z 中的电流 \dot{I} 。

解 可把电路看作是图中虚线所示一端口和负载 Z 组成，应用戴维宁定理求解。

一端口的开路电压 \dot{U}_{oc} 为

$$\begin{aligned}\dot{U}_{\infty} &= \dot{I}_s \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = 4 \angle 90^\circ \times \frac{-j30 \times 30}{30 - j30} \text{ V} \\ &= 4 \angle 90^\circ \times (15 - j15) \text{ V} = 84.85 \angle 45^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

戴维宁等效阻抗 Z_{eq} 为

$$\begin{aligned}Z_{\text{eq}} &= Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3} = [-j30 + (15 - j15)] \Omega \\ &= (15 - j45) \Omega\end{aligned}$$

电流 \dot{I} 为

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{\infty}}{Z_{\text{eq}} + Z} = \frac{84.85 \angle 45^\circ}{15 - j45 + 45} \text{ A} = 1.13 \angle 81.87^\circ \text{ A}$$

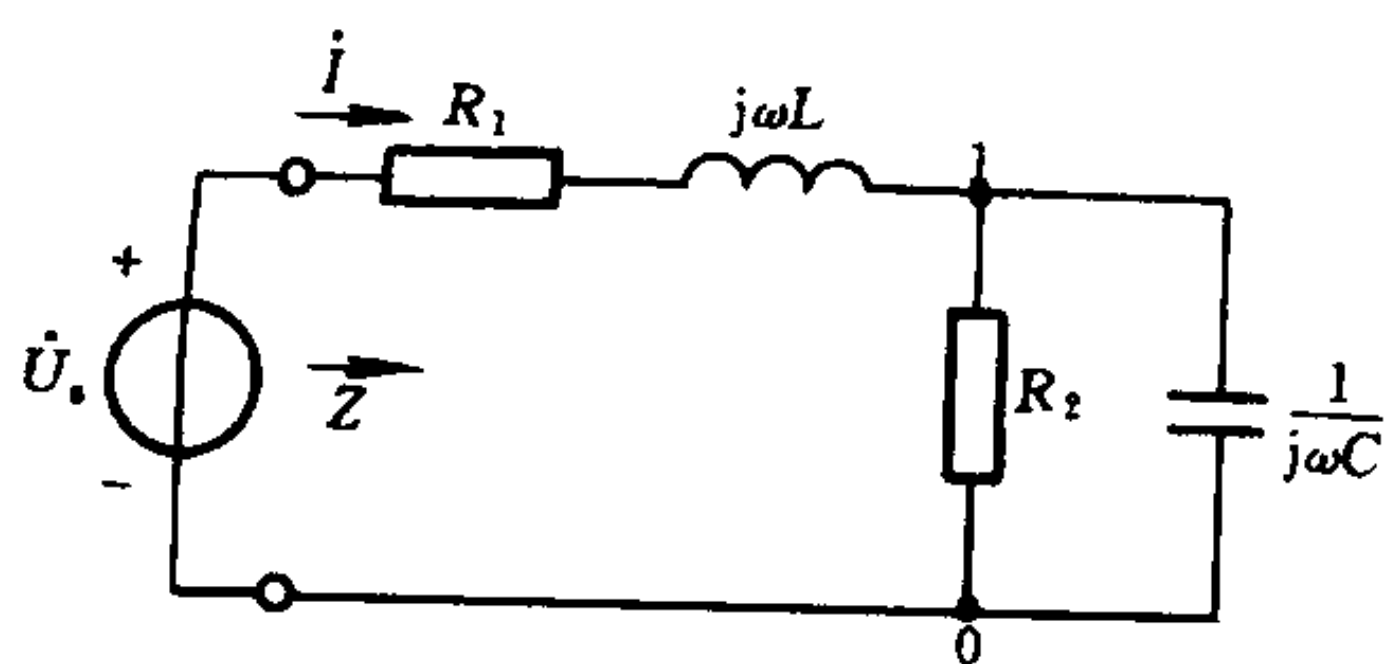


图 1-71 例 1-22 图

例 1-22 电路如图 1-71 所示。已知 $R_1 = 10.1 \Omega$, $R_2 = 1000 \Omega$, $C = 10 \mu\text{F}$, 电路发生谐振时的角频率 $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$, $U_s = 100 \text{ V}$ 。试求电感 L 和电压 \dot{U}_{10} 。

解 根据谐振条件

$$\text{Im}[Z] = 0$$

$$Z = R_1 + j\omega_0 L + \frac{-j \frac{R_2}{\omega_0 C}}{R_2 - j \frac{1}{\omega_0 C}} (= R_1 + j\omega_0 L + Z_{\text{eq}})$$

其中 Z_{eq} 为 R_2 、 C 并联的等效阻抗

$$Z_{\text{eq}} = \frac{-j10^3}{10 - j1} = (9.9 - j99) \Omega$$

谐振时有

$$\omega_0 L - 99 = 0$$

解得

$$L = 99 \text{ mH}$$

发生谐振时的电流为

$$\dot{I} = \dot{U}_s / Z = 100 \angle 0^\circ / (9.9 + 10.1) = 5 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{10} = \dot{I} Z_{eq} = (49.5 - j495) \text{V} = 497.5 \angle -84.29^\circ \text{V}$$

例 1-23 电路如图 1-72 所示, 已知 $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $\omega L_1 = 7.5\Omega$, $\omega L_2 = 12.5\Omega$, $\omega M = 6\Omega$, 电压 $U = 50\text{V}$, 求当开关 S 打开和闭合时的电流 \dot{I} 。

解 由于是顺接串联, S 打开时,

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{R_1 + R_2 + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} \\ &= \frac{50 \angle 0^\circ}{3 + 5 + j(7.5 + 12.5 + 2 \times 6)} \\ &= 1.52 \angle -75.96^\circ \text{A} \end{aligned}$$

S 闭合时, 电路如图 1-72(b), 有

$$\begin{aligned} (R_1 + j\omega L_1)\dot{I} + j\omega M \dot{I}_1 &= \dot{U} \\ j\omega M \dot{I} + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_1 &= 0 \end{aligned}$$

从以上两式可解出

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{(R_1 + j\omega L_1) - \frac{(j\omega M)^2}{R_2 + j\omega L_2}}$$

代入数字后有

$$\begin{aligned} \dot{I} &= 7.79 \angle -51.50^\circ \text{A} \\ \dot{I}_1 &= 3.47 \angle 150.30^\circ \text{A} \end{aligned}$$

例 1-24 对称三相电路如图 1-73(a)所示。已知: $Z = (19.2 + j14.4)\Omega$, $Z_l = (3 + j4)\Omega$, 对称线电压为 380V 。求负载端的线电压和线电流。

解 该电路可以化为对称的 Y-Y 系统来计算, 如图 1-73(b)所示。图中 Z' 为

$$Z' = \frac{Z}{3} = \frac{19.2 + j14.4}{3} = (6.4 + j4.8)\Omega$$

令 $\dot{U}_A = 220 \angle 0^\circ \text{V}$ 。这样可得图 1-73(c) 的一相计算电路 (A 相)。于是有

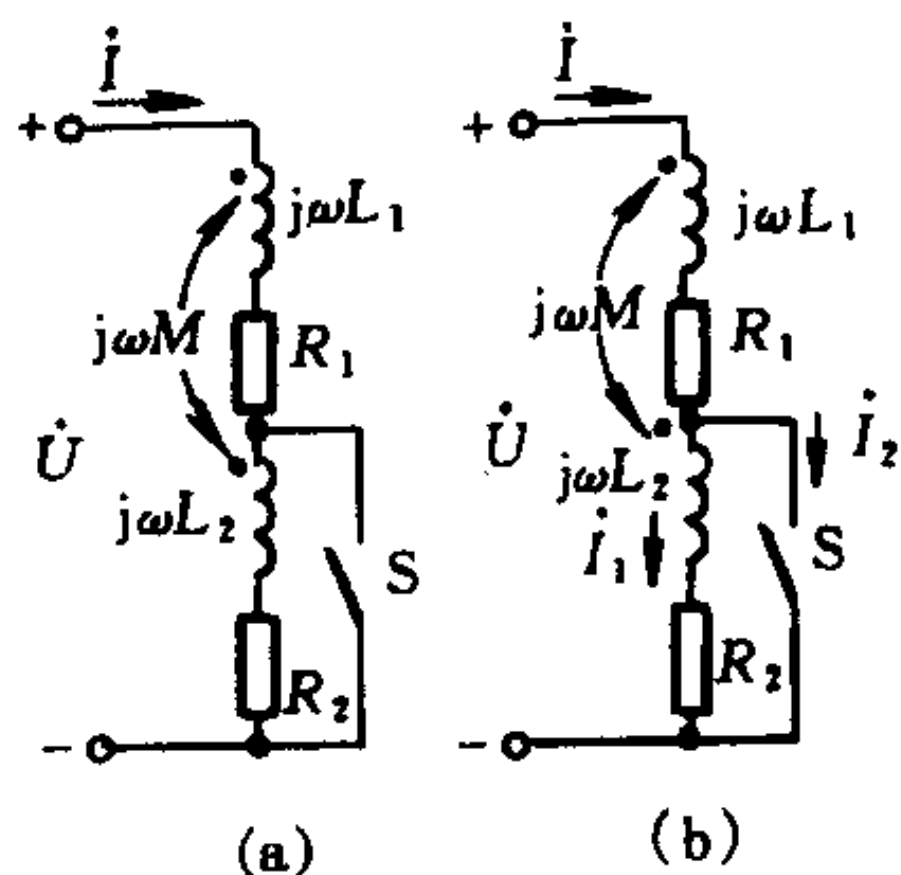


图 1-72 例 1-23 图

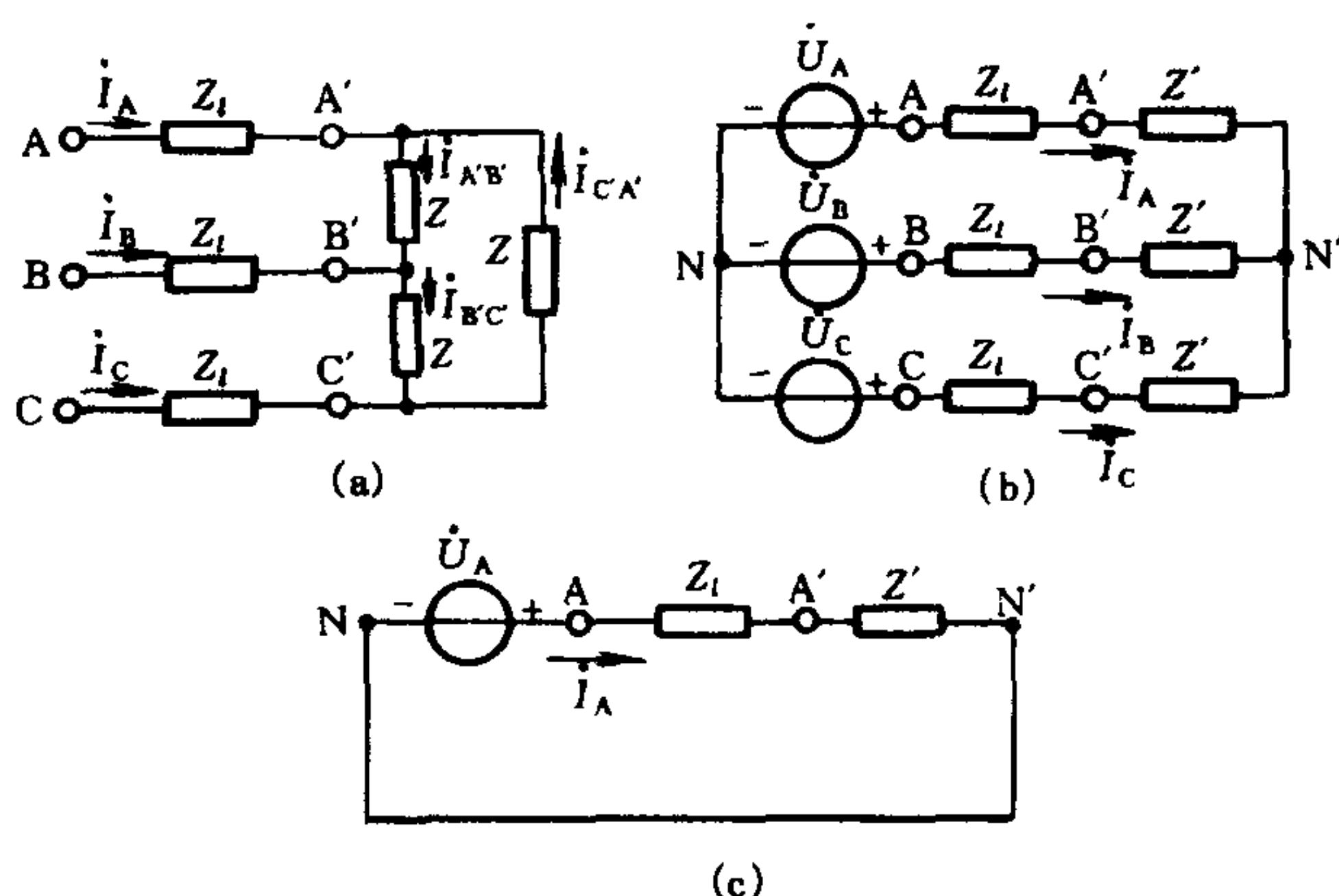


图 1-73 例 1-24 图

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_l + Z'} = \frac{220 \angle 0^\circ}{(3 + j4) + (6.4 + j4.8)} \text{ A} = 17.1 \angle -43.2^\circ \text{ A}$$

而 $\dot{I}_B = \alpha^2 \dot{I}_A = 17.1 \angle -163.2^\circ \text{ A}$, $\dot{I}_C = \alpha \dot{I}_A = 17.1 \angle 76.8^\circ \text{ A}$ 。
此电流即为负载端的线电流。再求出图 1-73(c) 负载的相电压, 即

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'N'} &= \dot{I}_A Z' = 17.1 \angle -43.2^\circ \times 8 \angle 36.9^\circ \text{ V} \\ &= 136.8 \angle -6.3^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

而

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A'B'} &= \dot{U}_{A'N'} - \dot{U}_{B'N'} = \sqrt{3} \dot{U}_{A'N'} \angle 30^\circ \\ &= 236.9 \angle 23.7^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

根据对称性可直接写出

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B'C'} &= \alpha^2 \dot{U}_{A'B'} = 236.9 \angle 96.3^\circ \text{ V} \\ \dot{U}_{C'A'} &= \alpha \dot{U}_{A'B'} = 236.9 \angle 143.7^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

例 1-25 设图 1-74(a) 所示电路中的电压

$$u(t) = 10 + 141.1 \cos \omega_1 t + 70.7 \cos(3\omega_1 t + 30^\circ) \text{ V}$$

并且已知 $X_{L(1)} = \omega_1 L = 2\Omega$, $X_{C(1)} = -\frac{1}{\omega_1 C} = -15\Omega$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, 求各支路电流。

解 电压 $u(t)$ 的直流分量单独作用时的电路如图 1-74(b) 所示。此时电感相当于短路，电容相当于开路。各支路电流分别为

$$I_{1(0)} = \frac{U_{(0)}}{R_1} = \frac{10}{5} \text{ A} = 2 \text{ A}, \quad I_{2(0)} = 0$$

$$I_{0(0)} = I_{1(0)} = 2 \text{ A}$$

电压 $u(t)$ 的基波分量单独作用时，可按图 1-74(c) 的电路来计算，这时用相量法来进行，基波的角频率就是 ω_1 。由于 $u_{(1)} = 141.4 \cos \omega_1 t \text{ V}$ ，所以

$$\dot{U}_{(1)} = \frac{141.4}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \text{ V} = 100 \text{ V}$$

$$\dot{I}_{1(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{R_1 + jX_{L(1)}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{5 + j2} \text{ A} = 18.55 \angle -21.8^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2(1)} = \frac{\dot{U}_{(1)}}{R_2 + jX_{C(1)}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 - j15} \text{ A} = 5.55 \angle 56.31^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{0(1)} = \dot{I}_{1(1)} + \dot{I}_{2(1)} = 20.43 \angle 6.38^\circ \text{ A}$$

电压 $u(t)$ 的三次谐波分量单独作用时的电路如图 1-74(d) 所示，注意这时的角频率为 $3\omega_1$ 。

$$u_{(3)} = 70.7 \cos(3\omega_1 t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{U}_{(3)} = \frac{70.7}{\sqrt{2}} \angle 30^\circ = 50 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$X_{L(3)} = 3X_{L(1)} = 6\Omega, \quad X_{C(3)} = \frac{1}{3}X_{C(1)} = -5\Omega$$

$$\dot{I}_{1(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{R_1 + jX_{L(3)}} = \frac{50 \angle 30^\circ}{5 + j6} = 6.4 \angle -20.19^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{2(3)} = \frac{\dot{U}_{(3)}}{R_2 + jX_{C(3)}} = \frac{50 \angle 30^\circ}{10 - j5} = 4.47 \angle 56.57^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_{0(3)} = \dot{I}_{1(3)} + \dot{I}_{2(3)} = 8.61 \angle 10.17^\circ \text{ A}$$

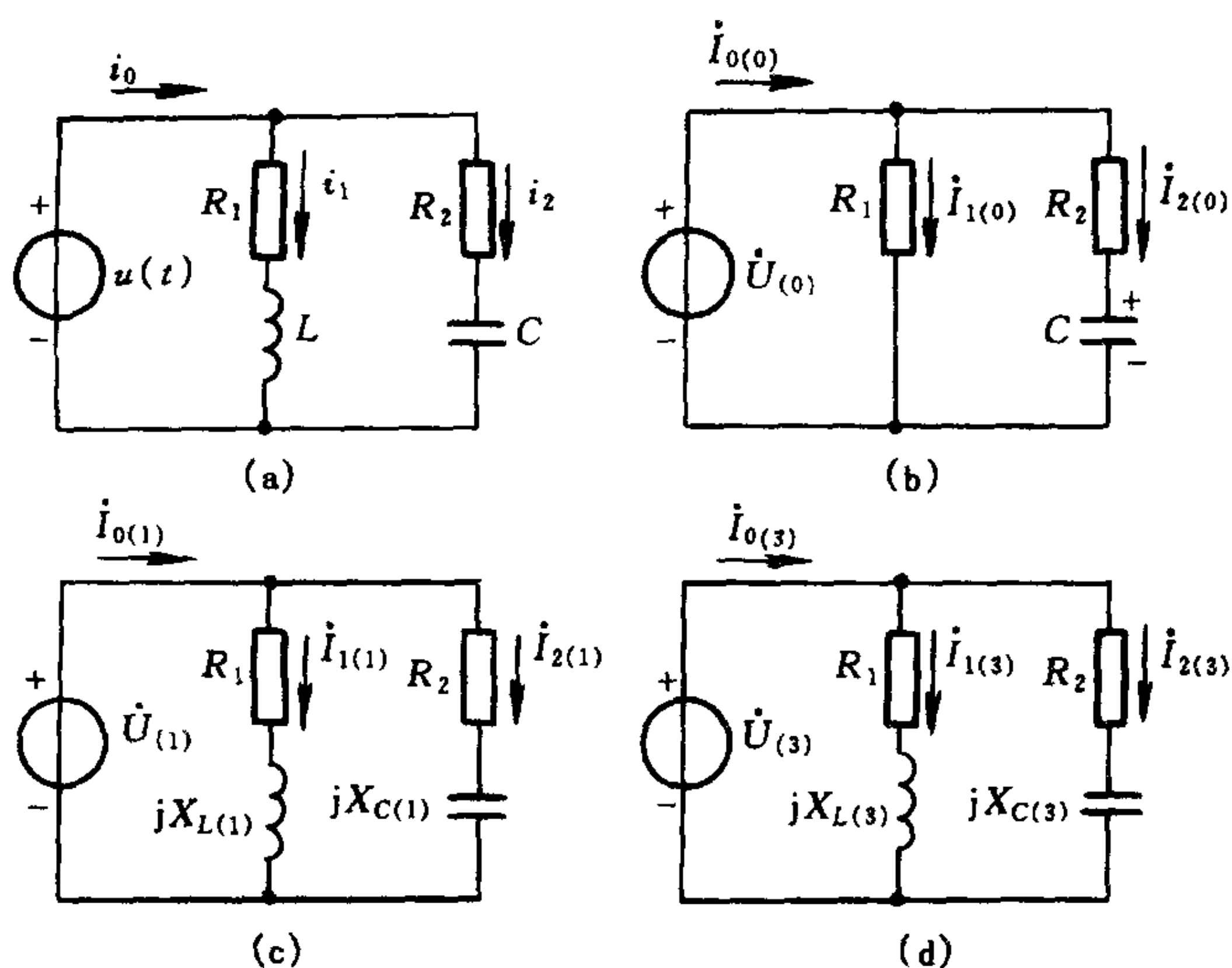


图 1-74 例 1-25 图

将上面求得的基波分量、三次谐波分量化为瞬时值，属于同一支路的进行相加，就得到最终结果。

$$i_1 = 2 + \sqrt{2} 18.55 \cos(\omega_1 t - 21.8^\circ) + \sqrt{2} 6.4 \cos(3\omega_1 t - 20.19^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = \sqrt{2} 5.55 \cos(\omega_1 t + 56.31^\circ) + \sqrt{2} 4.47 \cos(3\omega_1 t + 56.57^\circ) \text{ A}$$

$$i_0 = 2 + \sqrt{2} 20.43 \cos(\omega_1 t - 6.38^\circ) + \sqrt{2} 8.61 \cos(3\omega_1 t + 10.17^\circ) \text{ A}$$

第五节 运算放大器

一、基本内容和知识点

(一) 运算放大器的电路模型

运算放大器(以下简称运放)采用图 1-75(a)所示的电路符

号。输入端 a 称为倒向输入端(或反相输入端)。当电压 u^- 加在 a 端和公共端(通常也就是接地端,输入电压和输出电压都是以它为参考的)之间,且其实际方向自 a 端指向公共端时,输出电压 u_o 。则自公共端指向 o 端,即两者的方向恰好相反。输入端 b 称为非倒向输入端(或同相输入端)。当输入电压 u^+ 加在 b 端与公共端之间,输出电压 u_o 与输入电压 u^+ 两者的实际方向相对公共端来说恰好相同。倒向端和非倒向端分别用“-”号和“+”号标出,如图中所示,但不要把它们误认为电压参考方向的正负极性。

如果在 a 端和 b 端分别同时有输入电压 u^- 和 u^+ 时,则有

$$u_o = A(u^+ - u^-) = Au_d \quad (1-42)$$

其中 $u_d = u^+ - u^-$, A 为运放的电压放大倍数。

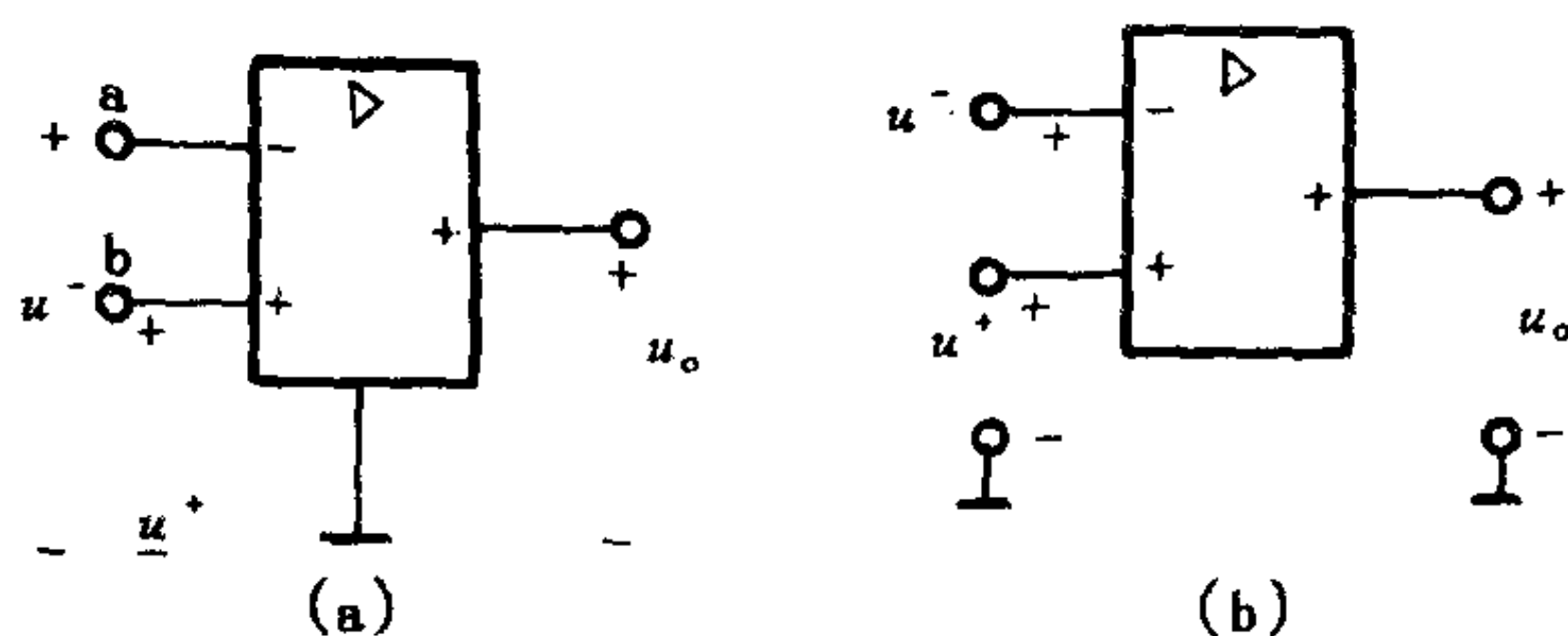


图 1-75 运放的电路图形符号图

为了简化起见,在画运放的电路符号时(见图1-75(a)),可以把接地的连线省略掉,而用图 1-75(b)所示的电路符号表示。

图 1-76 为运放的电路模型,其中电压控制电压源的电压为

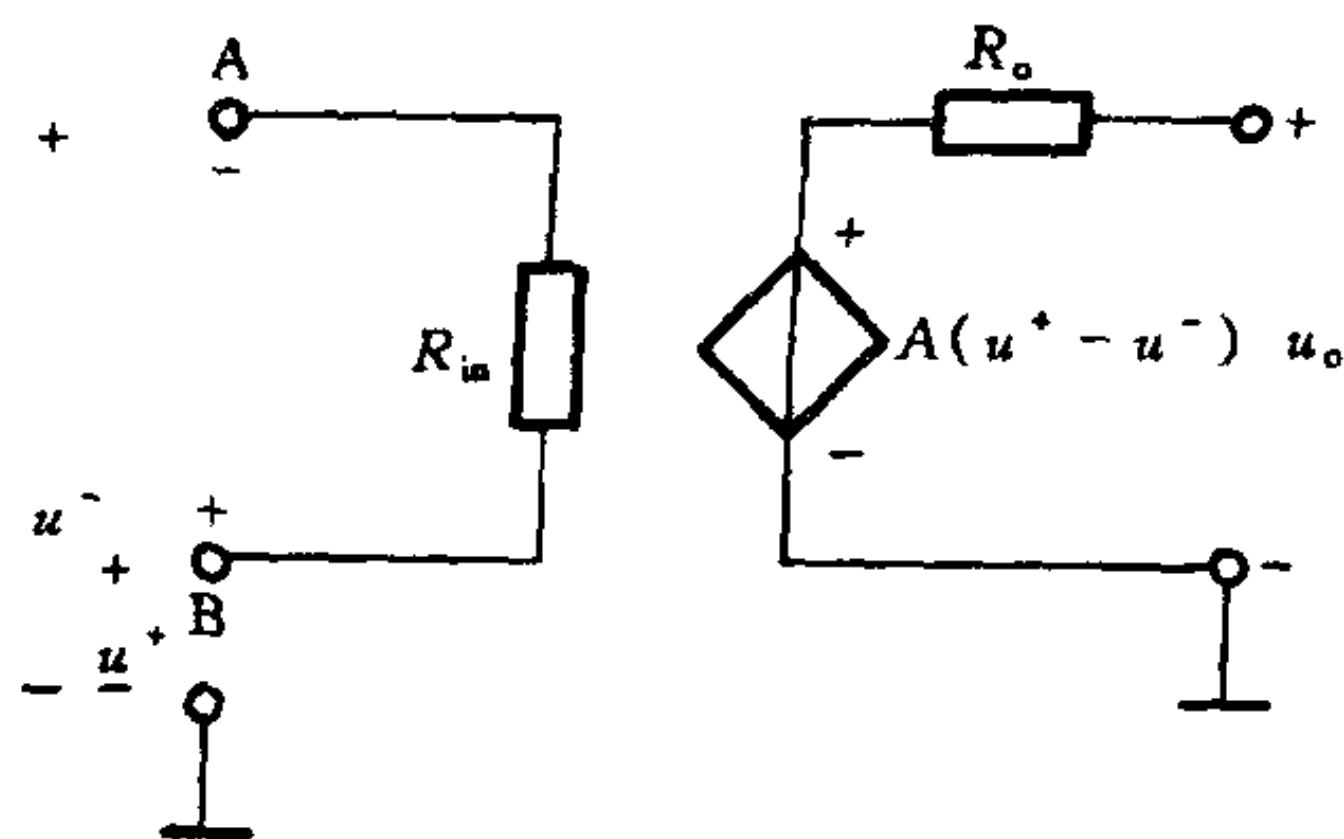


图 1-76 运放的电路模型

$A(u^+ - u^-)$, R_{in} 为运放的输入电阻, R_o 为输出电阻。对实际运放, R_{in} 大约接近 $1M\Omega$, 而 R_o 为 100Ω 左右。另外, 我们把运放的工作范围局限在线性段。

在理想化情况下, $R_{in} = \infty$, $R_o = 0$, 而放大倍数 A 达无限大。我们把这种运放称为理想的运放。

(二) 具有理想运放的电路的分析

根据理想运放的性质, 可以得出如下分析具有理想运放的电路的两条规则:

(1) 倒向端和非倒向端的输入电流均为零(可称之为“虚断(路)”);

(2) 对公共端(地)来说, 倒向输入端的电压与非倒向输入端的电压相等(可称之为“虚短(路)”)。

合理地运用这两条规则, 并与结点法结合起来加以运用, 将使这类电路的分析大为简化。

二、重点和难点

本节的重点是: 运放的电路模型和计算具有理想运放的电路的两条规则。难点是对上述两条规则的合理运用。

三、例题分析

例 1-26 图 1-77 所示电路为加法器, 试说明其工作原理。

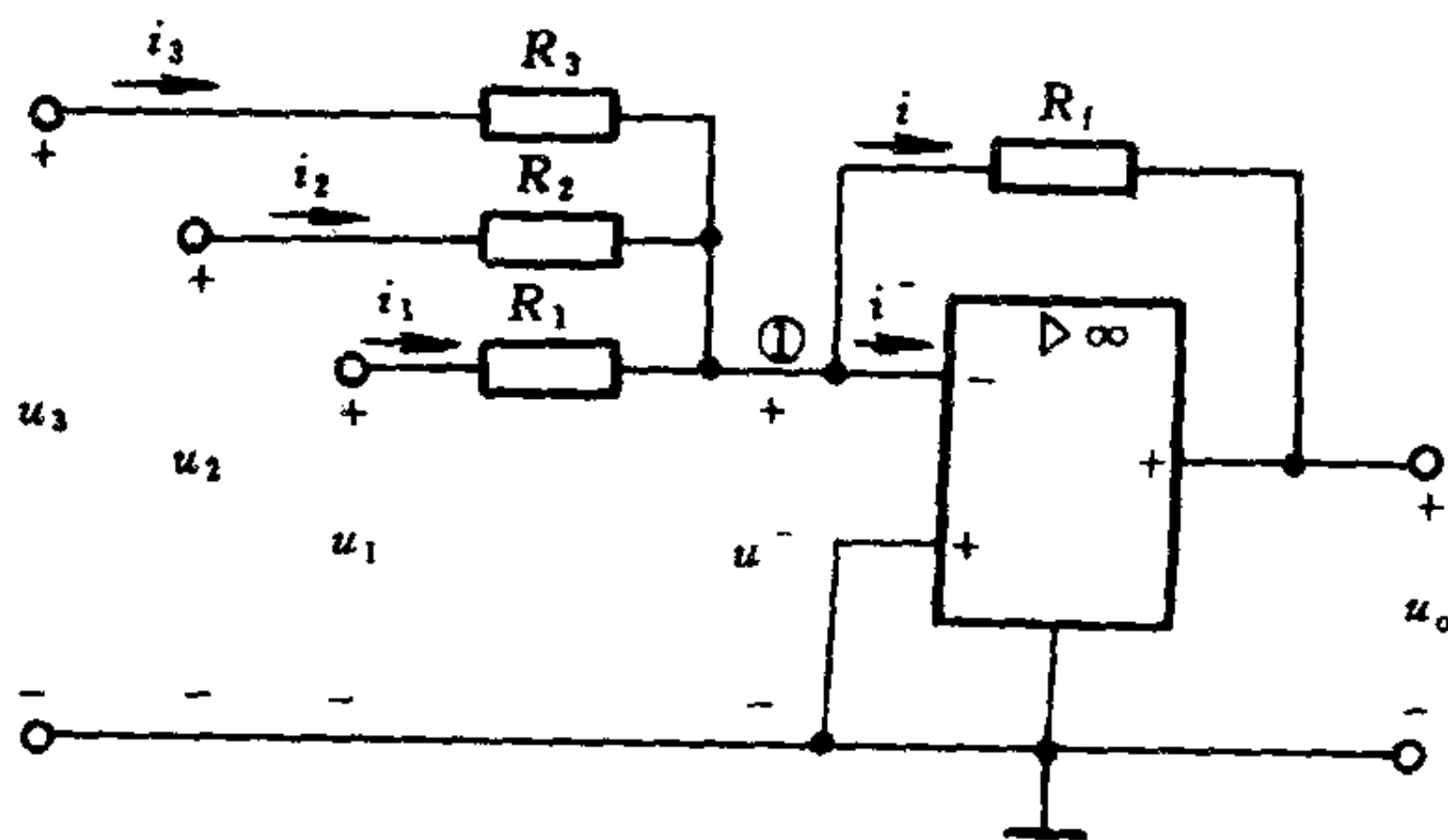


图 1-77 加法器

解 用规则 1, $i^- = 0$, 得 $i = i_1 + i_2 + i_3$, 故

$$-\frac{u_o - u^-}{R_f} = \frac{u_1 - u^-}{R_1} + \frac{u_2 - u^-}{R_2} + \frac{u_3 - u^-}{R_3}$$

用规则 2, 得 $u^- = 0$, 所以

$$-\frac{u_o}{R_f} = \frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3}$$

$$u_o = -R_f \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_3} \right)$$

如令 $R_1 = R_2 = R_3 = R_f$, 则

$$u_o = -(u_1 + u_2 + u_3)$$

式中负号说明输出电压和输入电压反向。

第六节 非线性电阻电路

一、基本内容和知识点

(一) 非线性电阻元件

对于非线性电阻来说, 它的伏安特性不满足欧姆定律而遵循某种特定的非线性函数关系。非线性电阻的图形符号如图1-78所示。



图 1-78 非线性电阻

一般说来, 非线性电阻的伏安特性可以用下列函数关系来表示

$$u = f(i) \quad (1-43)$$

或

$$i = g(u) \quad (1-44)$$

对于式(1-43)来说, 电阻两端电压是其电流的单值函数, 它的典型伏安特性如图1-79(a)所示。这种电阻称为电流控制的电阻。

对于式(1-44)来说, 电阻中的电流是电阻两端电压的单值函数, 它的典型伏安特性如图1-79(b)所示。这种电阻称为电压控制

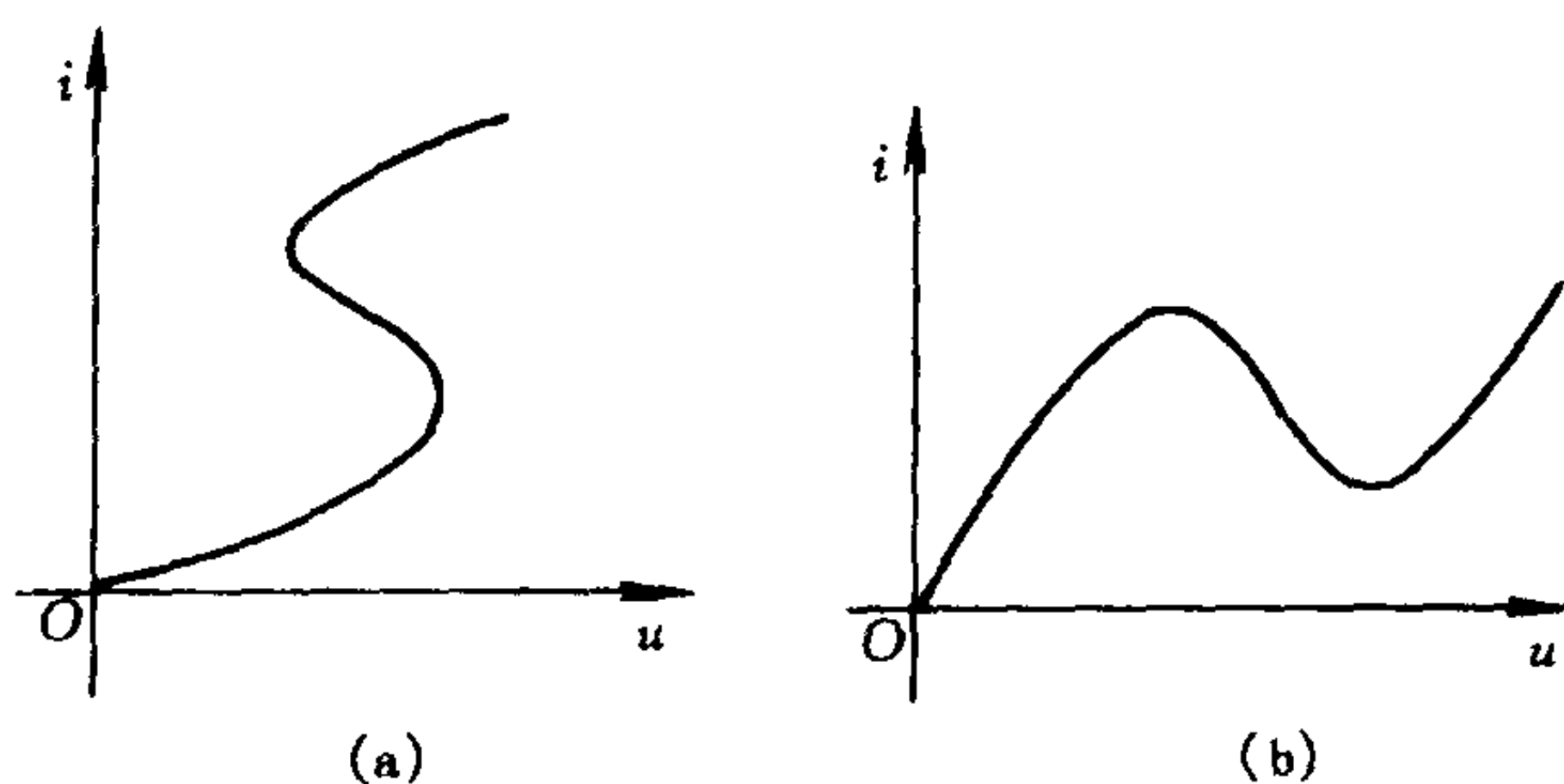


图 1-79 非线性电阻的伏安特性

的电阻。

当电阻既是电流控制的又是电压控制的，这种电阻称为单调型电阻。

(二) 非线性电阻的串联和并联

图 1-80 所示为两个非线性电阻的串联电路。按照 KCL 和 KVL，有

$$i = i_1 = i_2$$

$$u = u_1 + u_2$$

设两个非线性电阻均为电流控制的，且其伏安特性分别可写为 $u_1 = f_1(i_1)$ ， $u_2 = f_2(i_2)$ 。

如果把串联电路当作是一个一端口（见图 1-80），则端口的电压、电流关系或伏安特性称为此一端口的驱动点特性。设用 $u = f(i)$ 表示此特性。利用以上关系式，可求得

$$u = f_1(i_1) + f_2(i_2) = f(i) \quad (1-45)$$

就是说，驱动点特性为一个电流控制的非线性电阻。

图 1-81 为两个非线性电阻的并联电路。按 KVL 和 KCL 有

$$u = u_1 = u_2, \quad i = i_1 + i_2$$

设两个非线性电阻均为电压控制的，且其伏安特性可分别写为

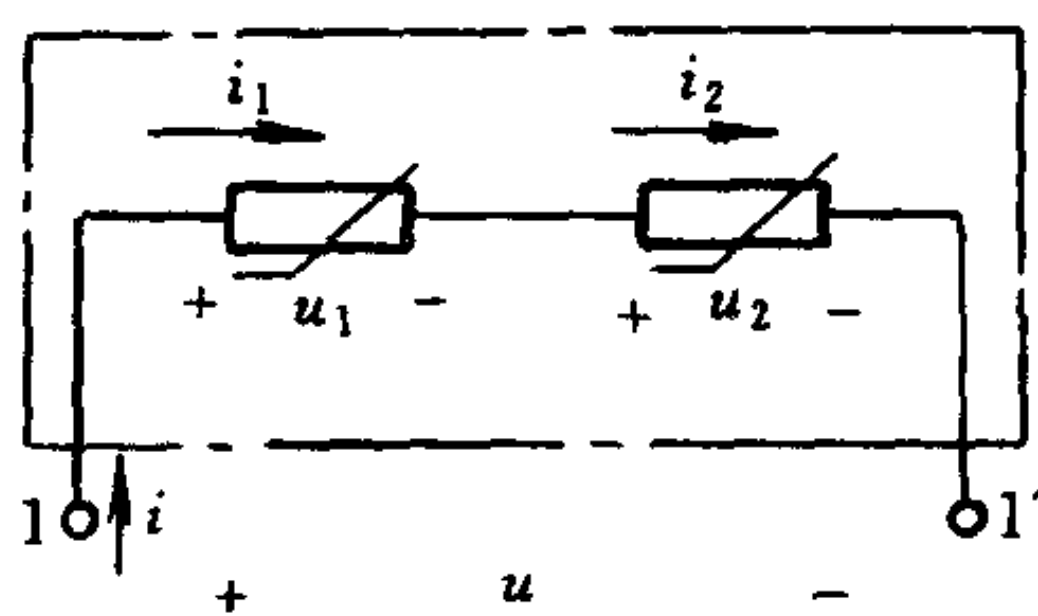


图 1-80 非线性电阻的串联

$$i_1 = f_1(u_1), \quad i_2 = f_2(u_2)$$

而由并联电路组成的一端口的驱动点特性用 $i = f(u)$ 来表示。利用以上关系式，可求得

$$i = f_1(u_1) + f_2(u_2) = f(u) \quad (1-46)$$

所以此一端口的驱动点特性是一个电压控制的非线性电阻。

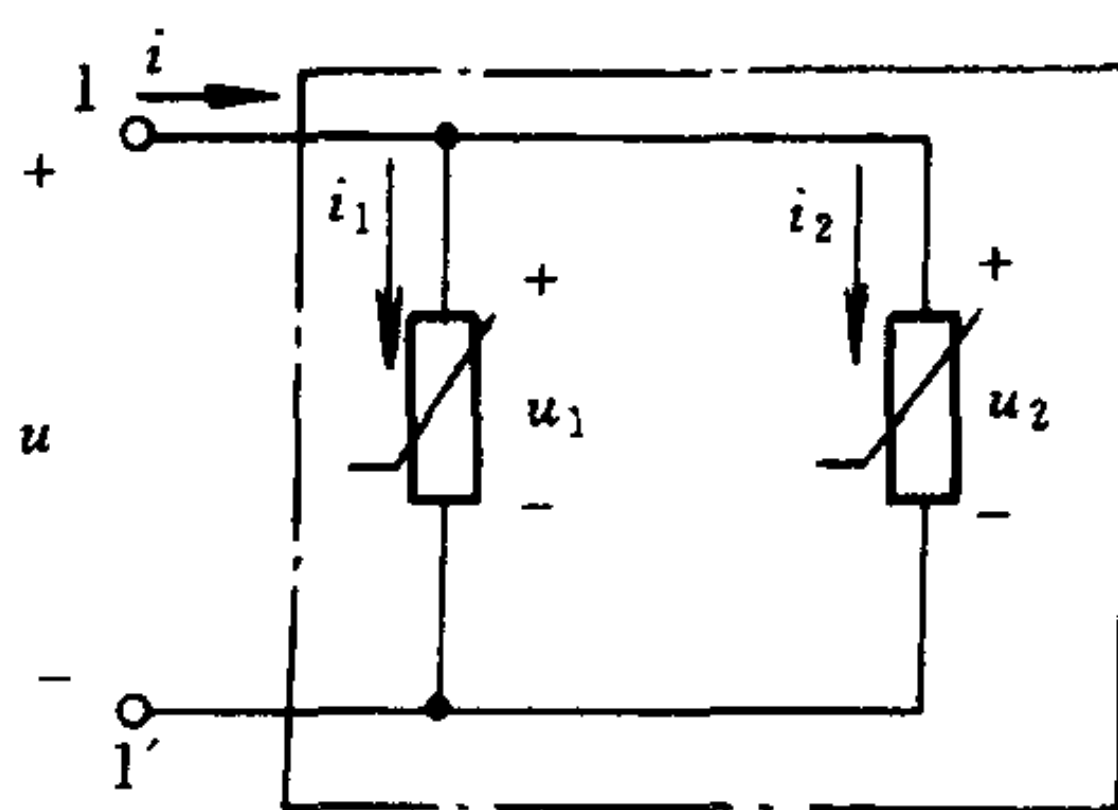


图 1-81 非线性电阻的并联

(三) 非线性电阻电路的方程

线性电阻电路方程的建立方法可以推广应用于非线性电阻电路，但由于后者的一些特点，这种推广有时就不甚容易，视所采用的方法而定。以结点法为例，当电路中的非线性电阻都是电压控制的，那么就不难写出电路的结点电压方程。

二、重点和难点

本节的重点是非线性电阻电路方程的建立。

三、例题分析

例 1-27 电路如图 1-82 所示，其中非线性电阻的伏安关系为 $u_3 = 20i_3^{1/2}$ 。试写出电路方程。

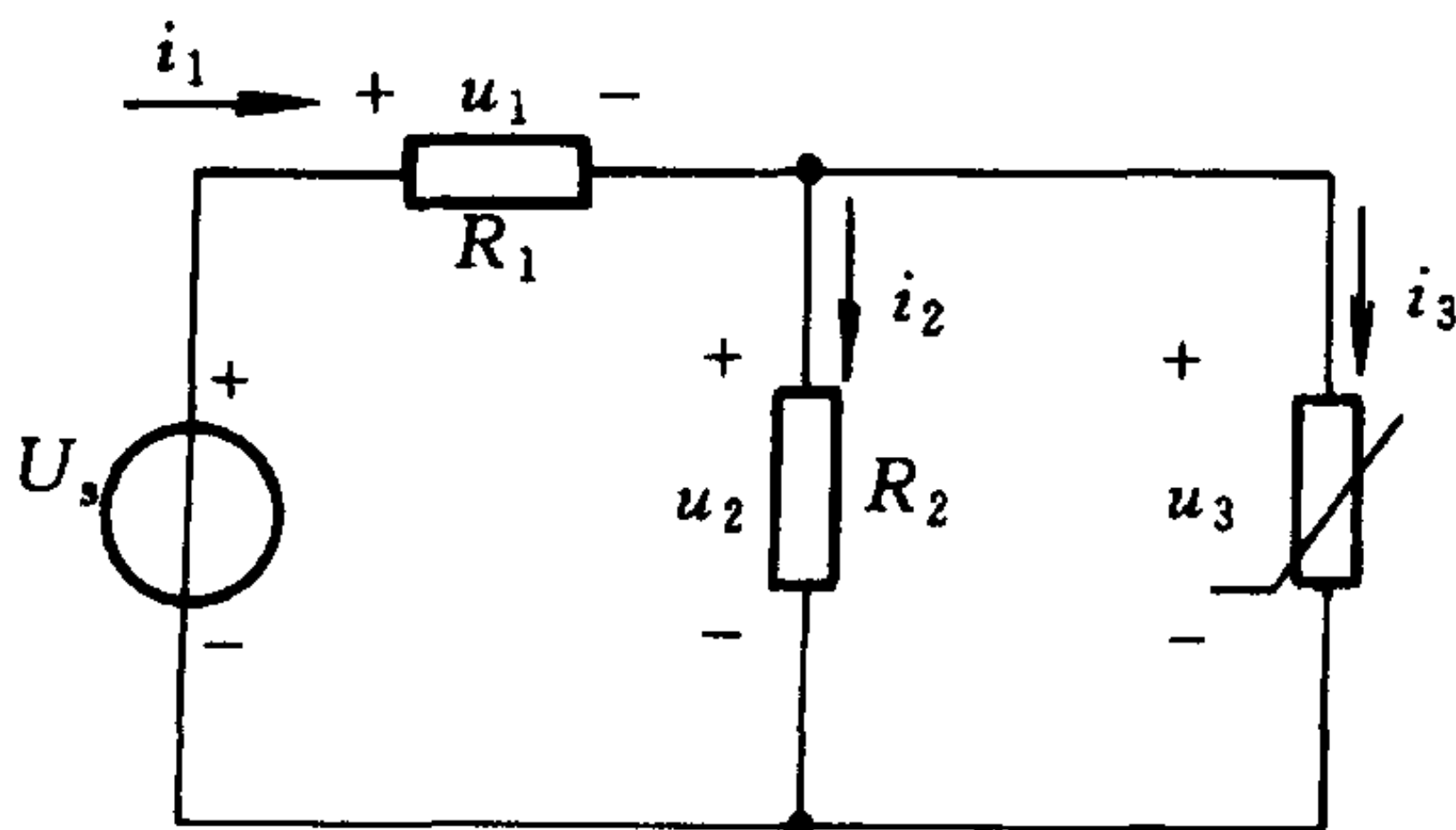


图 1-82 例 1-27 图

解 各电阻的电压电流关系为 $u_1 = R_1 i_1$, $u_2 = R_2 i_2$, $u_3 = 20i_3^{1/2}$ 。
然后, 根据 KCL 和 KVL, 有

$$i_1 = i_2 + i_3$$

$$u_1 + u_2 = U_s$$

$$u_2 = u_3$$

从而可以得到电路方程为

$$R_1 i_1 + R_2 i_2 = U_s$$

$$R_2 i_2 = 20i_3^{1/2}$$

$$i_1 = i_2 + i_3$$

第七节 电路方程的矩阵形式

一、基本内容和知识点

(一) 电路拓扑图

1. 割集

连通图 G 的一个割集是 G 的一个支路集合, 把这些支路移去将使 G 分离成两个部分, 但是如果少移去其中一条支路, 图仍将是连通的。

对应于一组线性独立的 KCL 方程的割集称为独立割集。由树的一条树支与相应的一些连支所构成的割集称为单树支割集或基本割集。对于一个具有 n 个结点和 b 条支路的连通图, 其树支数为 $(n-1)$, 因此将有 $(n-1)$ 个单树支割集, 称为基本割集组。基本割集组是独立割集组。

2. 关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵

(1) 关联矩阵

设有向图的结点数为 n , 支路数为 b , 且所有的结点与支路均加以编号。于是该有向图的关联矩阵 A_a 为一个 $(n \times b)$ 阶的矩阵, 它的行对应于结点, 列对应于支路, 它的任一元素, 如 a_{jk} 定义

如下：

$a_{jk} = +1$ ，表示支路 k 与结点 j 关联且它的方向背离结点；

$a_{jk} = -1$ ，表示支路 k 与结点 j 关联并且它的方向指向结点；

$a_{jk} = 0$ ，表示支路 k 与结点 j 无关联。

当把关联矩阵的任一行划去，得到 $(n-1) \times b$ 矩阵，它以 A 表示并称为降阶关联矩阵。被划去的行所对应的结点可以当作参考结点。

例如对于图 1-83 所示的有向图，它的关联矩阵 A 为(以结点 4 为参考结点)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 \end{bmatrix}$$

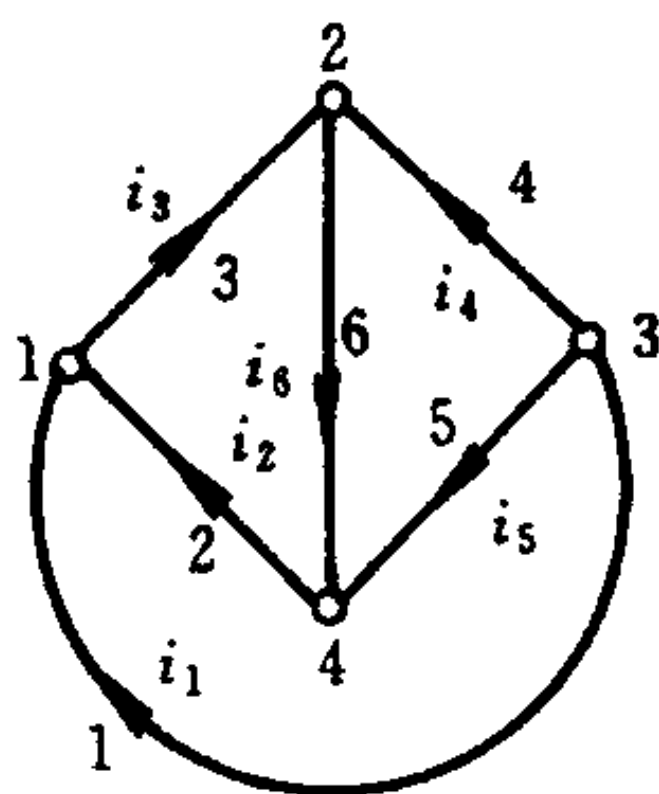


图 1-83 图的结点与支路的关联性质

如果用 $i = [i_1 i_2 \cdots i_b]^T$ 和 $u = [u_1 u_2 \cdots u_b]^T$ 分别表示支路电流向量和支路电压向量，用 $u_n = [u_{n1} u_{n2} \cdots u_{n, n-1}]^T$ 表示结点电压向量。可以证明

$$Ai = 0 \quad (1-47)$$

$$u = A^T u_n \quad (1-48)$$

式(1-47)是用矩阵 A 表示的 KCL 的矩阵形式，式(1-48)是用矩阵 A 表示的 KVL 的矩阵形式。

(2) 回路矩阵

设有向图的独立回路数为 l ，支路数为 b ，且所有独立回路和支路均加以编号，于是，该有向图的回路矩阵 B 是一个 $l \times b$ 矩阵，它的行对应于一个回路，列对应于支路，它的任一元素，如 b_{jk} ，定义如下：

$b_{jk} = +1$ ，表示支路 k 与回路 j 关联，且它们的方向一致；

$b_{jk} = -1$ ，表示支路 k 与回路 j 关联，且它们的方向相反；

$b_{jk} = 0$ ，表示支路 k 与回路 j 无关联。

如果所选的独立回路组是单连支回路组，则回路矩阵称为基本回路矩阵，用 B_f 来表示。若写 B_f 时，其列采取先连支后树支的

排序, 则 B_t 中将出现一个 l 阶的单位子矩阵, 即有

$$B_t = [1_l : B_t] \quad (1-49)$$

式中下标 l 和 t 分别表示与连支和树支对应的部分。例如对图1-84(a)的有向图选3、5、6为树支, 则支路1、2、4为连支。这样以图1-84(b)所示的一组独立回路即为一组单连支回路, 于是 B_t 为

$$B_t = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

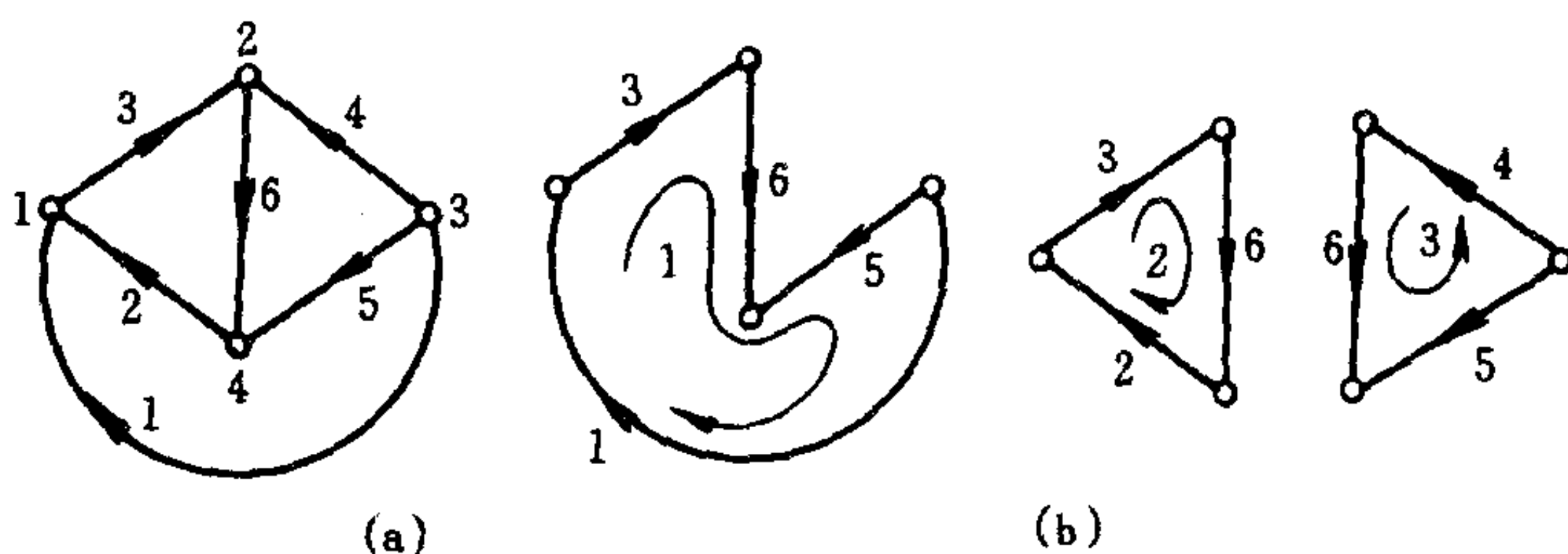


图 1-84 回路与支路的关联性质

若用 $i_l = [i_{l1} \ i_{l2} \ \cdots \ i_{ln}]^T$ 表示独立回路电流向量, 则可以证明

$$Bu = 0 \quad (1-50)$$

$$i = B^T i_l \quad (1-51)$$

式(1-50)和式(1-51)分别是用 B 表示的 KVL 和 KCL 的矩阵形式。

(3) 割集矩阵

设一个割集由某些支路构成, 则称这些支路与该割集关联。设有向图的结点数为 n , 支路数为 b , 则该图的独立割集数为 $(n-1)$ 。于是割集矩阵 Q 为一个 $(n-1) \times b$ 的矩阵。 Q 的行对应于割集, 列对应于支路, 它的任一元素 q_{jk} 定义如下

$q_{jk} = +1$, 表示支路 k 与割集 j 关联并且具有同一方向;

$q_{jk} = -1$, 表示支路 k 与割集 j 关联但是它们的方向相反;

$q_{jk}=0$, 表示支路 k 与割集 j 无关联。

如果所选的独立割集组是单树支割集组, 则割集矩阵称为基本割集矩阵, 用 Q_f 来表示。在写 Q_f 时, 若采用其列为先树支后连支的排序, 则 Q_f 有如下形式

$$Q_f = [1_t : Q_l] \quad (1-52)$$

式中下标 t 和 l 分别表示对应于树支和连支部分。例如, 对于图 1-85(a) 所示的有向图, 若选支路 3、5、6 为树支, 则一组单树支割集如图 1-85(b) 所示, 于是

$$Q_f = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 5 & 6 & 1 & 2 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

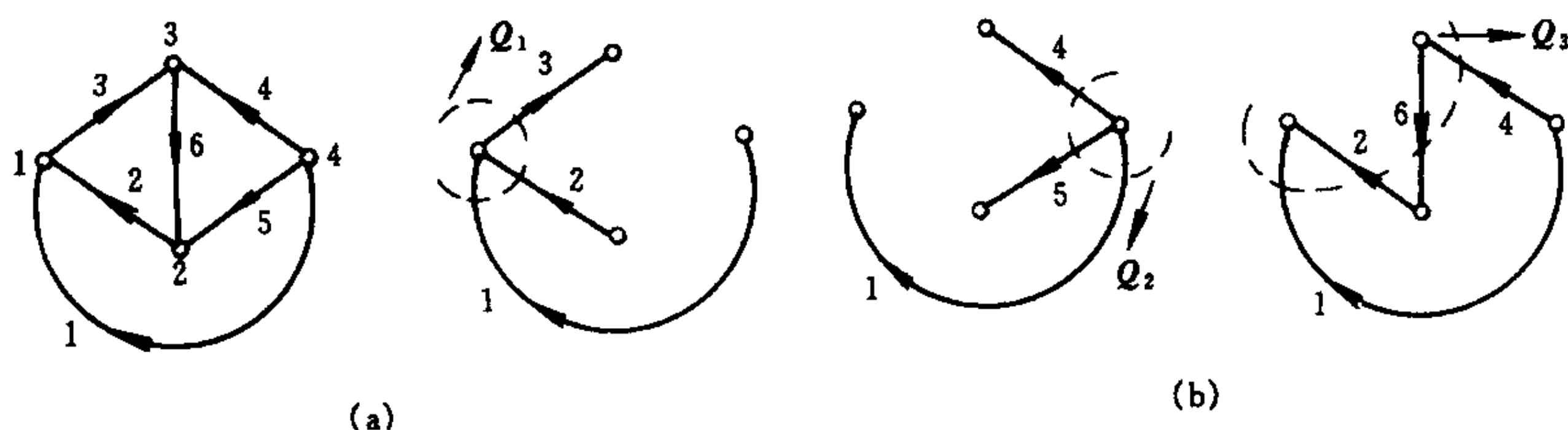


图 1-85 割集与支路的关联性质

不难证明

$$Q_i = 0 \quad (1-53)$$

式(1-53)是用 Q 表示的 KCL 的矩阵形式。

电路中 $(n-1)$ 个树支电压可用 $(n-1)$ 阶列向量表示, 即

$$u_t = [u_{t1} \ u_{t2} \ \cdots \ u_{t(n-1)}]^T$$

则有

$$u = Q_f^T u_t$$

上式是用 Q_f 表示的 KVL 的矩阵形式。

(二) 结点电压方程的矩阵形式

1. 复合支路

为了写出支路约束方程, 必须规定一条支路的结构和内容。我们采用如图 1-86 所示的复合支路, 其中下标 k 表示第 k 条支路, Y_k (或 Z_k) 表示导纳 (或阻抗) 且规定它只能是单一的电阻、电感或电容, 而不能是它们的组合, 即

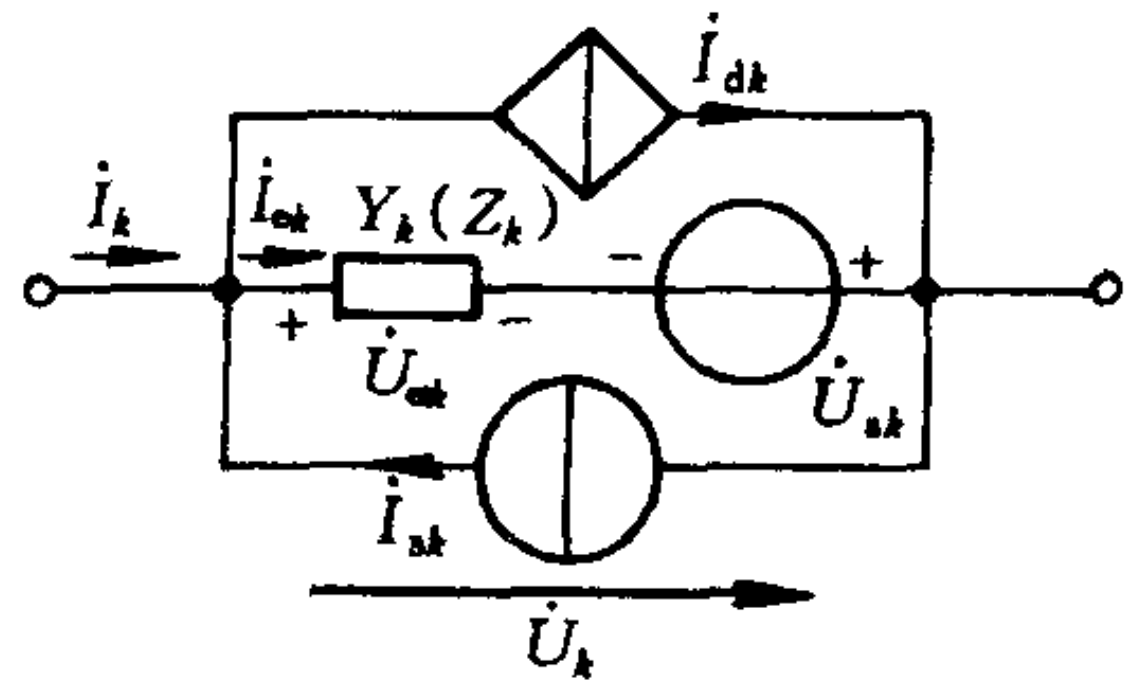


图 1-86 复合支路

$$Y_k = \begin{cases} 1/R_k \\ 1/j\omega L_k \\ j\omega C_k \end{cases}$$

2. 支路方程

若电路中无受控电流源 (即 $\dot{I}_{dk} = 0$), 电感间无耦合, 则对于第 k 条支路有

$$\dot{I}_k = Y_k \dot{U}_{ek} - \dot{I}_{sk} = Y_k (\dot{U}_{sk} + \dot{U}_k) - \dot{I}_{sk} \quad (1-54)$$

若设 \dot{I} 、 \dot{U} 、 \dot{I}_s 、 \dot{U}_s 分别为支路电流列向量、支路电压列向量、支路电流源的电流列向量、支路电压源的电压列向量, 于是对整个电路有

$$\dot{I} = Y(\dot{U} + \dot{U}_s) - \dot{I}_s \quad (1-55)$$

式中 Y 称为支路导纳矩阵, 它是一个对角阵。

当电路中含有受控电流源时, 设第 k 支路中有受控电流源并受第 j 支路中无源元件上的电压 \dot{U}_{ej} 或电流 \dot{I}_{ej} 控制, 如图 1-87 所

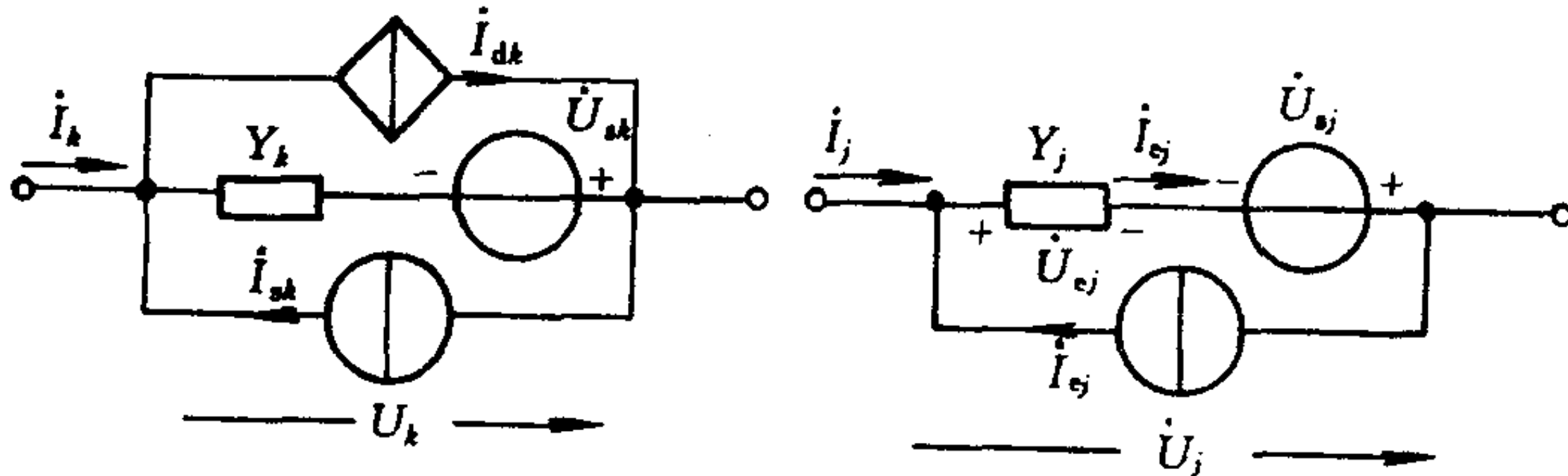


图 1-87 受控电流源的控制关系

示, 其中 $\dot{I}_{dk} = g_{kj}\dot{U}_{ej}$ 或 $\dot{I}_{dk} = \beta_{kj}\dot{I}_{ej}$ 。此时, 对第 k 支路有

$$\begin{aligned}\dot{I}_k &= Y_k(\dot{U}_k + \dot{U}_{sk}) + \dot{I}_{dk} - \dot{I}_{sk} \\ &= Y_k(\dot{U}_k + \dot{U}_{sk}) + Y_{kj}(\dot{U}_j + \dot{U}_{sj}) - \dot{I}_{sk}\end{aligned}$$

在 VCCS 情况下, 上式的 $Y_{kj} = g_{kj}$ 。而在 CCCS 的情况下, 上式的 $Y_{kj} = \beta_{kj}Y_j$ 。

这样, 整个电路的支路方程仍可用式(1-55)表示, 只是由于 Y_{kj} 的出现, 使得 Y 不再是对角阵了。

3. 结点电压方程的矩阵形式

根据用关联矩阵 A 表示的 KCL、KVL, 以及支路方程, 可得如下形式的结点电压方程

$$Y_n \dot{U}_n = J_n \quad (1-56)$$

式(1-56)中 $Y_n \stackrel{\text{def}}{=} AYA^T$, 称为结点导纳矩阵; $J_n \stackrel{\text{def}}{=} A\dot{I}_s - AY\dot{U}_s$, 为由独立电源引起的注入结点的电流列向量。

二、重点和难点

本节的重点是: 关联矩阵、基本回路矩阵、基本割集矩阵的形成, 结点电压方程矩阵形式的形成。

三、例题分析

例 1-28 电路如图 1-88(a)所示, 图中元件的下标代表支路编号, 同图(b)是它的有向图。设 $\dot{I}_{d2} = g_{21}\dot{U}_1$, $\dot{I}_{d4} = \beta_{46}\dot{I}_6$ 。写出支路方程的矩阵形式

解 支路导纳矩阵可写为(注意 g_{21} 和 β_{46} 出现的位置)

$$Y = \begin{bmatrix} 1/R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_{21} & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega C_4 & 0 & \beta_{46}/j\omega L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_6 \end{bmatrix}$$

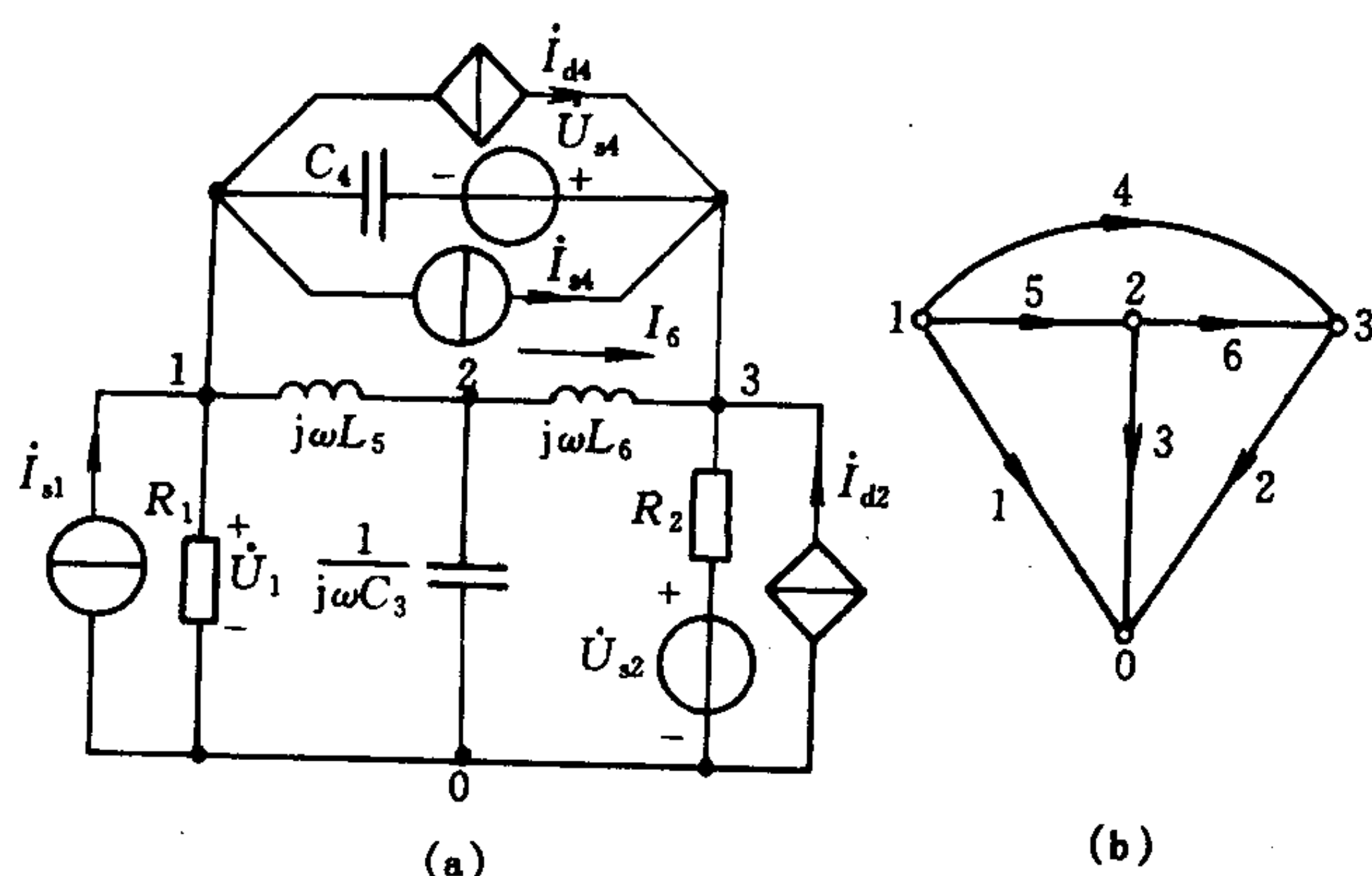


图 1-88 例 1-28 图

电流源向量与电压源向量为

$$\dot{I}_s = [\dot{I}_{s1} \ 0 \ 0 \ -\dot{I}_{s4} \ 0 \ 0]^T$$

$$\dot{U}_s = [0 \ -\dot{U}_{s2} \ 0 \ \dot{U}_{s4} \ 0 \ 0]^T$$

于是，支路方程的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_{21} & 1/R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j\omega C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j\omega C_4 & 0 & \beta_{46}/j\omega L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/j\omega L_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 + 0 \\ \dot{U}_2 - \dot{U}_{s2} \\ \dot{U}_3 + 0 \\ \dot{U}_4 + \dot{U}_{s4} \\ \dot{U}_5 + 0 \\ \dot{U}_6 + 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{I}_{s1} \\ 0 \\ 0 \\ -\dot{I}_{s4} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

第八节 二端口网络

一、基本内容和知识点

(一) 二端口的方程和参数

图 1-89 所示为一个无源线性二端口。在分析中将按正弦电流

电路的稳态情况考虑,并应用相量法,在端口 1-1' 和 2-2' 处电流相量和电压相量的参考方向如图所示。

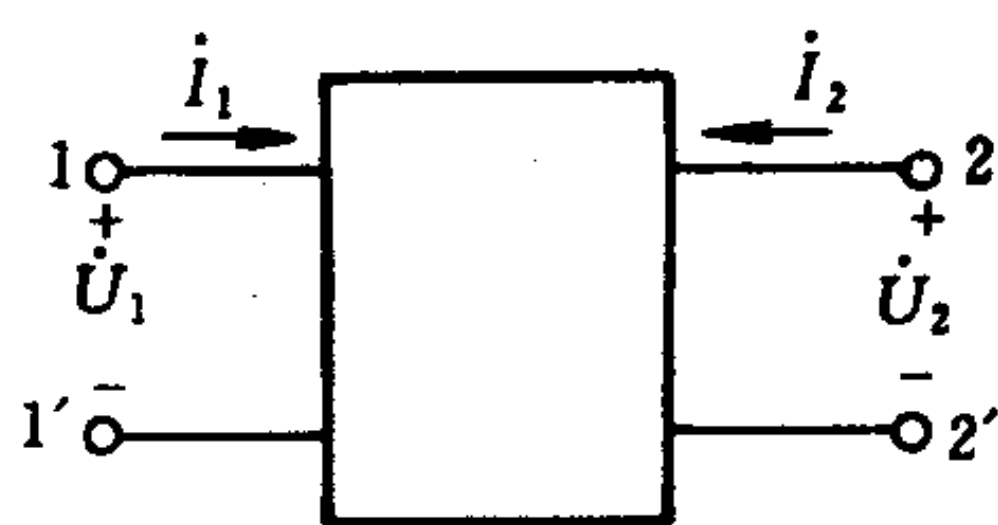


图 1-89 无源线性二端口的电流电压关系

二端口的端口外特性的第一种形式为

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 = Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{cases} \quad (1-57)$$

式(1-57)还可以写成下列矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1-58)$$

其中

$$\mathbf{Y} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$

称为二端口的 Y 参数矩阵,而 Y_{11} 、 Y_{12} 、 Y_{21} 、 Y_{22} 称为二端口的 Y 参数。显然 Y 参数属于导纳性质。由于这 4 个参数可以分别根据在短路条件下计算或测定出来,所以又称为短路导纳参数。

二端口的端口电压、电流关系可表示成另一种形式,即有

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2 \end{cases} \quad (1-59)$$

把式(1-59)改写为矩阵形式,有

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-60)$$

其中

$$\mathbf{Z} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

称为二端口的 Z 参数矩阵, 而 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{21} 、 Z_{22} 称为二端口的 Z 参数, 它们具有阻抗性质, Z 参数也称为开路阻抗参数。

描述二端口外特性的第三种形式为

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U}_2 - B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U}_2 - D \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-61)$$

A 、 B 、 C 、 D 称为二端口的传输参数, T 参数。

式(1-61)写成矩阵形式时, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (1-62)$$

其中

$$\mathbf{T} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

称为二端口的 T 参数矩阵。

混合参数或 H 参数, 是用下面方程表示的

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-63)$$

在晶体管电路中, H 参数获得了广泛的应用。用矩阵形式表示时, 有

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} \quad (1-64)$$

其中

$$\mathbf{H} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

需要指出的是, 对任何一个无源线性二端口, 只要 3 个独立的参数就足以表征它的性能了。

(二) 无源线性二端口的等效电路

由 3 个阻抗(或导纳)所组成的二端口只有两种形式, 即 T 形

电路和 Π 形电路(图 1-90(a)、(b))。

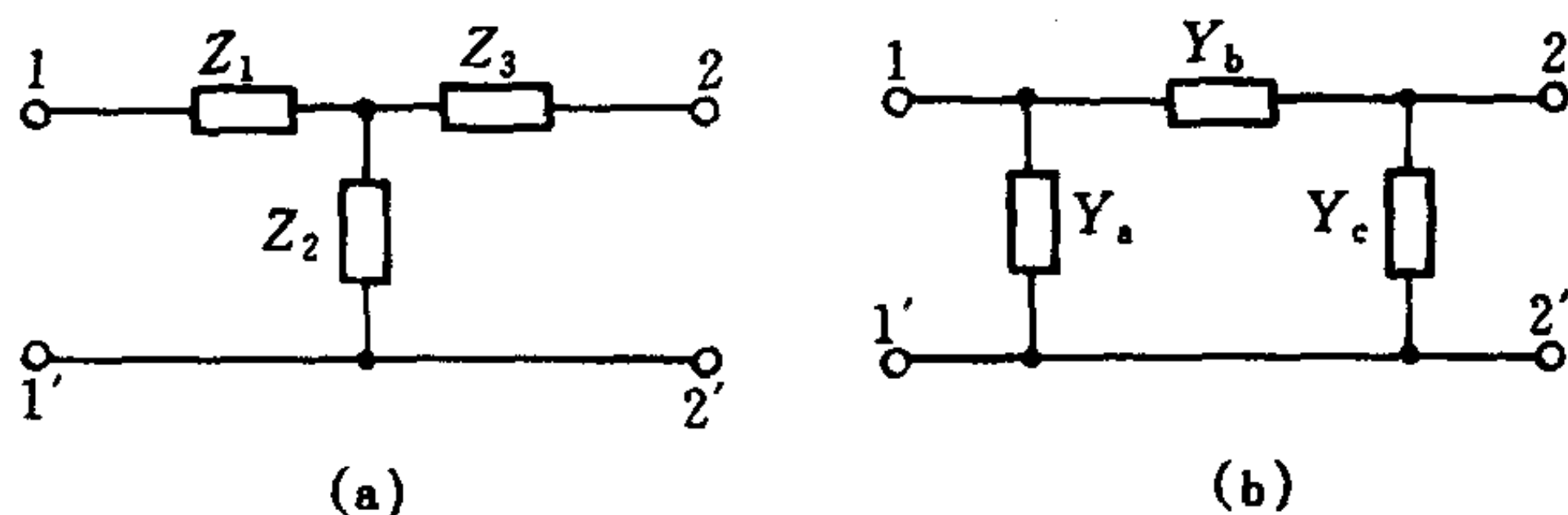


图 1-90 二端口的等效 T 形和 Π 形电路

如果一个给定的二端口的 Y 参数已知, 要找它的等效二端口是图 1-90(b)的 Π 形电路, 则 Π 形电路的 3 个导纳 Y_a 、 Y_b 、 Y_c 为

$$Y_a = Y_{11} + Y_{21}, \quad Y_b = -Y_{21}, \quad Y_c = Y_{22} + Y_{21} \quad (1-65)$$

式中 Y_{11} 、 Y_{22} 、 Y_{21} 为给定的二端口的 Y 参数。

如果一个给定的二端口的 Z 参数为已知, 要找它的一个等效 T 形电路(如图 1-90(a)), 则有

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{21}, \quad Z_2 = Z_{12} = Z_{21}, \quad Z_3 = Z_{22} - Z_{21} \quad (1-66)$$

二、重点和难点

本节的重点是二端口的参数, 二端口的等效 T 形电路和 Π 形电路, 本节的难点是求二端口的参数。

三、例题分析

例 1-29 求图 1-91 所示二端口的 Y 参数。

解 把端口 2-2' 短路, 在端口 1-1' 外施电压 \dot{U}_1 , 得

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1 (Y_a + Y_b)$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{U}_1 Y_b - g_m \dot{U}_1$$

于是, 可求得

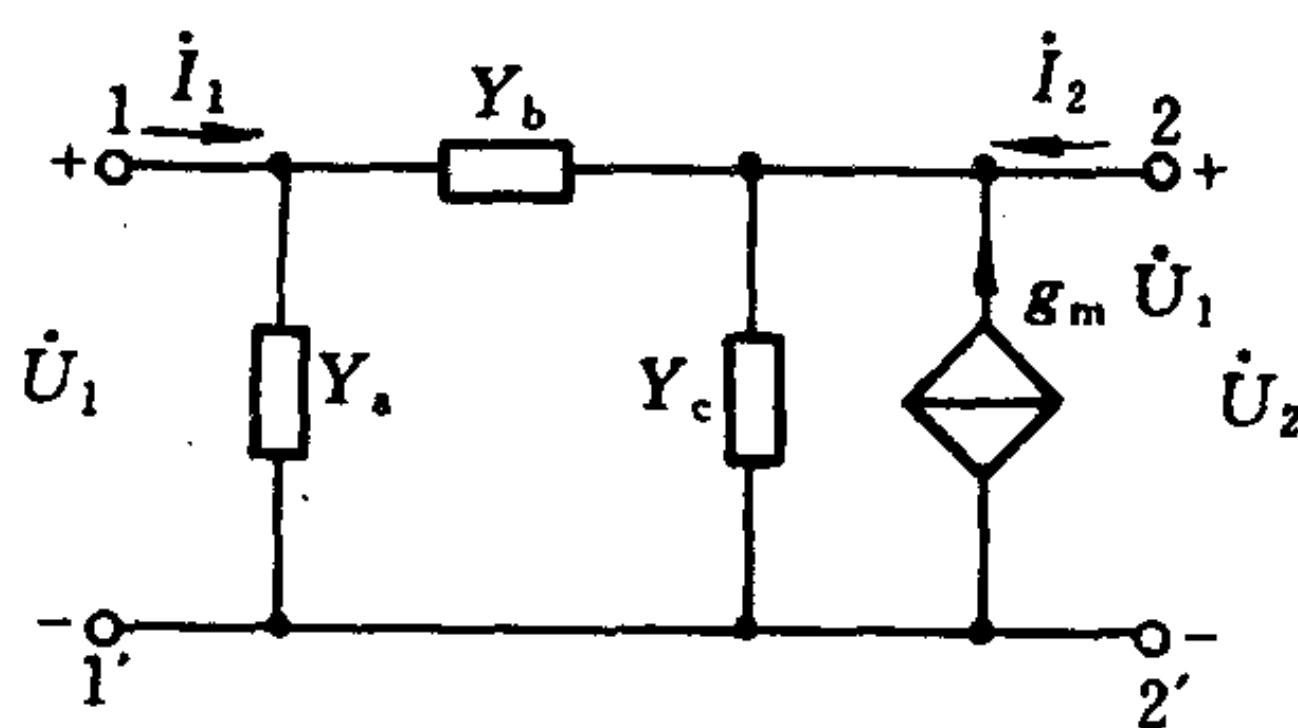


图 1-91 例 1-29 图

$$Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} = Y_a + Y_b$$

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = -Y_b - g_m$$

同理，把端口 1-1' 短路，即令 $\dot{U}_1 = 0$ ，这时受控源的电流也等于零，故得

$$Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} = -Y_b$$

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2} = Y_b + Y_c$$

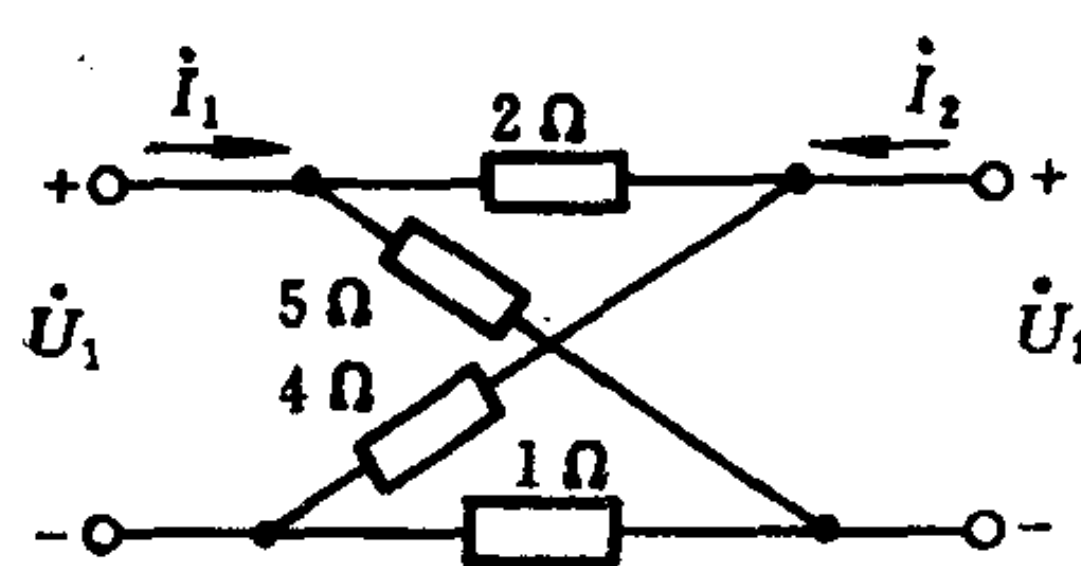


图 1-92 例 1-30 图

例 1-30 一个二端口如图 1-92 所示，求其等效的 T 形和 Π 形电路。

解 对图 1-92 的二端口，不难求得其 Z 参数矩阵为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 3 & 1.5 \\ 1.5 & 2.92 \end{bmatrix}$$

于是，等效的 T 形电路(图 1-93(a)所示)中的元件值为

$$Z_1 = Z_{11} - Z_{21} = 1.5 \Omega$$

$$Z_2 = Z_{21} = 1.5 \Omega$$

$$Z_3 = Z_{22} - Z_{21} = 1.42 \Omega$$

同样，很容易求得 Y 参数矩阵为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{35}{78} & -\frac{18}{78} \\ -\frac{18}{78} & \frac{36}{78} \end{bmatrix}$$

于是等效 Π 形电路(图 1-93(b)所示)中的元件值为

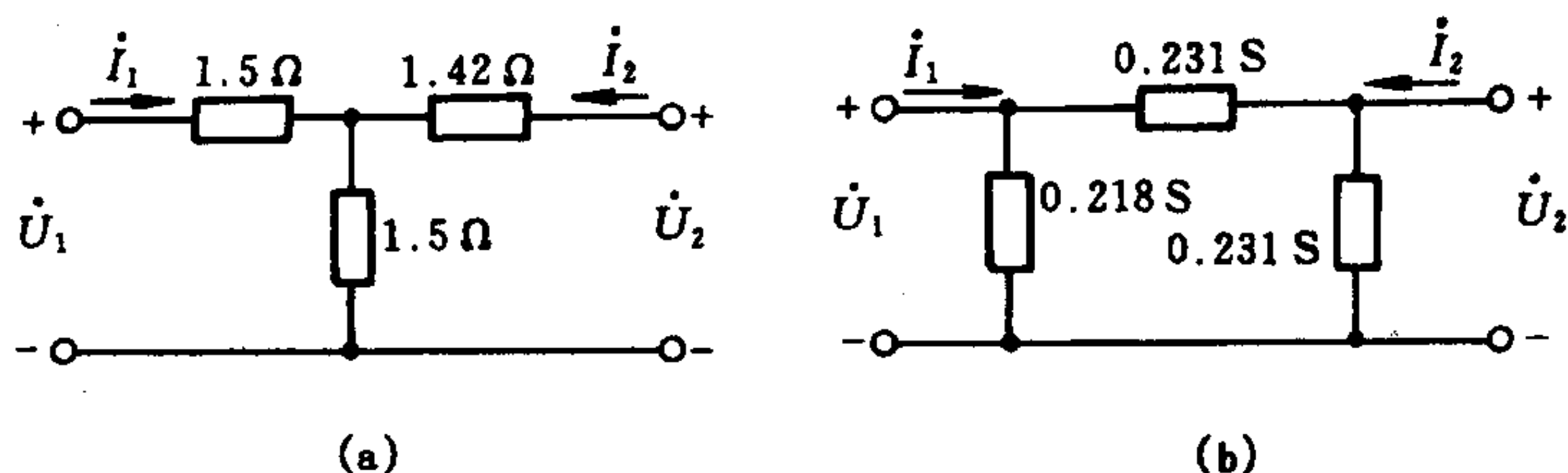


图 1-93 二端口的等效 T 形和 Π 形电路

$$Y_a = Y_{11} + Y_{21} = \frac{17}{78} = 0.218\text{S}$$

$$Y_b = -Y_{21} = 0.231\text{S}$$

$$Y_c = Y_{22} + Y_{21} = \frac{18}{78} = 0.231\text{S}$$

第九节 静电场的基本性质和方程

相对于观察者静止且电荷量不随时间改变的电荷产生的电场称为静电场。本节介绍静电场的基本性质及其分析和求解方法。

一、基本内容和知识点

(一) 电场强度和电位

1. 电场强度

表征电场特性的基本场量是电场强度 E ，它被定义为

$$E(x, y, z) = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{f(x, y, z)}{q_0} \quad (1-67)$$

式中的 f 表示试验电荷 q_0 在点 (x, y, z) 上所受的力。

根据电场强度的定义和库仑定律，可以求得无限大真空中位于原点上的点电荷 q 在离它 r 远处引起的电场强度为

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (1-68)$$

ϵ_0 是真空的介电常数。

如果点电荷所在处的坐标为 r' (源点), 则它在点 r (场点) 引起的电场强度为

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 |r-r'|^2} \cdot \frac{r-r'}{|r-r'|} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} e_R \quad (1-69)$$

式中 $R = |r-r'|$ 是从源点 r' 到场点 r 的距离, e_R 是从电荷 q 到场点 r 处的单位距离矢量。

在无限大真空中, n 个点电荷产生的电场强度为

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k^2} e_{R_k} \quad (1-70)$$

式中, $R_k = |r-r'_k|$, e_{R_k} 是从 q_k (位于 r'_k 处) 到场点 r 处的单位距离矢量。

在无限大真空中, 连续分布体电荷产生的电场强度为

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(r') dV'}{R^2} e_R \quad (1-71)$$

式中, $R = |r-r'|$ 是从电荷元 $\rho(r') dV'$ 到场点 r 处的距离, e_R 是由电荷元指向场点 r 处的单位距离矢量。

另外, 在无限大真空中, 只需将式(1-71)中的 $\rho(r') dV'$ 分别改写为 $\sigma(r') dS'$ 和 $\tau(r') dl'$, 就可得到面分布电荷和线分布电荷的电场强度的表达式。

2. 电位

静电场有一个很重要的性质, 即电场强度 E 的环路线积分恒等于零, 通常写成

$$\oint_l E \cdot dl = 0 \quad (1-72)$$

上式说明, 在静电场中沿任一闭合路径环绕一周移动电荷, 电场力所作的功等于零, 故静电场是守恒场。

根据静电场的守恒特性, 可以定义另一个表征静电场特性的场量——电位, 并用字母 φ 表示之。如果取 Q 点为电位参考点, 则场中 P 点的电位定义为

$$\varphi_P = \int_P^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-73)$$

不管参考点 Q 如何选取，一经确定后，空间中其他各点，都可通过式(1-73)，求得单一的电位值。参考点 Q 的电位为 $\varphi_Q = \int_Q^Q \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 。

在理论分析时，只要引起电场的全部电荷都处于有限的空间区域内，不管电荷分布如何，选取无限远处作为参考点，对于电位计算将带来很大的方便。这样，任意点 P 的电位为

$$\varphi_P = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-74)$$

值得指出，静电场中两点间的电压就是两点间的电位差，即

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-75)$$

根据式(1-74)和(1-68)不难求得，一个位于原点的点电荷 q 在离它 r 远处引起的电位(设参考点选取在无限远处)为

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1-76)$$

若无限大真空中有 n 个点电荷，则场点 r 上的电位为

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k} \quad (1-77)$$

对于既有点电荷又有连续分布电荷的一般情况，则场点 r 上的电位表达式为

$$\begin{aligned} \varphi(r) = & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{q_k}{R_k} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(r') dV'}{R} + \\ & \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\sigma(r') dS'}{R} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \frac{\tau(r') dl'}{R} \end{aligned} \quad (1-78)$$

3. 电场强度 E 与电位 φ 的微分关系

式(1-73)表示从 E 求 φ 的计算式，而由 φ 求 E 的关系式为

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (1-79)$$

称上式为 E 与 φ 的微分关系。

它表明，某一点的电场强度 E 的量值等于电位 φ 随距离的最大减少率， E 的方向则沿着电位减少率最大的方向。

由于电位 φ 是标量函数，一般说来，先求得 φ 然后通过梯度运算而得 E ，要比直接求 E 来得简便。因此，式(1-79)得到广泛的应用。

(二) 导体和电介质

根据物体的静电表现，可以把它们分成两大类：导体和电介质。

1. 导体

导体(例如金属)是其中含有大量自由电子的这样一类材料。如果对它们施加电场，将引起其中自由电荷的运动。

在静电场中的导体，当达到静电平衡时，导体内部的电场强度 E 处处为零。导体是等位体，其表面是等位面。导体内部的电荷密度处处为零，并且电荷只分布在导体的表面上。

2. 电介质

与导体不同，电介质中的带电粒子是被原子内在力、分子内在力或分子间的力束缚着。因此这些粒子的电荷叫做束缚电荷。在电场作用下，这种带电粒子可以有微小的移动，但不能离开分子的范围。

(1) 电介质的极化

在没有外电场作用的情况下，电介质对外不显电性。而在有外电场作用的情况下，电介质对外显示电性。这种情况，我们称为电介质的极化。极化的结果，使束缚电荷的分布发生变化，从而在电介质内部和表面上形成极化电荷。这种极化电荷和自由电荷一样，都是引起电场强度 E 的源。

电介质被极化的程度用极化强度 P 表示。它的定义是极化后形成的每单位体积内的电偶极矩，即

$$P = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum p}{\Delta V} \quad (1-80)$$

(2) 电介质的极化率

实验表明, 在各向同性的线性电介质中, 极化强度 P 与电场强度 E 成正比, 即

$$P = \chi \epsilon_0 E \quad (1-81)$$

式中的 χ 称为电介质的极化率。

(3) 极化电荷的分布

极化电荷的体密度 ρ_P 和极化电荷的面密度 σ_P 与极化强度 P 的关系分别为

$$\rho_P = -\nabla \cdot P \quad (1-82)$$

$$\sigma_P = P \cdot e_n \quad (1-83)$$

式中的 e_n 为电介质表面的法向单位矢量。

(三) 高斯通量定理

1. 高斯通量定理

如果在无限大真空的电场中, 作一闭合曲面 S 包围了 n 个点电荷, 则由该闭合曲面 S 穿出的 E 通量为

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \quad (1-84)$$

显然, 对于闭合曲面 S 内是连续分布电荷的情况, 即有

$$\oint_S E \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1-85)$$

以上两个式子所表明的关系, 都是高斯通量定理在真空中的特殊形式。总起来可以叙述为: 在真空静电场中, 由任意闭合曲面 S 穿出的 E 通量, 应等于该闭合曲面内所有电荷的代数和除以真空的介电常数 ϵ_0 。

前已述及, 电介质对电场的影响, 可以通过电介质极化后出现的极化电荷产生的电场来考虑。因此, 有电介质存在时的电场, 可以看成是由自由电荷和极化电荷共同在真空中引起的。据此, 由任意闭合曲面 S 穿出的 E 通量, 应等于该闭合曲面内全部自由电荷 q 和全部极化电荷 q_P 之和除以 ϵ_0 。即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} (q + q_P) \quad (1-86)$$

而

$$q_P = \int_V \rho_P dV = - \int_V \nabla \cdot \mathbf{P} dV = - \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-87)$$

将这一关系式代入式(1-86)中, 得

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} q - \oint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$$

或

$$\oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} = q \quad (1-88)$$

令

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1-89)$$

并称 \mathbf{D} 为电位移。于是式(1-88)可以写成

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q \quad (1-90)$$

式(1-90)所表明的关系就是高斯通量定理。它说明, 在静电场中(不问是在电介质中还是在真空中, 也不问电介质分布如何), 由任意闭合曲面 S 穿出的 \mathbf{D} 通量等于该闭合面内自由电荷的代数和。

高斯通量定理说明, 不问电介质分布如何, 在静电场中, 由任一闭合曲面 S 穿出的 \mathbf{D} 通量, 只与面内的自由电荷有关(与极化电荷无关)。但是不能理解为 \mathbf{D} 的分布与电介质的分布无关。实际上, 如果电介质的分布改变, 即使自由电荷的总量不变, \mathbf{D} 的分布一般也要改变。但是就 \mathbf{D} 通量来说, 只要闭合曲面 S 内自由电荷的总量不变, 则 \mathbf{D} 通量是不变的。

2. 电介质的介电常数

将式(1-81)代入式(1-89)中, 可得

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \chi \epsilon_0 \mathbf{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \mathbf{E}$$

令

$$(1 + \chi) \epsilon_0 = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon \quad (1-91)$$

则

$$D = \epsilon E \quad (1-92)$$

上式中的 ϵ 称为电介质的介电常数，而 $\epsilon_r (= \epsilon / \epsilon_0)$ 则称为相对介电常数。

(四) 静电场的基本方程

1. 静电场的基本方程

在静电场中，电场强度 E 的环路线积分恒等于零，即 $\oint_l E \cdot dl = 0$ ，说明静电场是一个守恒场。虽然在前面，这个问题的讨论是根据真空中的电场进行的，但是不管场中介质如何分布，只要是静电场都存在这一关系。这是因为场中有电介质存在时，我们都可以用极化电荷来考虑其附加作用。极化电荷与自由电荷一样，都能产生电场强度。因此， $\oint_l E \cdot dl$ 表征了静电场的一个基本性质。高斯通量定理 $\oint_s D \cdot dS = q$ 表征了静电场的另一个基本性质。我们把这两个关系式称为积分形式的静电场基本方程，并重新列出如下

$$\oint_l E \cdot dl = 0 \quad (1-93)$$

$$\oint_s D \cdot dS = q \quad (1-94)$$

相应地，微分形式的静电场基本方程为

$$\nabla \times E = 0 \quad (1-95)$$

$$\nabla \cdot D = \rho \quad (1-96)$$

式(1-95)表明静电场的电场强度 E 的旋度到处为零。因此，通常也说静电场是一个无旋场。而式(1-96)则表明静电场是一个有源场。

2. 分界面上的边界条件

两种不同媒质(导体或电介质)的分界面两边，场量 E 和 D 必须满足的关系，称为分界面上的边界条件。在两种不同媒质的分界面上，边界条件为

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0, \quad \mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \sigma \quad (1-97)$$

式中, \mathbf{e}_n 由媒质 1 指向媒质 2。

分界面上的边界条件又可用电位表示为

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} - \epsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = -\sigma \quad (1-98)$$

3. 导体表面上的边界条件

设第一种媒质为导体和第二种媒质为电介质, 考虑到导体内部的 \mathbf{E}_1 和 \mathbf{D}_1 都必须为零, 可得导体表面上的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} E_{2t} &= E_{1t} = 0 \\ D_{2n} &= \sigma, \quad E_{2n} = \frac{\sigma}{\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad (1-99)$$

式中, σ 是导体表面上的电荷面密度。式(1-99)说明了在电介质中与导体表面相邻处的电场强度 \mathbf{E} 和电位移 \mathbf{D} 都垂直于导体表面, 且电位移 \mathbf{D} 的量值就等于该点的电荷面密度 σ 。

导体表面上的边界条件用电位 φ 可以表示成

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \epsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = -\sigma \quad (1-100)$$

(五) 静电场边值问题

1. 泊松方程和拉普拉斯方程

在各向同性、线性、均匀的电介质中, 电位 φ 满足下列方程

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1-101)$$

这就是静电场的泊松方程。

对于电介质中无电荷分布(即 $\rho=0$)处, 电位 φ 满足下列方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1-102)$$

这就是静电场的拉普拉斯方程。

2. 静电场边值问题

已知场域内的电荷分布、电介质分布和场域边界面上的电位或电位的法向导数, 求解电场分布的问题称为静电场边值问题。它可归结为: 在给定的边界条件下, 求解电位 φ 的泊松方程或拉普拉

斯方程。

二、重点和难点

静电场的基本性质、基本规律和基本的分析方法是这一节的重点。

电场强度 E 是静电场中的一个最基本的场量。应掌握电场的叠加原理和点电荷系统、一些形状特殊的连续分布电荷系统的电场强度 E 的计算。

电位 φ 是静电场中的一个重要概念，要理解电位 φ 的物理意义，掌握 φ 与 E 的关系。会计算点电荷系统和一些形状特殊的连续分布电荷系统的电位 φ 。掌握电位 φ 满足的泊松方程和拉普拉斯方程，会写出一些简单的静电场问题的微分方程和边界条件——静电场边值问题。

了解电介质的极化，会计算极化电荷的分布。熟记不同媒质分界面上的边界条件。

三、例题分析

例 1-31 求图 1-94(a)所示以线密度 τ 均匀分布的无限长线电荷在真空中引起的电场。

解 如取圆柱坐标系并将无限长线电荷沿 z 轴放置，则电场将为子午面对称(或轴对称)，且与 z 轴无关，即电场强度 E 与圆柱坐标系中的 ϕ 与 z 均无关。因此，可在 x 轴上取一场点而不失普遍性。考虑在 $z' = +l$ 处取电荷元 $dq = \tau dz'$ ，同时在 $z' = -l$ 处也取一电荷元 dq 。从图 1-94(b)可以看出，两者在 x 轴上任意点 $P(x, 0, 0)$ 上所引起的电场强度的 z 分量互相抵消， x 分量则互相增强，由于对整个电荷分布都可以这样成对地取电荷元，最后得到 $E_z = 0$ 和 $E = E_x$ 。参阅图 1-94(a)，应用式(1-71)，并取直角坐标，可得

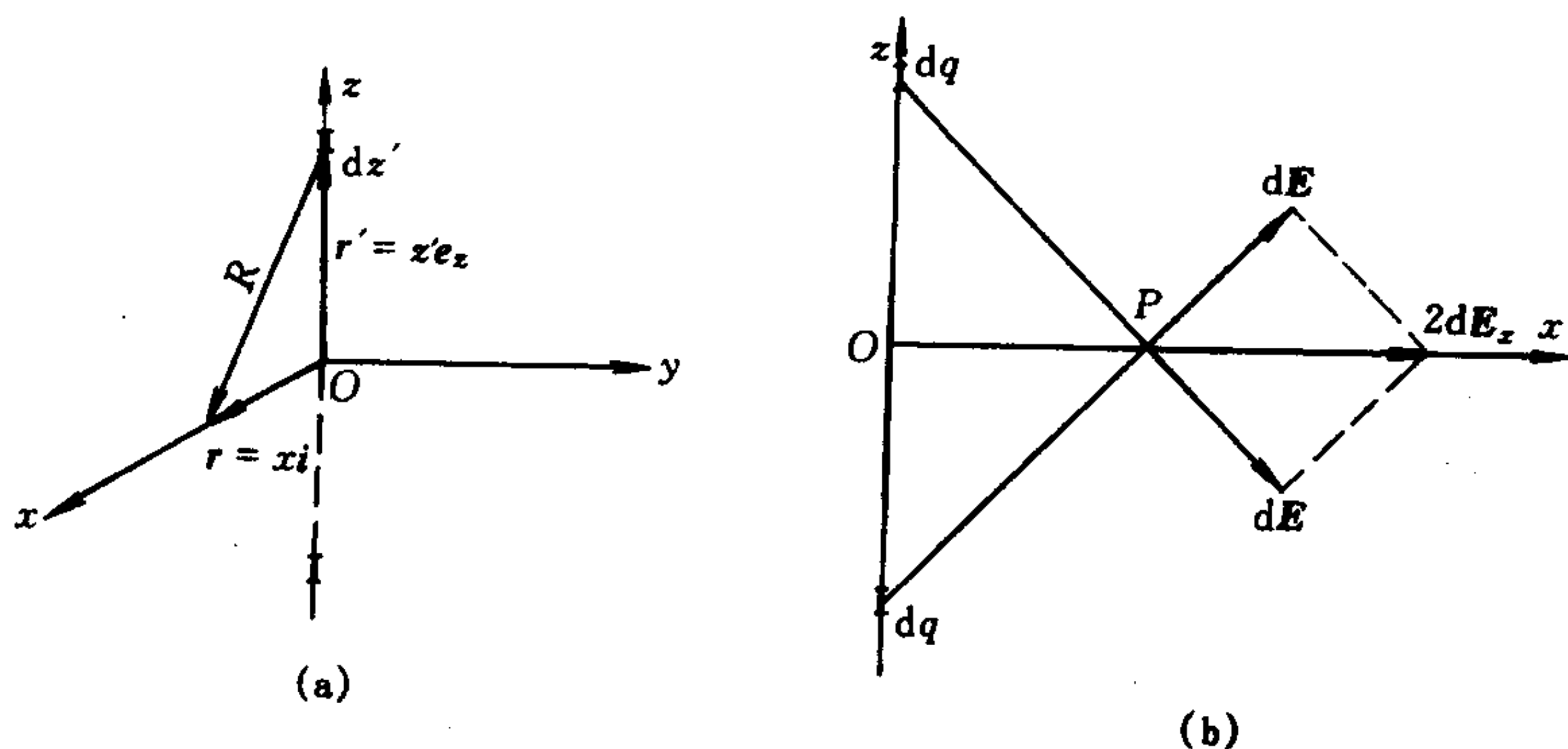


图 1-94 均匀分布的无限长线电荷

$$\mathbf{E}(x, 0, 0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau(z')}{R^2} \mathbf{e}_R dz'$$

由于
从而

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = x\mathbf{e}_x - z'\mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{E}(x, 0, 0) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x\mathbf{e}_x - z'\mathbf{e}_z}{[x^2 + (z')^2]^{3/2}} dz'$$

其 x 分量

$$E_x(x, 0, 0) = \frac{\tau x}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz'}{[x^2 + (z')^2]^{3/2}}$$

积分上式右边，最后得

$$E = E_x(x, 0, 0) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 x}$$

例 1-32 图 1-95 所示真空中 xOy 平面上半径为 a 的圆形线电荷(线密度为 τ)，试确定轴线上离圆心 z 处的 P 点的电位及电场强度。

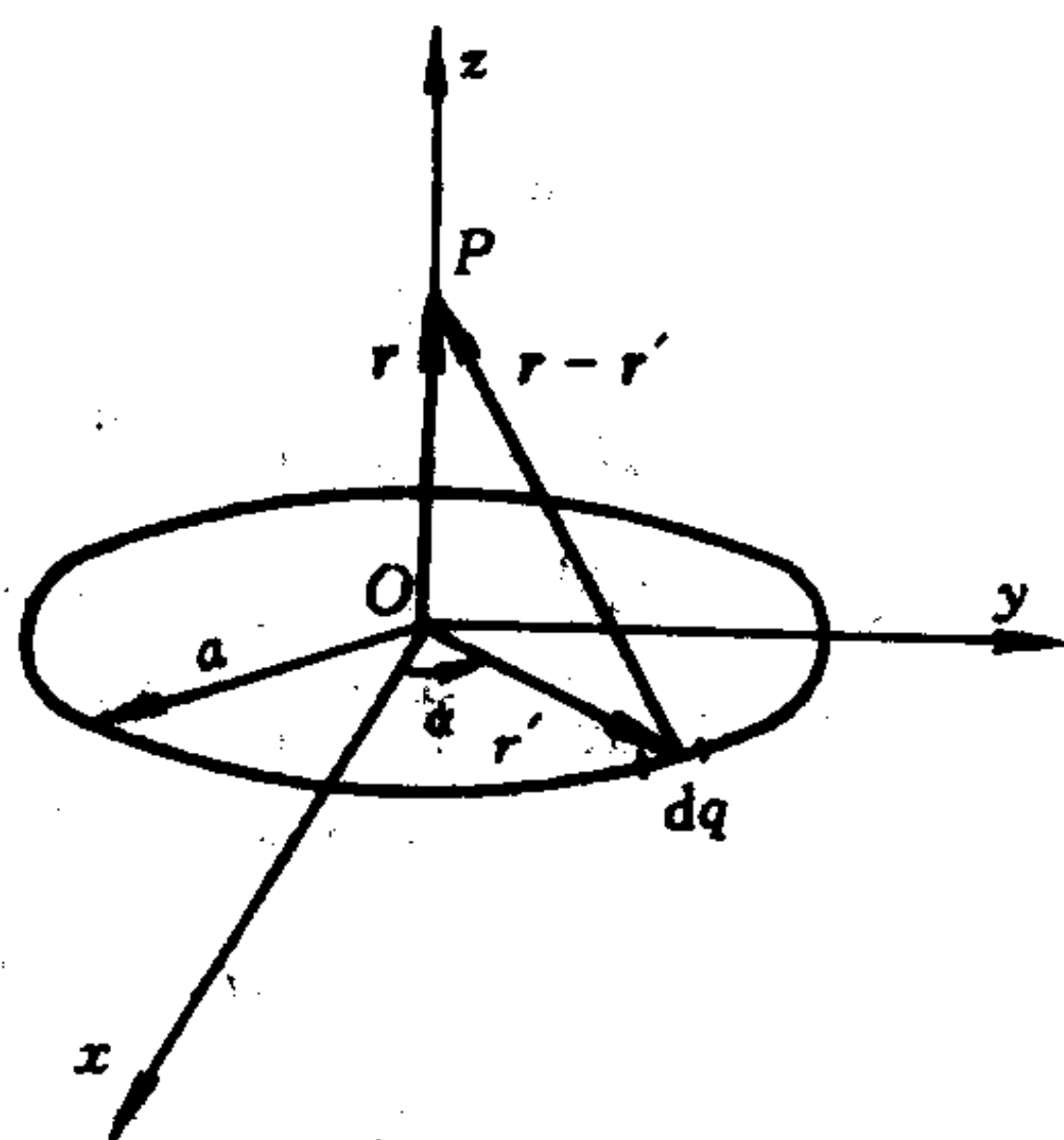


图 1-95 圆形线电荷

解 参阅图 1-95，可见 $\mathbf{r} = z\mathbf{e}_z$ ， $\mathbf{r}' = a\mathbf{e}_r$ ， $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| = R = [a^2 +$

$z^2]^{1/2}$ 是一个常量, $dq = \tau a d\alpha$ 。根据式(1-78), 应用圆柱坐标系, 得电位

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{a d\alpha}{(a^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\tau a}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}}$$

根据分析, 该处的电场强度 E 仅有 z 方向的分量 E_z , 即

$$E = E_z e_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} e_z = \frac{\tau a z}{2\epsilon_0 (a^2 + z^2)^{3/2}} e_z$$

例 1-31 和例 1-32 分别是叠加原理求电场强度 E 和电位 φ 的例子。它的基本思想是把复杂的带电体看作是电荷元的集合, 在场中某点的电场强度(电位)为各电荷元在该点产生的电场强度(电位)的矢量和(标量和)。应用叠加原理计算静电场的关键是, 选择适当的坐标系, 且积分要遍及电荷分布的整个区域。

例 1-33 如图 1-96 所示, 两个同心球面均匀带电, 半径分别为 R_1 和 R_2 , 带电量分别为 q_1 和 q_2 。求电场强度 E 和电位 φ 分布。

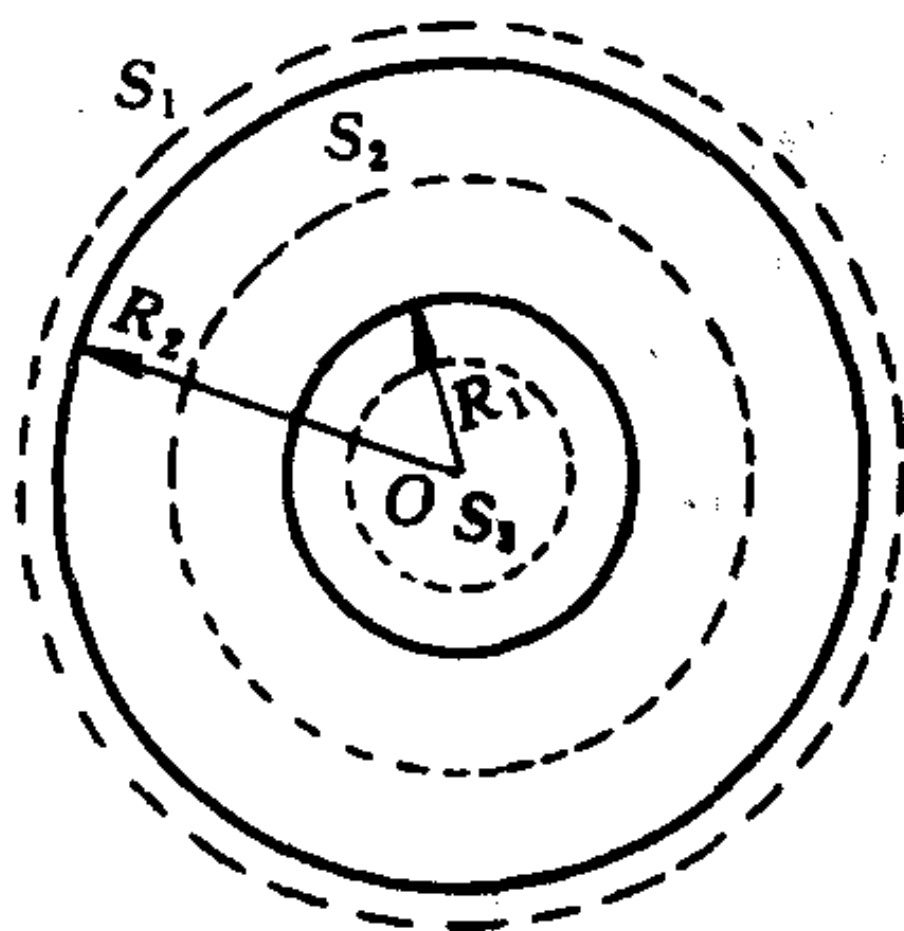


图 1-96 同心球面电荷

解 (1) 对称性分析

① 电场强度 E 沿径向; ② 离球心 O 距离相等处电场强度的大小相同。由此可见, 电场分布具有球对称性, 可以用高斯通量定理求电场强度。

(2) 选择高斯面: 选与带电球面同心的球面作高斯面。

当 $r > R_2$ 时, 取半径为 r_1 的球面 S_1 为高斯面。由高斯通量定理, 有

$$\oint_{S_1} E \cdot dS = \frac{1}{\epsilon_0} (q_1 + q_2)$$

因为 E 有上述的对称性, 所以

$$\oint_{S_1} E \cdot dS = 4\pi r^2 E_r = \frac{1}{\epsilon_0} (q_1 + q_2)$$

解得

$$E_r = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

当 $R_1 < r < R_2$ 时, 取半径为 r 的球面 S_2 为高斯面。由高斯通量定理, 有

$$\oint_{S_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

因电场强度 \mathbf{E} 有球对称性, 故

$$\oint_{S_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E_r = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

解得

$$E_r = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

当 $r < R_1$ 时, 取半径为 r 的高斯面 S_3 , 由高斯通量定理, 有

$$\oint_{S_3} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

因 \mathbf{E} 是球对称分布的, 则有

$$\oint_{S_3} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E_r = 0$$

所以, 得

$$E_r = 0$$

从上面计算结果得电场强度 \mathbf{E} 的分布为

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r & r > R_2 \\ \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r < R_1 \end{cases}$$

知道了电场强度 \mathbf{E} 的分布, 可以从电位 $\varphi = \int_P^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ 的定义出发求出空间的电位分布。

当 $r > R_2$ 时,

$$\varphi = \int_r^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \int_r^\infty \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

当 $R_1 < r < R_2$ 时,

$$\begin{aligned}\varphi &= \int_r^{R_2} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_2}^\infty \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}\end{aligned}$$

当 $r < R_1$ 时,

$$\begin{aligned}\varphi &= \int_r^{R_1} 0 dr + \int_{R_1}^{R_2} \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_2}^\infty \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2}\end{aligned}$$

所以, 得电位分布为

$$\varphi = \begin{cases} \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0 r} & r > R_2 \\ \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} & R_1 < r < R_2 \\ \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} & r < R_1 \end{cases}$$

例 1-34 真空中有电荷以体密度 ρ 均匀分布于一半径为 a 的球中[见图 1-97(a)]。试求球内、外的电场强度及电位。

解 (1) 先求电场强度 E 。作球面为高斯面, 根据高斯通量定理, 可得

$r < a$ 处,

$$\mathbf{E} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \mathbf{e}_r$$

$r > a$ 处,

$$\mathbf{E} = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

如用球内全部电荷 $q = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$ 来表示, 则有

$r < a$ 处,

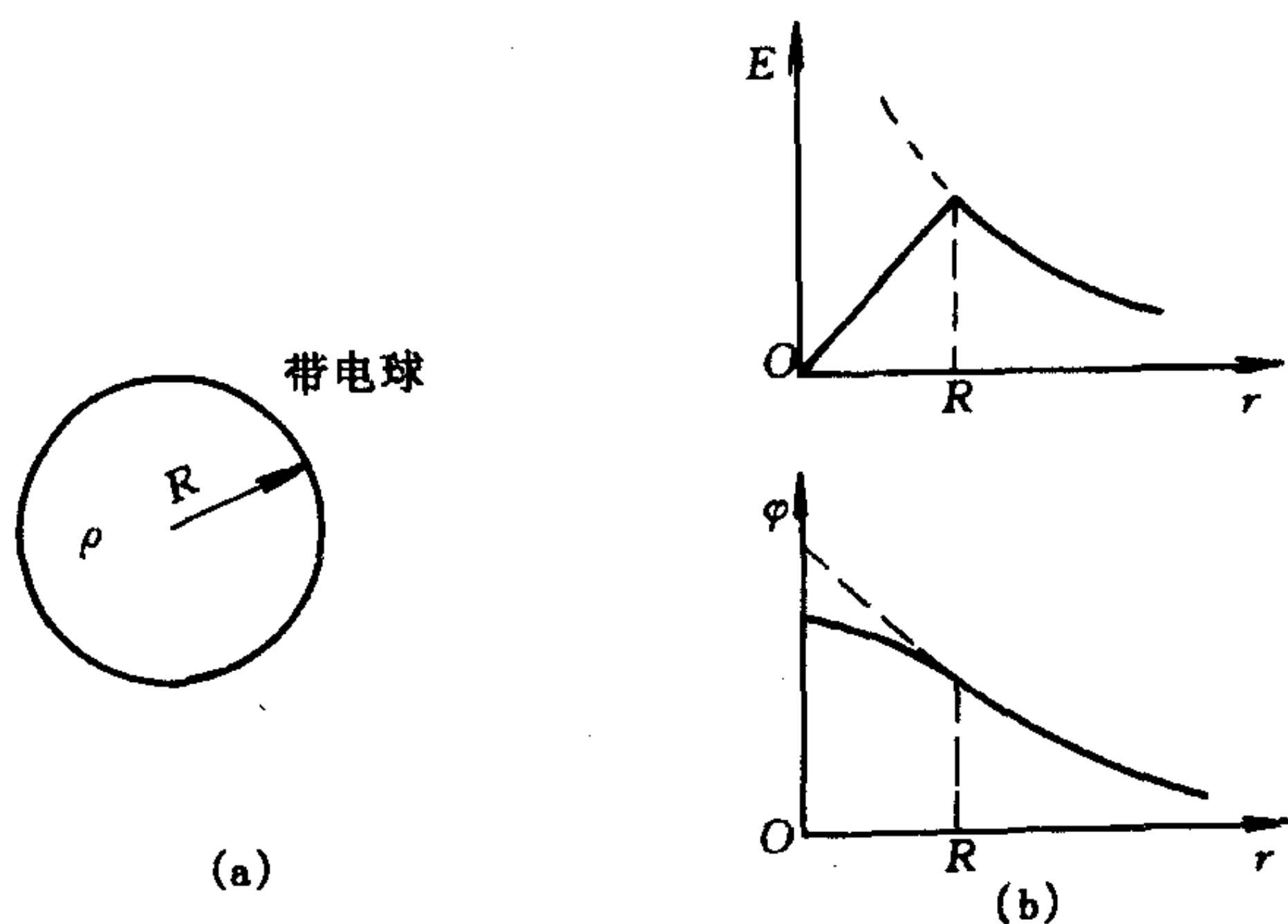


图 1-97 均匀带电球的电场强度和电位分布

$$E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} e_r$$

和 $r > a$ 处

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

(2) 求电位。宜先求球外任意点的电位

$$\varphi = \int_r^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

将 $r=a$ 代入上式，即得球面的电位 $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}$

球内任意点的电位为

$$\varphi = \int_r^a \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} dr + \int_a^\infty \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1.5 - \frac{r^2}{2a^2} \right)$$

图 1-97(b) 给出了 $E \sim r$ 和 $\varphi \sim r$ 的图形。

例 1-35 图 1-98 所示一长直圆柱形电容器，其长度 L 远大于截面半径，已知内、外导体的半径分别为 a 和 b ，中间电介质的介电常数为 ϵ 。试求电介质中的电场强度与两导体电压之间的关系。

解 本例中以圆柱面作为高斯面为宜。如以电容器的轴线为

轴, 以 $\rho (a < \rho < b)$ 为半径作一圆柱面, 根据高斯通量定理可求得离轴线 ρ 远处的电位移 $D = \frac{\tau}{2\pi\rho} e_\rho$, 由此知两导体间的电场强度 $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\rho} e_\rho$, 两导体间的电压

$$U_{12} = \int_1^2 E \cdot dl = \int_a^b \frac{\tau}{2\pi\epsilon\rho} d\rho = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a}$$

经过转换, 可得

$$\tau = U_{12} 2\pi\epsilon / \ln(b/a)$$

将上式所示关系代入, 得电介质中的电场强度与两导体电压之间的关系为

$$E = \frac{U_{12} 2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} \cdot \frac{1}{2\pi\epsilon\rho} = \frac{U_{12}}{\rho \ln(b/a)}$$

上述三个例题(例 1-33、例 1-34 和例 1-35)都是应用高斯通量定理计算静电场问题的例子。应用高斯通量定理解题时, 关键在于电场分布应具有某种对称性, 选择适当的闭合面作为高斯面使 D 能提到积分号外。步骤大体如下:

(1) 分析给定问题中电场的对称性。当电场分布具有球对称性、平面对称性以及轴对称性时才能应用高斯通量定理求解。

(2) 选择适当的闭合面作为高斯面, 使 D 能提到积分号外面。例如, 电场分布具有球对称性时, 闭合面应选为与带电球同心的球面; 电场分布具有轴对称性时, 闭合面应选为与带电柱体同轴的圆柱面; 电场分布具有平面对称性时, 闭合面应取为轴垂直于平面并与平面对称的柱面。

(3) 求出闭合面内所包围的净自由电荷 q , 代入高斯通量定理的表示式(1-90), 求出 D 和 E 的大小, 并由电场分布的对称性确定 D 和 E 的方向。

(4) 求出电场强度 E 后, 再由 $\varphi = \int_\rho^\infty E \cdot dl$ 计算电位。

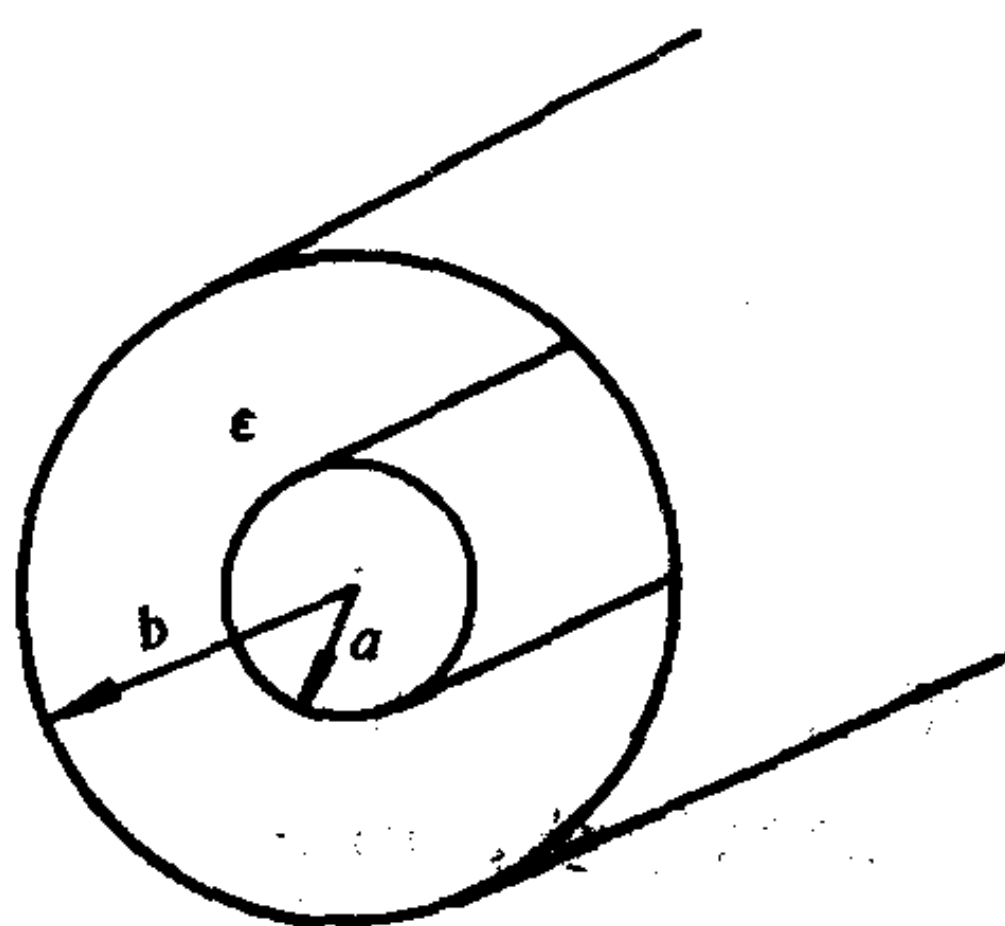


图 1-98 长直圆柱形电容器

例 1-36 设 $y=0$ 平面是两种电介质分界面，在 $y>0$ 的区域内， $\epsilon_1=5\epsilon_0$ ；而在 $y<0$ 的区域内， $\epsilon_2=3\epsilon_0$ 。如已知 $E_2=10e_x+20e_y$ V/m，求 D_2 、 D_1 及 E_1 。

解 对于 D_2 ，可以直接得到

$$D_2=\epsilon_2 E_2=\epsilon_0(30e_x+60e_y) \text{ C/m}^2$$

根据电介质分界面上的边界条件， E 的切线分量和 D 的法线分量必须分别连续，因此 $E_{1x}=E_{1t}=E_{2t}=10$ 和 $D_{1y}=D_{1n}=D_{2n}=60\epsilon_0$ 。

对于另外两个分量，有

$$D_{1t}=\epsilon_1 E_{1t}=50\epsilon_0 \text{ 和 } E_{1n}=D_{1n}/\epsilon_1=12$$

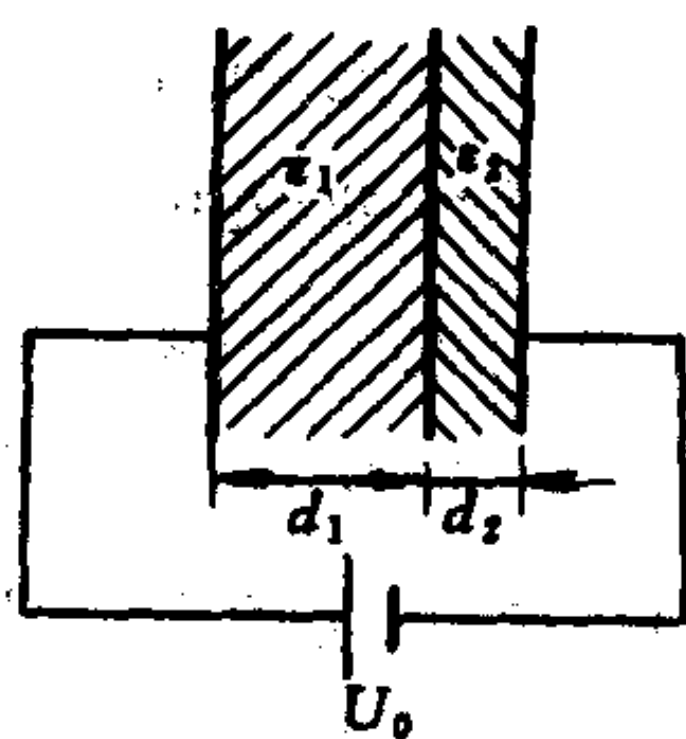
最后，得

$$D_1=\epsilon_0(50e_x+60e_y) \text{ C/m}^2$$

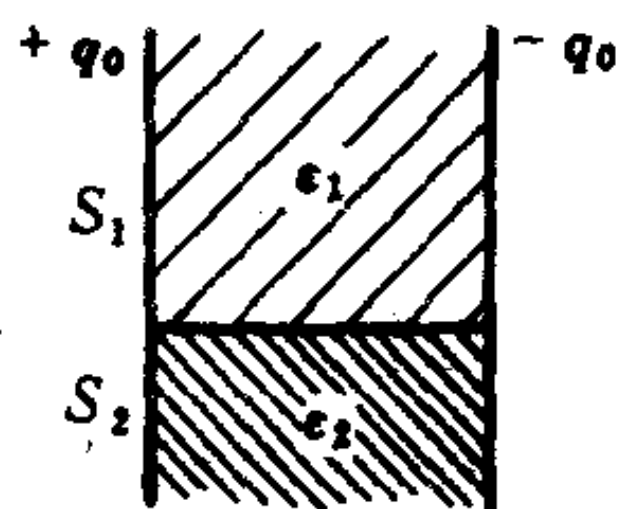
$$E_1=10e_x+12e_y \text{ V/m}$$

例 1-37 图 1-99(a)和图 1-99(b)都表示平板电容器，设 d_1 、 d_2 、 S_1 、 S_2 、 ϵ_1 和 ϵ_2 已给定。对于前者还给定极板间电压 U_0 ，对于后者则给定了两极板上的总电荷 q 。试分别求其中的电场强度。

解 先讨论图 1-99(a)的问题。在两种电介质中， D 是相等的，但电场强度 E 不相等。要求 E_1 和 E_2 ，可以解联立方程



(a)



(b)

图 1-99 平板电容器中的电场

$$\left. \begin{aligned} E_1 d_1 + E_2 d_2 &= U_0 \\ \epsilon_1 E_1 &= \epsilon_2 E_2 \end{aligned} \right\}$$

所得结果为

$$E_1 = \frac{\epsilon_2 U_0}{\epsilon_1 d_2 + \epsilon_2 d_1} \text{ 和 } E_2 = \frac{\epsilon_1 U_0}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2}$$

再研究图 1-99(b) 的问题。这时，两种电介质中的电场强度是相等的，但每一极板上两部分电荷密度不相等。设它们分别是 σ_1 和 σ_2 ，可以通过解下列联立方程

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 &= q \\ \sigma_1 / \epsilon_1 &= \sigma_2 / \epsilon_2 \end{aligned} \right\}$$

求得结果为

$$\sigma_1 = \frac{\epsilon_1 q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2} \text{ 和 } \sigma_2 = \frac{\epsilon_2 q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}$$

电介质中的电场强度为

$$E = \frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_2} = \frac{q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}$$

例 1-38 图 1-100 所示平行板空气电容器(板的尺度远大于板间距离)中，有体密度为 ρ 的电荷均匀分布着，已知两板间电压为 U_0 ，忽略边缘效应，求电场分布。

解 如果令 yOz 平面与电容器的左边极板重合，且把问题理想化为无限大平板的情况，则电位 φ 将仅为坐标 x 的函数。这样，泊松方程就简化成

$$\nabla^2 \varphi = \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

积分之，得通解为

$$\varphi = -\frac{\rho}{2\epsilon_0} x^2 + Bx + C$$

应用给定的边值： $x=0, \varphi=0$ ； $x=d, \varphi=U_0$ 可以决定积分常数， $C=0$ 和 $B=\frac{U_0}{d} +$

$$\frac{\rho}{2\epsilon_0} d$$

从而有

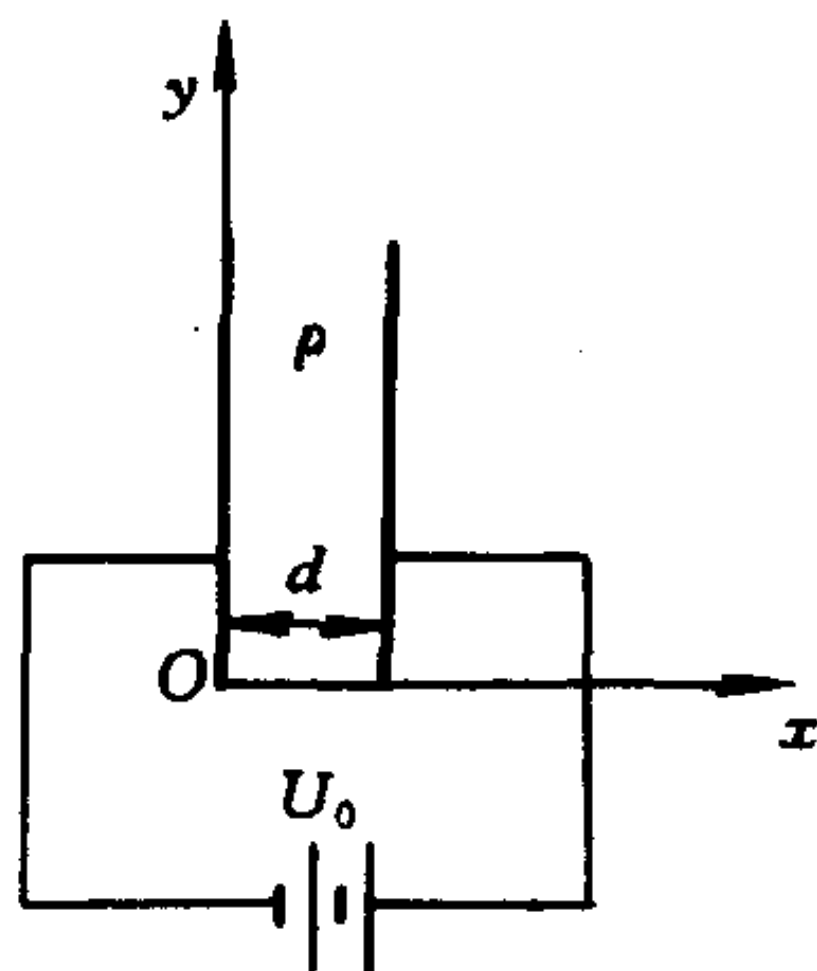


图 1-100 平板电容器

$$\varphi(x) = -\frac{\rho}{2\epsilon_0}x^2 + \left(\frac{U_0}{d} + \frac{\rho}{2\epsilon_0}d\right)x$$

电场强度为

$$E = -\nabla \varphi = -\frac{d\varphi}{dx}e_x = \left(\frac{\rho}{\epsilon_0}x - \frac{U_0}{d} - \frac{\rho d}{2\epsilon_0}\right)e_x$$

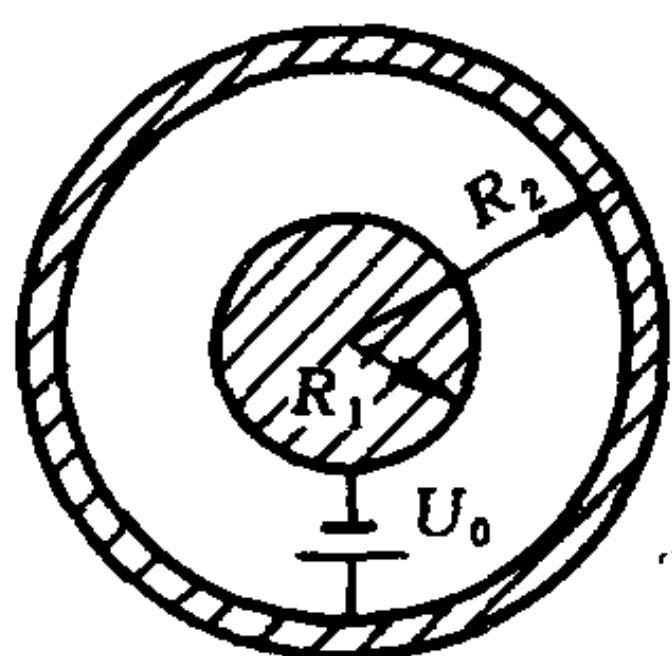


图 1-101 长直
同轴电缆

例 1-39 图 1-101 所示一很长的同轴电缆的截面。已知缆芯的半径为 R_1 ，铅皮半径为 R_2 ，中间电介质的介电常数是 ϵ ，且在两导体间接以电压为 U_0 的电源，求电场和电荷分布。

解 如把电缆理想化为无限长情况，取圆柱坐标系，则电位 φ 将仅随坐标 ρ 而变。这时，拉普拉斯方程简化为

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d\varphi}{d\rho} \right) = 0$$

积分之 $\varphi(\rho) = A \ln \rho + B$

应用给定的边值： $\rho = R_1$ ， $\varphi = 0$ ； $\rho = R_2$ ， $\varphi = U_0$

可以决定积分常数

$$A = \frac{U_0}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \text{ 和 } B = -\frac{U_0 \ln R_1}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

从而得电位

$$\varphi(\rho) = \frac{U_0 \ln(\rho/R_1)}{\ln(R_2/R_1)}$$

由此可以求得电场强度

$$E = -\frac{U_0}{\rho \ln(R_2/R_1)} e_\rho$$

在导体表面上， $D = \sigma$ ，据此

$$r = R_1 \text{ 处, } \sigma(R_1) = -\frac{\epsilon U_0}{R_1 \ln(R_2/R_1)}$$

$$r = R_2 \text{ 处, } \sigma(R_2) = +\frac{\epsilon U_0}{R_2 \ln(R_2/R_1)}$$

由于 σ 均匀分布, 可以求得内外导体上每单位长度的电荷分别为

$$\tau(R_1) = 2\pi R_1 \sigma(R_1) = \frac{-2\pi\epsilon U_0}{\ln(R_2/R_1)}$$

$$\tau(R_2) = 2\pi R_2 \sigma(R_2) = \frac{2\pi\epsilon U_0}{\ln(R_2/R_1)}$$

第十节 恒定电场

本节介绍恒定电场的基本性质。

一、基本内容和知识点

(一) 导电媒质中恒定电场的基本方程

1. 恒定电流及其分布

不随时间变化的电流称为恒定电流。在恒定电流的情况下, 导体内任一点的电荷分布并不随时间变化, 因而这些电荷产生的电场称为恒定电场。

在导电媒质中, 描述电流分布的场量是电流密度矢量 J 。实验表明, 在各向同性的线性导电媒质中, 电流密度 J 与电场强度 E 有如下关系

$$J = \gamma E \quad (1-103)$$

上式是欧姆定律的微分形式。式中的 γ 是媒质的电导率。

含源的欧姆定律为

$$J = \gamma(E + E') \quad (1-104)$$

式中, E' 为非静电场强度, 它只存在于电源内部。

在恒定电场中, 要维持稳恒电流的流动, 必须靠外力做功来补偿电荷在导体中流动时消耗的能量。导体的单位体积内的损耗功率为

$$p' = E \cdot J \quad (1-105)$$

上式是焦耳定律的微分形式。在整个导电媒质体积内, 导电媒质

损耗的功率为

$$P = \int_V p' dV = \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dV \quad (1-106)$$

2. 恒定电场的基本方程

在导电媒质中，恒定电流及其电场应满足如下方程

$$\oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-107)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-108)$$

这是积分形式的恒定电场基本方程。

微分形式的恒定电场基本方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1-109)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1-110)$$

式(1-109)表明在恒定电场中，电流线是连续的，既无始端又无终端；式(1-110)表明，在电源以外导电媒质中的恒定电场是无旋场。

可以看出，恒定电场与静电场满足相同的方程，从而求解的方法也与静电场一样。

3. 恒定电场边值问题

由于恒定电场满足 $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ ，故可引入电位 φ ，即

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad (1-111)$$

在各向同性的线性均匀导电媒质中，电位 φ 满足拉普拉斯方程

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1-112)$$

与静电场相仿；恒定电场问题都可归结为在给定边值条件下，求解拉普拉斯方程。

在恒定电场中，两种导电媒质分界面上的边界条件为

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0, \quad \mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{J}_2 - \mathbf{J}_1) = 0 \quad (1-113)$$

或用电位函数表示成

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \gamma_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} = \gamma_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} \quad (1-114)$$

式中， \mathbf{e}_n 是分界面上的单位法向矢量，方向由媒质 1 指向媒质 2。

(二) 静电比拟

把没有电荷分布区域内的静电场与电源以外导电媒质内的恒定电场相比较, 并列于表 1-1 中。可以看出, ①表征两种场的特性的方程有相似的形式; ②恒定电场中的 E 、 φ 、 J 和 γ 分别与静电场中的 E 、 φ 、 D 和 ϵ 在各自的方程和边界条件中有相同的地位, 即它们之间是对偶量。因此, 如果两种场具有相似的边界条件, 已知一种场的解答, 通过对偶量替换, 就可以得到另一种场的解答。这种方法称为静电比拟。

表 1-1

静电场($\rho=0$ 处)	导电媒质内的恒定电场(电源外)
$\nabla \times E=0$	$\nabla \times E=0$
(或 $E=-\nabla \varphi$)	(或 $E=-\nabla \varphi$)
$\nabla \cdot D=0$	$\nabla \cdot \delta_C=0$
$D=\epsilon E$	$\delta_C=\gamma E$
$\nabla^2 \varphi=0$	$\nabla^2 \varphi=0$

(三) 电导和接地电阻

1. 电导

电导的定义是流经导体的电流 I 与导体两端的电压 V 之比。
即

$$G = \frac{I}{V} \quad (1-115)$$

电导的计算通常有三种方法: ①假设电极间流过的电流 I , 然后按 $I \rightarrow J \rightarrow E \rightarrow V \rightarrow G$ 的步骤计算; ②假设两电极间的电压 V , 然后按 $V \rightarrow \varphi \rightarrow E \rightarrow J \rightarrow I$ 的步骤计算; ③根据静电比拟, 若静电场中已求得两电极间的电容 C , 则可由 $G/C = \gamma/\epsilon$ 求出两电极间的电导。

2. 接地电阻

在电工实践中, 常遇到接地问题。所谓接地, 就是将电气设备的某一部分和大地相连接。为了接地将金属导体埋入地内, 而

将设备中需要接地的部分与该导体连接。这种埋在地内的导体或导体系统称为接地体。

电流由接地体流向大地和流经大地时,都要遇到一些电阻,这些电阻统称为接地电阻。其主要部分是两接地体之间土壤的电阻。

二、重点和难点

在学习恒定电场时,首先应对恒定电场产生的条件有一个清晰的认识,区别恒定电场与静电场这两个不同的概念,弄清欧姆定律与焦耳定律的微分形式。

静电场是静止电荷产生的电场,并且一旦带电体充有电荷后,就不再需要外电源提供能量。在恒定电流的情况下,导体内的电荷作稳定的流动,这样,导体内的电荷分布是不随时间变化的。因此,恒定电场是这种稳恒流动的电荷所产生的电场。此外,由于导体内的电荷流动要消耗能量,所以必须有外电源提供能量才能维持导体中的电荷作稳恒流动。

应该牢固掌握电源外导电媒质中恒定电场基本方程和分界面上的边界条件,并能求解一些较简单的恒定电场问题。对恒定电场与静电场的类比要十分熟悉。

三、例题分析

例 1-40 概要说明恒定电场与静电场性质的同异。

解 恒定电场的基本方程(积分形式)为

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \text{ 和 } \oint_s \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

静电场的基本方程(积分形式)为

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \text{ 和 } \oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q$$

分析可见,恒定电场在电源以外的地方,电场强度 \mathbf{E} 的环路线积分为零。而静电场中的 \mathbf{E} 的环路线积分也为零。表明两种都是守

恒场。它们都是库仑场(即由电荷的静电力——库仑力形成的场)。

另外, 电流密度矢量 J 在场中任一点都是连续的。电源不断地供应电流(即运动的电荷), 在动态平衡中保持恒定电荷分布不变。恒定电荷产生 E 及 J 。与此不同, 静电场中的 E 和 D 也是不变的, 但它们是由静止不变的电荷产生的。

为了维持恒定的电流流动, 在恒定电场中, 电源要不断输出能量。但在静电场中为了维持静止电荷的存在, 并不需要电源做功(电荷建立时需做功)。

例 1-41 试述静电比拟的条件。

解 电源外的恒定电场与无电荷区域中的静电场静电比拟的条件为:

(1) 两种场内电极形状、尺寸、相互位置相同(或相似)。

(2) 相应电极间电压相同(或相似)。

(3) 有两种媒质时, 关系式 $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$ 成立。

例 1-42 同轴电缆内外导体半径分别为 a 和 b , 其间充填导电媒质的电导率为 γ , 内外导体间的电压为 U 。求此同轴电缆内导电媒质中的电场强度 E 和电位 φ 的分布, 并求单位长度上导电媒质内的损耗功率。

解 设同轴电缆由内导体到外导体单位长度导电媒质中的漏电流为 I , 则在半径为 ρ 处的电流密度的大小为

$$J = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (a < \rho < b)$$

因为 $E = \frac{J}{\gamma}$, 所以同轴电缆内导电媒质中的电场强度

$$E = \frac{I}{2\pi\gamma\rho} \quad (a < \rho < b)$$

又由于

$$U = \int_a^b E d\rho = \int_a^b \frac{I}{2\pi\gamma\rho} d\rho = \frac{I}{2\pi\gamma} \ln(b/a)$$

所以

$$E = \frac{U}{\rho \ln (b/a)}$$

和

$$\varphi = \int_a^b \frac{U}{\rho \ln (b/a)} d\rho = \frac{U}{\ln (b/a)} \ln \frac{b}{\rho}$$

单位长度上导电媒质内的损耗功率

$$\begin{aligned} P &= \int_V p' dV = \int_V \gamma E^2 dV = \int_0^{2\pi} d\phi \int_a^b \gamma E^2 \rho d\rho \\ &= \int_a^b \frac{2\pi\gamma U^2}{\rho^2 \left(\ln \frac{b}{a} \right)^2} \rho d\rho = \frac{2\pi\gamma U^2}{\ln (b/a)} \end{aligned}$$

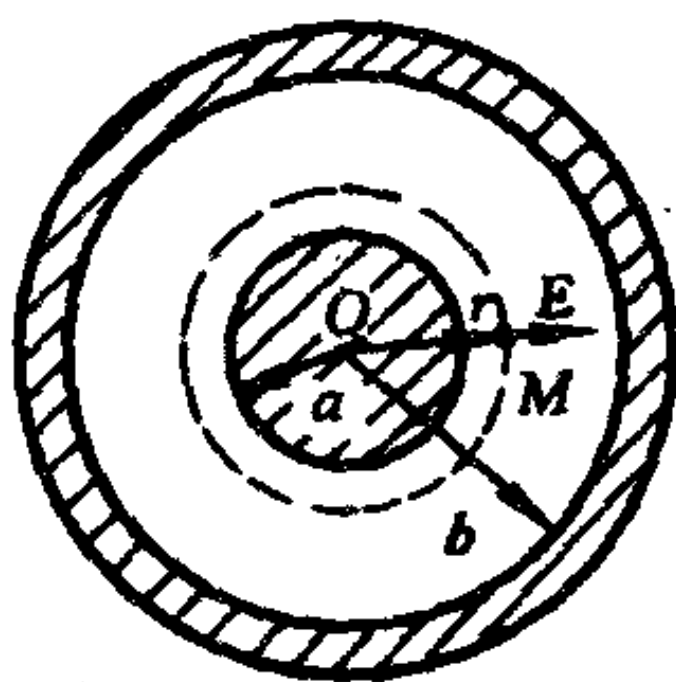


图 1-102 同轴电缆
的绝缘电阻

例 1-43 求内导体半径为 a , 外导体半径为 b 的同轴电缆中电介质的绝缘电阻(见图 1-102)。

解 设电缆的长度 L 远大于截面半径, 并设漏电流为 I , 则内外导体间电介质中任意点 M 的漏电流密度为 $J = \frac{I}{2\pi\rho L}$, 电场强度为

$$E = J/\gamma = \frac{I}{2\pi\gamma\rho L}$$

内外导体间电压

$$U = \int_a^b \frac{I}{2\pi\gamma\rho L} d\rho = \frac{I}{2\pi\gamma L} \ln (b/a)$$

从而得绝缘电阻(又称漏电阻)

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi\gamma L} \ln (b/a)$$

第十一节 恒定磁场

恒定电流引起的磁场, 称为恒定磁场。本节介绍恒定磁场的基本性质及其分析和求解方法。

一、基本内容和知识点

(一) 磁通连续性·安培环路定律

1. 磁感应强度

磁感应强度 B 是表征磁场特性的一个基本场量。如有电荷 q , 在磁场中以速度 v 运动, 则磁场对它的作用力

$$f = q(v \times B) \quad (1-116)$$

上式可作为磁感应强度 B 的定义式。

真空中一个载电流 I 的回路 l' 产生的磁感应强度 B 为

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{l'} \frac{Idl \times e_R}{R^2} \quad (1-117)$$

这就是毕奥-沙伐定律。式中, $R = |r - r'|$, e_R 是点 r' 指向点 r 的单位距离矢量。 μ_0 是真空的磁导率 ($= 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$)。

若有连续分布的体电流, 其密度为 J , 则它在无限大真空中产生的磁感应强度 B 为

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{J(r') dV' \times e_R}{R^2} \quad (1-118)$$

2. 磁通连续性原理

在磁场中, 穿过任意曲面 S 的 B 通量, 称为磁通 Φ 。因此,

$$\Phi = \int_S B \cdot dS \quad (1-119)$$

对于任意闭合曲面 S , 都有

$$\oint_S B \cdot dS = 0 \quad (1-120)$$

这一式子所表示的磁场性质, 称为磁通连续性原理。它表明, B 线既无始端又无终端。

3. 安培环路定律

在真空中的磁场中, 沿任意回路取 B 的线积分, 等于真空的磁导率 μ_0 乘以该回路所限定面积上穿过的电流的代数和。即

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k \quad (1-121)$$

式中, 电流 I_k 的正负, 决定于电流 I_k 的方向与积分回路绕行的方向是否符合右螺旋关系。符合时为正, 否则即为负。

式(1-121)所示的关系, 是安培环路定律在真空磁场中的特殊形式。

(二) 媒质的磁化

1. 磁化强度

实验表明, 载流回路在实体媒质中引起的磁感应强度 B , 与它在真空中所产生的 B 不同。这是由于媒质的磁化所致。媒质磁化的结果, 使局限在单个原子范围内、由运动的束缚电荷形成的环形电流(称为束缚电流或原子电流)的分布发生变化, 从而在媒质内部或表面形成磁化电流。这种磁化电流和传导电流一样, 都能产生磁感应强度 B 。

媒质在外磁场的作用下被磁化, 描述磁化程度的场量是磁化强度, 用字母 M 表示之。它的定义是磁化后形成的单位体积内的磁偶极矩。即

$$M = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Sigma M}{\Delta V} \quad (1-122)$$

2. 磁化电流及其分布

媒质被磁化后, 其内部的磁化体电流密度 J_m 和表面上的磁化面电流密度 K_m 与磁化强度 M 之间的关系分别为

$$J_m = \nabla \times M \quad (1-123)$$

$$K_m = M \times e_n \quad (1-124)$$

当要计算有媒质存在时的磁感应强度, 只需把磁化电流的这两种密度(即两种分布)考虑进去, 与通常所称的自由电流一起计算它们在真空中的磁感应强度即可。

3. 安培环路定律

媒质因磁化使其中出现了磁化电流。因此，空间的磁场是自由电流的磁场与磁化电流的磁场的叠加。如果在有媒质存在的磁场中，任意地取一闭合路径 l ，则磁感应强度 \mathbf{B} 沿此回路的线积分，应为

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (\Sigma I_k + I_m)$$

式中的 I_k 表示自由电流， I_m 为磁化电流。考虑到式(1-123)，可以写成

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \Sigma I_k + \mu_0 \int_S \nabla \times \mathbf{M} \cdot d\mathbf{S}$$

或

$$\oint_l \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \Sigma I_k + \mu_0 \oint_l \mathbf{M} \cdot d\mathbf{l}$$

经过移项，整理后，上式可改写成

$$\oint_l \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) \cdot d\mathbf{l} = \Sigma I_k \quad (1-125)$$

令

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} = \mathbf{H} \quad (1-126)$$

并称 \mathbf{H} 为磁场强度，则式(1-125)成为

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma I_k \quad (1-127)$$

这就是安培环路定律的一般形式。

安培环路定律式(1-127)表明，在恒定磁场中，磁场强度 \mathbf{H} 沿任一闭合路径的线积分等于穿过该回路所限定面积的自由电流（不包括磁化电流）的代数和。如果电流的方向和积分回路的绕行方向符合右螺旋关系，电流 I_k 取正号，否则即取负号。

4. 媒质的磁导率

实验表明，对于各向同性的线性媒质，磁化强度与磁场强度间有正比关系，即

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (1-128)$$

式中 χ_m 称为媒质的磁化率。于是，由式(1-126)，有

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (1-129)$$

式中， $\mu = \mu_0 \mu_r$ 称为媒质的磁导率。 $\mu_r = 1 + \chi_m$ ，称为相对磁导率。

(三) 恒定磁场的基本方程

1. 恒定磁场的基本方程

磁通连续性原理和安培环路定律表征了恒定磁场的基本性质。凡是恒定磁场，都具备这两个特性。这里，把它们的表达式重新列出：

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-130)$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \Sigma I_k \quad (1-131)$$

并称它们为恒定磁场的(积分形式)基本方程。

相应地，微分形式的恒定磁场基本方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-132)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1-133)$$

式(1-132)表明，恒定磁场是一个无散场。它提供了用来检验某给定的矢量场是否可能系恒定磁场的简单办法，即考察它的散度。如果这个场的散度恒等于零，则它就可能是恒定磁场。而式(1-133)表明，恒定磁场是有旋场。

2. 分界面上的边界条件

在两种媒质的分界面上， \mathbf{B} 和 \mathbf{H} 的边界条件为

$$\mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (1-134)$$

$$\mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{K} \quad (1-135)$$

由分界面上的边界条件可得出，对于铁磁质和非铁磁质的分界面，当磁感应强度线由铁磁质进入非铁磁质，或由非铁磁质进入铁磁质时，无论磁感应强度线在铁磁质中与分界面的法线成什么角度(只要不是 90°)，它在紧挨着分界面的非铁磁质中，都可以

认为是与分界面相垂直的。

二、重点和难点

恒定磁场的基本方程是分析和求解恒定磁场问题的基础，也是这一节的重点。应会应用安培环路定律计算一些简单的电流分布产生的磁场。

媒质的磁化是这一节的难点。在学习时，应明确磁化强度 M 的定义，掌握磁化电流体密度 J_m 和磁化电流面密度 K_m 与磁化强度 M 之间的关系。

三、例题分析

例 1-44 两块无限大平行导板位于空气中，其上通有均匀电流，面电流密度分别为 $K_1 = 5e_z$ A/m 及 $K_2 = \pm 5e_z$ A/m，如图 1-103 所示。求场中各点的磁感应强度 B 。

解 (1)定性分析：面电流概念较抽象，应进行一些复习。

空气是线性介质，可以应用叠加原理。先利用安培环路定律求出一块导板的磁场，然后求出两块的结果。

(2) 一块无限大导板通有均匀的面电流，周围的磁场具有平

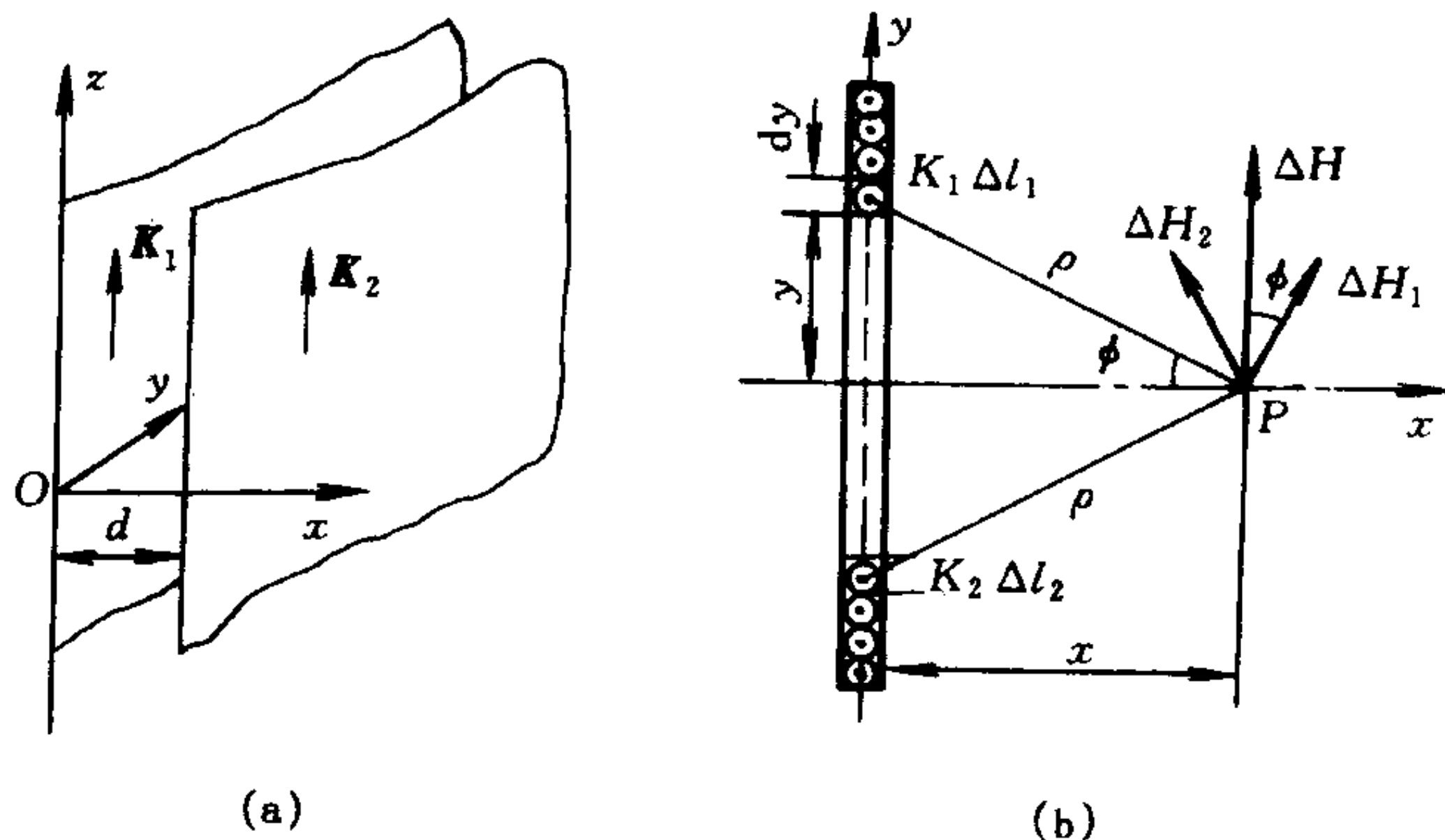


图 1-103 无限大平板电流及其磁场

行平面场性质，每一个截面场图相同，故可取一截面进行研究，如图 1-103(b)所示。在导板上任取一小段电流 $K_1\Delta l_1$ ，方向为 e_z ，它在 P 点产生的磁场强度为 ΔH_1 ，可由安培环路定律来确定，整个导板上电流的作用，可以看成是这些线电流作用的合成。 $K_1\Delta l_1$ 的作用，根据安培环路定律

$$\Delta H_1 = \frac{K_1\Delta l_1}{2\pi\rho} e_\phi = \frac{K_1\Delta l}{2\pi\rho} (\sin\phi e_x + \cos\phi e_y)$$

可以看出，由于导板为无限大，总存在一个线电流 $K_1\Delta l_2$ 与 P 点距离也为 ρ ，如图 1-103(b)所示。这两个线电流的作用，使 H 的 x 分量相抵消，而仅存在 H 的 y 分量。由此可得

$$\Delta H_y = 2 \frac{K_1\Delta l}{2\pi\rho} \cos\phi = \frac{K_1\Delta l}{\pi\rho} \cos\phi$$

其中 $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ ， $\cos\phi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$ ， $\Delta l_1 = \Delta y$ 。因此，

$$H_y = \int_0^\infty \frac{K_1 x}{\pi(x^2 + y^2)} dy = \frac{K_1}{2}$$

在 $x > 0$ 处， $H = \frac{K_1}{2} e_y$ ， $B = \mu_0 H = 2.5\mu_0 e_y = 10\pi \times 10^{-7} e_y \text{ T}$

在 $x < 0$ 处， $H = -\frac{K_1}{2} e_y$ ， $B = \mu_0 H = -10\pi \times 10^{-7} e_y \text{ T}$

上述结果说明，导板右侧是沿 y 方向的均匀磁场，左侧是沿负 y 方向的均匀磁场。

(3) 两板的作用，当 $K_2 = 5e_z \text{ A}$ 时，

在 $0 < x < d$ 处， $H = \frac{K_1}{2} e_y - \frac{K_2}{2} e_y = 0$ ， $B = 0$ ；

在 $x > d$ 处， $H = 2 \frac{K_1}{2} e_y = K_1 e_y$ ， $B = 20\pi \times 10^{-7} e_y \text{ T}$ ；

在 $x < 0$ 处， $H = 2 \frac{K_1}{2} (-e_y) = -K_1 e_y$ ， $B = -20\pi \times 10^{-7} e_y \text{ T}$ 。

当 $K_2 = -5e_z \text{ A}$ 时，

在 $0 < x < d$ 处， $H = K_1 e_y$ ， $B = 20\pi \times 10^{-7} e_y \text{ T}$ ；

在 $x > d$ 处， $H = 0$ ， $B = 0$ ；

在 $x < 0$ 处, $H = 0, B = 0$ 。

(4) 讨论: 利用叠加原理时要注意方向; 运用安培环路定律时要利用对称性的特点, 使计算简化。

运用安培环路定律求解恒定磁场问题的步骤大体如下:

① 分析给定问题中磁场分布的对称性。当磁场分布具有轴对称性、平面对称性, 才能运用安培环路定律求解。

② 选取适当的闭合回路使 H 在沿该回路线积分时能提到积分号外。因此, 如果磁场分布具有轴对称性时, 闭合回路宜选以对称轴为中心的圆; 当磁场分布具有平面对称时, 应取与对称平面垂直且对称的矩形回路。

③ 求出闭合回路所限定面积上穿过的净自由电流, 代入式 (1-131) 求出磁场强度 H 的大小, 再利用对称性和右螺旋规则判断出 H 的方向。

例 1-45 一根无限长的导体圆筒, 处于空气中, 内外半径为 R_1 和 R_2 , 电流沿圆筒圆周方向流动, 如图 1-104(a) 所示。设沿 z 轴单位长度的电流为 I_0 A/m, 试应用安培环路定律, 求出圆筒内、中、外三个区域的 H 。

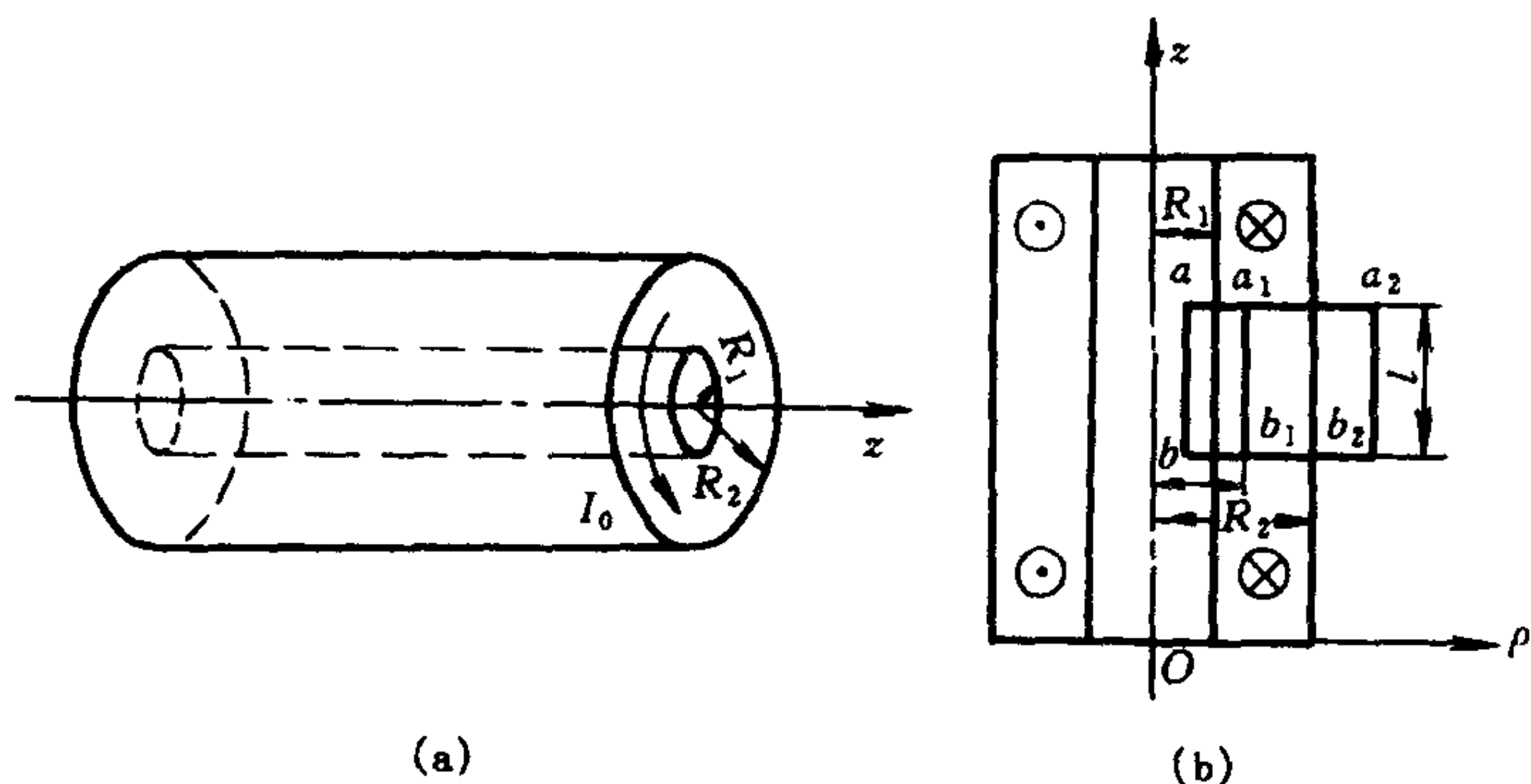


图 1-104 无限长圆筒中的电流

解 (1)定性分析:本题的电流沿 e_z 方向,且导体为无限长,因此磁场沿 z 方向,并在 z 方向是均匀分布的。圆柱体的空腔内,沿横向方向,磁场均匀;圆筒柱体外,磁场为零;而在圆筒壁内,磁场与 ρ 有关。

(2) 过 z 轴作圆筒的截面,如图 1-104(b)所示,在相应的区域取积分回路,利用安培环路定律求 H 。

当 $0 \leq \rho \leq R_1$ 时,取积分路径为 abb_2a_2 ,圆柱体外 $H=0$,所以

$$\oint_{abb_2a_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_{ab} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = Hl = I_0 l$$

(其中 l 为 ab 的长度)。因此,得

$$\mathbf{H} = I_0 \mathbf{e}_z \quad \text{A/m}$$

当 $R_1 \leq \rho \leq R_2$ 时,取积分回路为 $a_1b_1b_2a_2$,可得

$$\oint_{a_1b_1b_2a_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{I_0}{(R_2 - R_1)} (R_2 - \rho)^2$$

$$Hl = \frac{R_1 - \rho}{R_2 - R_1} I_0 l$$

所以

$$\mathbf{H} = \frac{(R_1 - \rho) I_0}{R_2 - R_1} \mathbf{e}_z \quad \text{A/m}$$

当 $\rho > R_2$ 时,

$$\mathbf{H} = 0$$

例 1-46 图 1-105(a)所示一无限长的同轴电缆的截面,芯线通有均匀分布的电流 I ,外皮通有量值相同但方向相反的电流。试求各部分的磁感应强度 B 。

解 这是一个平行平面磁场,磁场的分布与电缆的长度无关。电缆截面是圆的,它所产生的磁场也将对称于电缆的轴线,即 B 线是中心位于芯线轴上的同心圆。根据图中给定的电流方向, B 应是反时针方向。

计算芯线内(即 $\rho < R_1$ 处)的 B ,由于电流密度 $J = I/\pi R_1^2$,如作一圆为积分回路,则穿过圆面积的电流 I' 为

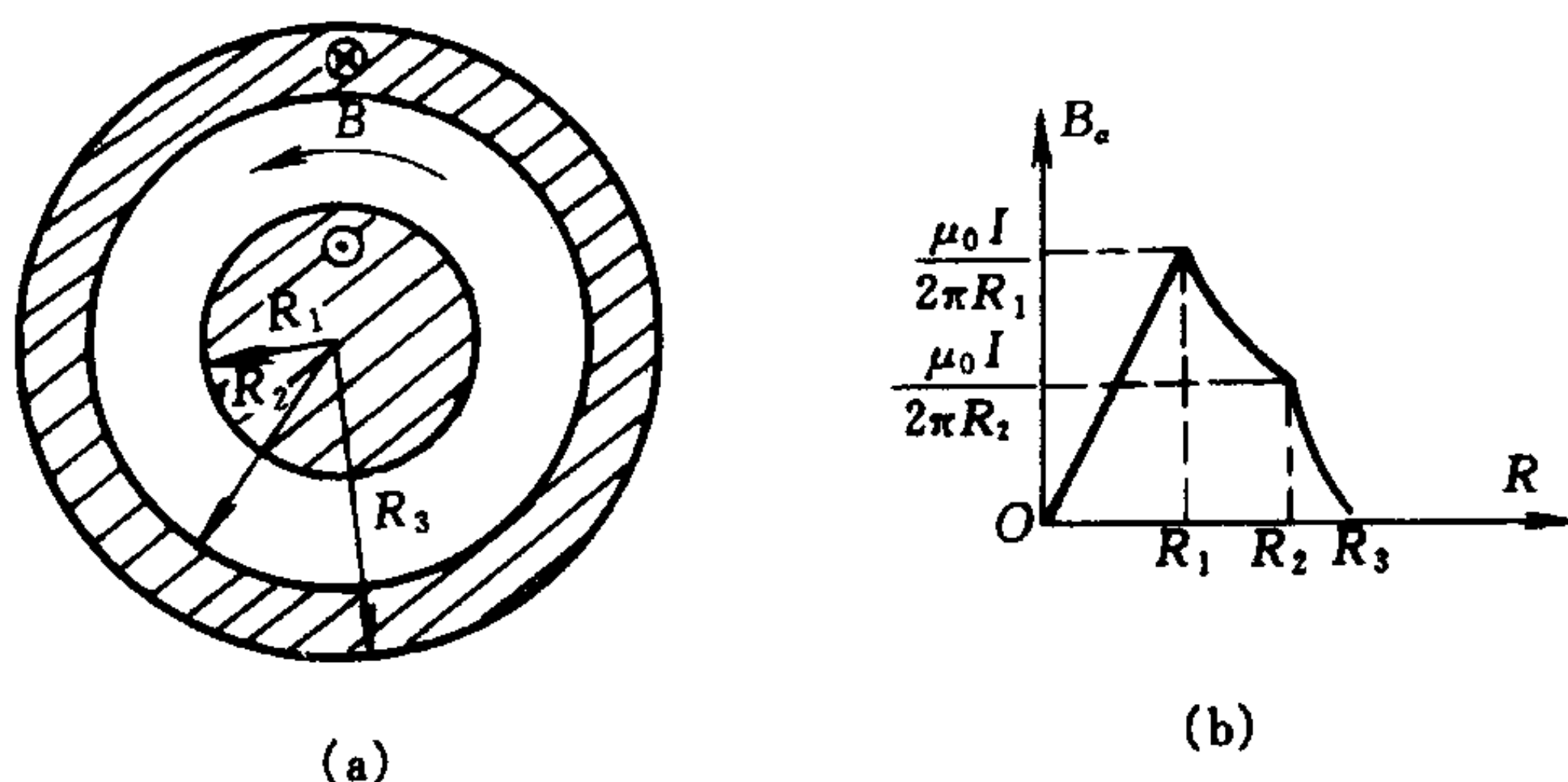


图 1-105 同轴电缆中的磁场分布

$$I' = \frac{I}{\pi R_1^2} \int_0^\rho \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\phi = I \frac{\rho^2}{R_1^2}$$

根据式(1-121),

$$\int_0^{2\pi} B_\phi \rho d\phi = \mu_0 I \frac{\rho^2}{R_1^2}$$

得
$$B_\phi = \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi R_1^2}$$

对于绝缘层中(即 $R_1 < \rho < R_2$)的 B , 如果在其中取一圆为积分回路, 则穿过圆面积的电流为 I , 应用式(1-121), 得

$$\int_0^{2\pi} B_\phi \rho d\phi = \mu_0 I$$

$$B_\phi \rho 2\pi = \mu_0 I$$

所以

$$B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho}$$

对于外导体(即 $R_2 < \rho < R_3$), 采用同样方法, 这时穿过半径为 ρ 的圆面积的电流为

$$I' = I - I \frac{\rho^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} = I \frac{R_3^2 - \rho^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

应用式(1-121), 可得

$$B_{\phi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \frac{R_3^2 - \rho^2}{R_3^2 - R_2^2}$$

对于电缆外(即 $\rho > R_3$ 处),

$$B_{\phi} = 0$$

综合以上计算结果, B_{ϕ} 随 ρ 变化的曲线, 见图 1-105(b)。

例 1-47 设 $y=0$ 平面是两种媒质的分界面。在 $y>0$ 处媒质的磁导率为 $\mu_1=5\mu_0$; 在 $y<0$ 处, 媒质的磁导率为 $\mu_2=3\mu_0$ 。设已知分界面上无面电流分布, 且 $\mathbf{H}_2=10\mathbf{e}_x+20\mathbf{e}_y$ A/m, 求 \mathbf{B}_2 、 \mathbf{B}_1 和 \mathbf{H}_1 。

解 对于 \mathbf{B}_2 , 我们可以直接写出

$$\mathbf{B}_2 = \mu_2 \mathbf{H}_2 = 3\mu_0 \mathbf{H}_2 = \mu_0 (30\mathbf{e}_x + 60\mathbf{e}_y) \text{ T}$$

由于分界面上无面电流($K=0$), 因此

$$H_{1x} = H_{1t} = H_{2t} = 10$$

$$B_{1y} = B_{1n} = B_{2n} = 60\mu_0$$

可求得

$$B_{1x} = \frac{\mu_1}{\mu_2} B_{2x} = \frac{5}{3} (30\mu_0) = 50\mu_0$$

和

$$H_{1y} = \frac{\mu_2}{\mu_1} H_{2y} = \frac{3}{5} (20) = 12$$

因此, 最后得

$$\mathbf{B}_1 = \mu_0 (50\mathbf{e}_x + 60\mathbf{e}_y) \text{ T 和 } \mathbf{H}_1 = 10\mathbf{e}_x + 12\mathbf{e}_y \text{ A/m}$$

第十二节 电磁场的基本性质和方程

随时间变化的电磁场称为时变电磁场。在时变电磁场中, 电场与磁场不再彼此独立, 而是相互影响、互相制约, 形成统一的电磁场。这一节主要介绍电磁场的一些基本概念和基本规律。

一、基本内容和知识点

(一) 电磁场的基本方程组

1. 电磁感应定律

当闭合回路面积中穿过的磁通 Φ 随时间变化时, 回路中将产生感应电动势, 其数学表达式为

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (1-136)$$

这就是法拉弟电磁感应定律。式中的负号表示回路中的感应电流的磁场要阻止磁通的改变。

麦克斯韦把法拉弟电磁感应定律推广到空间中的任意闭合回路 l , 式(1-136)又可改写为

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-137)$$

在静止媒质中, 式(1-137)可写为

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-138)$$

这表明, 随时间变化的磁场要产生电场, 时变电场不再是无旋场。式(1-138)是电磁场的基本方程之一, 其相应的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-139)$$

2. 全电流定律

在时变电磁场中, 安培环路定律 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ 与电流连续性方程 $\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 相抵触。麦克斯韦把电位移 \mathbf{D} 随时间的变化率

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-140)$$

称为位移电流, 并将 \mathbf{J}_d 引入到安培环路定律中, 得到

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-141)$$

式(1-141)称为全电流定律, 它也是时变电磁场的基本方程之一。

它反映了随时间变化的电场要产生磁场这一重要概念。

全电流定律的积分形式为

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (1-142)$$

3. 电磁场的基本方程组

在静止媒质中，电磁场的基本方程组的积分形式为

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S} \quad (1-143)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_s \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-144)$$

$$\oint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (1-145)$$

$$\oint_s \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = q \quad (1-146)$$

相应地，微分形式则为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-147)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-148)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-149)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-150)$$

电磁场基本方程组是宏观电磁现象的普遍规律。麦克斯韦从这一方程组出发，在理论上预言了电磁波的存在，并指出光就是电磁波。

4. 分界面上的边界条件

在时变电磁场中，不同媒质分界面上电磁场的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_n \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= 0 \\ \mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) &= \mathbf{K} \\ \mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \sigma \\ \mathbf{e}_n \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-151)$$

式中， \mathbf{e}_n 由媒质 1 指向媒质 2。

在实际问题中，往往把良导体看成完纯导体以简化问题的分析。由于完纯导体的电导率 $\gamma \rightarrow \infty$ ，所以它内部的电场强度 E 为零。根据方程式(1-148)可知，完纯导体内部的磁场也为零。完纯导体中的电流完全沿着导体表面流动而形成面电流，同时在其表面上也存在着作面分布的自由电荷。因而，在完纯导体(设为媒质 2)与电介质(设为媒质 1)的分界面上，边界条件为

$$\left. \begin{aligned} H_{1t} &= K, \quad B_{1n} = B_{2n} \\ E_{1t} &= E_{2t} = 0, \quad D_{1n} = \sigma \end{aligned} \right\} \quad (1-152)$$

由于磁场强度和面电流方向之间应成右螺旋关系，上述边界条件中的 H_{1t} 与 K 之间的关系可表示成

$$e_n \times H = K \quad (1-153)$$

式中， e_n 表示导体表面的外法线方向的单位矢量。 $D_{1n} = \sigma$ 说明时变电磁场中的电位移线仍从正的自由电荷出发。

(二) 电磁场的能量守恒和转化定律

电磁场的能量守恒和转化定律称为坡印亭定理。坡印亭定理的数学表达式为

$$\nabla \cdot (E \times H) = -J \cdot E - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} D \cdot E + \frac{1}{2} B \cdot H \right) \quad (1-154)$$

对上式作体积分并利用散度定理，得坡印亭定理的积分形式为

$$\int_V J \cdot E dV + \oint_S (E \times H) \cdot dS = - \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{1}{2} D \cdot E + \frac{1}{2} B \cdot H \right) dV \quad (1-155)$$

它表明，任意体积内损耗的功率与流出这一体积的功率之和等于单位时间内该体积中减少的电磁能量。

在式(1-154)或式(1-155)中，

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} D \cdot E + \frac{1}{2} B \cdot H \quad (1-156)$$

是电磁场的能量密度。 $w_e = \frac{1}{2} D \cdot E$ 和 $w_m = \frac{1}{2} B \cdot H$ 分别是电场能量密度和磁场能量密度。而矢量

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1-157)$$

称为坡印亭矢量或能量流密度矢量。它表示单位时间内穿过垂直于 $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 方向的单位面积的电磁能量。

(三) 电磁场的动态位和电磁场的波动性

1. 电磁场的动态位

在时变电磁场中, 由于 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, 可以引入矢位 \mathbf{A} , 使得

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1-158)$$

将式(1-158)代入式(1-148), 又可引入标量位 φ , 使得

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi \quad (1-159)$$

在各向同性的线性均匀媒质中, 可推导出 \mathbf{A} 、 φ 与激励源 \mathbf{J} 和 ρ 间的关系如下:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J} \quad (1-160)$$

$$\nabla^2 \varphi - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (1-161)$$

通常, 称方程式(1-160)和式(1-161)为非齐次的波动方程, 或称为达朗贝尔方程。

2. 电磁场的波动性

在无界空间中, 达朗贝尔方程的解为

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbf{J}\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v}\right)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (1-162)$$

和

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \frac{\rho\left(\mathbf{r}', t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v}\right)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV' \quad (1-163)$$

式中, $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ 。

解式(1-162)和式(1-163)的物理意义是, 空间点 \mathbf{r}' 处, 时刻 $t' = t - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v}$ 的源产生的电磁场要经过时间 $\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{v}$ 才能传播到观

察点 r 处。这说明了电磁作用的传递是以有限速度进行的, 这个速度称为波速, 它由媒质的特性决定:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1-164)$$

从达朗贝尔方程的上述解看出, 在时刻 t , 场中某点的动态位, 并不是决定于该时刻激励源的情况, 而是决定于在此之前的某一时刻, 即 $t - \frac{R}{v}$ 时刻激励源的情况。换言之, 激励源在时刻 t 的作用, 要经过一个推迟作用时间才能到达离它 R 远处的点。这一推迟作用的时间也就是传递电磁作用所需的时间。由于动态位的解答形式表达了推迟作用的因素, 因此又称 A 和 φ 为推迟位。

3. 似稳条件和似稳场

如果产生电磁场的激励源随时间作正弦变化, 设其角频率为 ω , 则在稳态情况下, 空间各点的动态位也都是同频率的正弦函数, 因而都可以用对应的相量表示。动态位解的相量形式为

$$\dot{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (1-165)$$

和

$$\dot{\varphi}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\dot{\rho}(\mathbf{r}') e^{-j\beta|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dV'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (1-166)$$

式中, $\beta = \frac{\omega}{v}$ 称为相位常数。

上面已指出, 场点上动态位与引起它的激励源在时间上的差异, 也就是电磁波从激励源传播到该点所需的时间。如果激励源变化很快, 则这种作用的影响就比较明显; 如果变化不快, 则在电磁波从激励源传播到场点这段时间内, 激励源并未发生明显的变化, 此时虽仍有推迟作用, 但对场量的影响不大。若以 T 表示正弦变化的周期, 上述情况就可表述为: 当推迟时间 $\frac{R}{v} \ll T$ 时, 可以不计推迟作用。此条件又可写成为 $\frac{R}{v} \ll \frac{2\pi}{\omega}$ 或 $\frac{\omega}{v} R = \beta R \ll 1$ 。显然, 当 $\beta R \ll 1$ 时, $e^{-j\beta R} \approx 1$, 这表明“场点”和“源点”的变化同相,

意味着略去了推迟作用。如果我们引入波长的概念,即波长 $\lambda = vT$, 则上述条件又可写成

$$R \ll \lambda \quad (1-167)$$

上式称为似稳条件。

在时变电磁场中,满足似稳条件式(1-167)的区域称为似稳区。似稳区内的时变电磁场称为似稳场。在似稳场中,虽然产生电磁场的激励源随时间变化,但对每一瞬时来说,电场和磁场在空间中的分布规律分别和静电场和恒定磁场的分布规律相同。这意味着可用静电场的计算公式计算时变电磁场中的电场,而用恒定磁场的计算公式计算时变电磁场中的磁场。所不同的是,只是时变电磁场中的场量不仅是空间坐标的函数,也是时间 t 的函数。

应该注意,似稳区是一个相对的概念。例如,在工频时,当考虑激励源附近几十公里范围内的电场和磁场时,都可按静电场和恒定磁场进行分析计算。但当激励源的频率很高,例如为 300MHz,即使分析计算激励源附近 1m 左右范围内的电场和磁场,也要考虑推迟效应。

二、重点和难点

电磁场基本方程组是宏观电磁现象的普遍规律,是电磁理论的核心和分析求解电磁场问题的基础,因此是学习的重点。应对电磁场基本方程组的物理意义及其在电磁理论中的核心作用给予充分的重视。

在时变电磁场中,分界面上的边界条件包括四个关系式,正确应用它们将对求解电磁场问题是非常有益的。

动态位和电磁场的波动性也是本节的重点。应明确怎样用 A 、 φ 描述时变电磁场,了解 A 和 φ 满足的达朗贝尔方程及其解的物理意义,并理解推迟作用。

掌握似稳条件并理解其含意。

坡印亭定理的应用和坡印亭矢量的理解是本节的难点。应会

应用坡印亭定理分析简单电磁问题中的电磁能量流动现象。

三、例题分析

例 1-48 在电磁场基本方程组中, 若 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 可以忽略, 证明标位 φ 满足泊松方程:

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

解 当可忽略 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 时, 电磁场基本方程组为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3) \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (4)$$

由式(2)和(3), 可知

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi$$

将此两式代入式(1)和式(4), 分别有

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu \mathbf{J}$$

$$-\epsilon \nabla \cdot \left(\nabla \varphi + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = -\epsilon \nabla^2 \varphi - \epsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \mathbf{A}) = \rho$$

选择库仑规范, 即令 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, 则得到

$$\nabla^2 \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

上述结果表明, 在 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 可忽略的情况下, φ 的微分方程与静电场中的形式相同(但这里 φ 仍是时间的函数), 故称为似稳场。在实际问题中, 若场随时间变化得比较缓慢, 或在导电媒质中传导电流远大于位移电流时, 都可忽略 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 。对这样的时变电磁场都可采用静态场的方法计算。例如, 在长直导线上通有缓变电流 $I_0 \cos \omega t$ 时, 周围空间的磁场可近似为 $\frac{\mu_0 I_0}{2\pi \rho} \cos \omega t$ 。

例 1-49 说明电磁场基本方程组中的第一方程 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} +$

$\frac{\partial D}{\partial t}$ 和第二方程 $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ 的意义。

解 第一方程说明不仅传导电流激发磁场，而且变化的电场也激发磁场。第二方程说明，不仅电荷可激发电场，变化的磁场也激发电场。

第一方程和第二方程揭示了电场与磁场之间的联系。不仅电荷和电流可以激发电磁场，而且变化的电场和磁场也可以互相激发。电磁波可以通过电场和磁场的互相激发而运动传播的。麦克斯韦从这个方程组出发，在理论上预言了电磁波的存在，并指出光就是电磁波。他的预言的正确性，后为赫芝的实验所证实。电磁场基本方程组不仅揭示了电磁场运动规律，而且揭示了电磁场可以独立于电荷、电流之外而单独存在的事实，这就进一步加深了我们对电磁场物质性的认识。

例 1-50 在一个电池的两极上，连接两根很长的圆柱形导线，利用导线把能量输送给负载 R ，如图 1-106(a) 所示。试证明：

(1) 在导体表面，能量是流入导体的，流入的能量恰为导线发热所消耗的能量；

(2) 在电池表面，能流是流出的。并分析导线表面能量的流动情形。

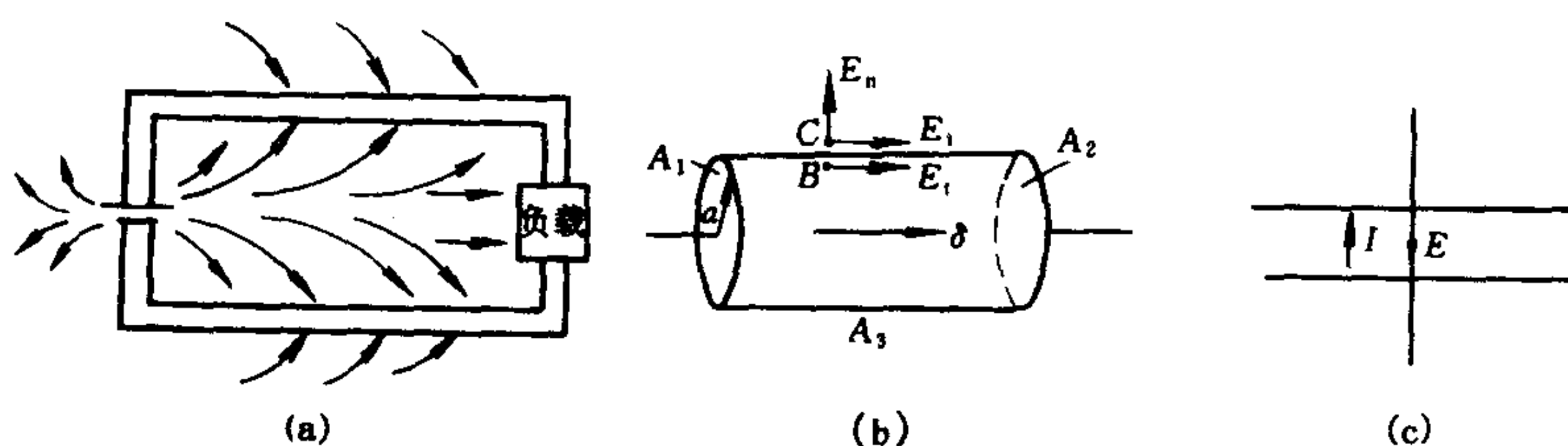


图 1-106 电磁能流流动

解 (1) 在这个很长的圆柱导线中间，截取长为 l 的一段。它的两端面与轴线垂直。我们先分析这部分导线表面能量流动的情况。设这段导线的两个端面为 A_1 ， A_2 ，侧面为 A_3 ；电流沿 z 轴流

动；导线的半径为 a (见图 1-106(b))。下面计算这几个面上能量流动的情况。

在端面 A_1 上，因电流沿 z 轴流动，所以该处电场强度 E 沿 z 轴的正方向。而磁场强度 H 在 A_1 面内的圆周方向上。因此， A_1 面上的坡印亭矢量 $S = E \times H$ 处处与 A_1 面平行，所以能流不能由 A_1 面进入导体内。这个结论对 A_2 面也适用。

再分析圆柱侧面 A_3 上的能流情况。由安培环路定律知道， A_3 面上的磁场强度为

$$H = \frac{I}{2\pi a} e_\phi \quad (1)$$

对 A_3 表面外，很靠表面的一点 C 的电场强度 E ，可以这样分析：在导线内部，电流沿 z 轴的正方向流动，所以导线内部各点的 E 是沿 z 轴正方向的。因而，与 C 点很靠近的导线内部的一点 B 的电场强度 E 只有 $+z$ 方向的分量，即

$$E_B = E_t e_z = \frac{J}{\gamma} e_z = \frac{I}{\pi a^2 \gamma} e_z \quad (2)$$

它与导体表面相切。由于电场强度的切线分量是连续的，所以 C 点的电场强度切线分量 $(E_t)_C = (E_t)_B$ 。注意：虽然 B 点的电场强度法线分量为零，但 C 点的电场强度法线分量不等于零，因为与电源正极相连接的导线表面带正电，与电源负极相连接的导线表面带负电。导线表面的电场强度法线分量 E_n ，由导线表面的自由电荷面密度 σ 决定：

$$E_n = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (3)$$

如果我们考虑的是与电源正极相连接的导线，则 $E_n > 0$ ，因此 C 点的电场强度为

$$E = E_t e_z + E_n e_\rho \quad (4)$$

式中 e_z 和 e_ρ 分别为轴向和径向的单位矢量。由式(1)和(4)，可得 C 点的坡印亭矢量为

$$\begin{aligned} \mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} &= (E_t \mathbf{e}_z + E_n \mathbf{e}_\rho) \times \frac{I}{2\pi a} \mathbf{e}_\phi \\ &= \frac{I}{2\pi a} (-E_t \mathbf{e}_\rho + E_n \mathbf{e}_z) \end{aligned} \quad (5)$$

\mathbf{S} 的径向和轴向分量分别为

$$S_\rho = -\frac{I}{2\pi a} E_t = -\frac{I^2}{2\pi^2 a^3 \gamma} \quad (6)$$

$$S_z = \frac{I}{2\pi a} E_n \quad (7)$$

S_z 的意义：在与电源正极相连接的那根导线上， I 和 E_n 都大于零，因此 $S_z > 0$ 。这说明这根导线表面处，有能量沿着导线向负载输送。对于与电源负极相连接的那根导线，可以得出相同的结论。这是因为在那根导线上， I 和 E_n 都是负的，所以两者的乘积为正。

S_ρ 的意义：由于 E_t 的方向与 I 的方向一致，所以不管是与电源的正极还是负极连接的导线，其表面各点的 S_ρ 总是负的，即在导线表面上的各点，均有能量从侧面流入导线。单位时间内由 A_3 面流入的能量为

$$P = S_\rho A_3 = \frac{I^2}{2\pi^2 a^3 \gamma} 2\pi a l = \frac{I^2 l}{\pi a^2 \gamma} = I^2 R_l \quad (8)$$

其中 R_l 为

$$R_l = \frac{l}{\gamma \pi a^2} \quad (9)$$

式(8)正好说明导线所消耗的能量都是由导线表面流入的。

(2) 下面分析电池表面能量流动的情况

设电源为电池。在电池内部，电流是由负极流向正极的，恰与电池内的电场方向相反，如图 1-106(c)所示。所以电池表面的坡印亭矢量的方向是指向电池之外的。能量从电池表面流出，而不是流入。

沿线的能流分布情形，示意地画在图 1-106 上。

结论：电池所供给的能量，不是从导线里面向负载传输的。而

是从电池表面流到空间，在空间再沿导线方向传递到导线和负载上的。导线仅仅起了导引电磁能流动的作用。导线在引导电磁能流动的同时，吸收一部分能量，转化为导体本身的热损耗。导线中并没有能量的沿线传播。负载和导线所需的电磁能量都是由空气中的电磁场沿线传播过去的。

第十三节 无损耗均匀传输线

传输线是用以传输电磁能量和信号的各种形式传输系统的总称。这里只介绍传输横电磁波(TEM)的双导体的传输线。

一、基本内容和知识点

(一) 无损耗均匀传输线方程

这里对讨论的均匀双导体传输线作如下假设：

- (a) 线间横向距离比波长小得多，其间的推迟效应不考虑；
- (b) 引导电磁波的导体是完纯导体，既无损耗，也无电磁波透入；
- (c) 不考虑辐射能量，坡印亭矢量 S 仅有与传播方向一致的轴向分量。

在上述假设条件下，沿线导行的电磁波波型为横向电磁波(TEM波)， E 和 H 无轴向分量。 E 和 H 都在横截面内。由此可以得出如下两个结论：

(a) 两根导体间，TEM波的横向电场，在任何时刻，在系统的任一横截面的分布，同导体间加以适当的直流电压(即与此时刻该处导体间的电压相同)所产生的二维空间静电场一样。

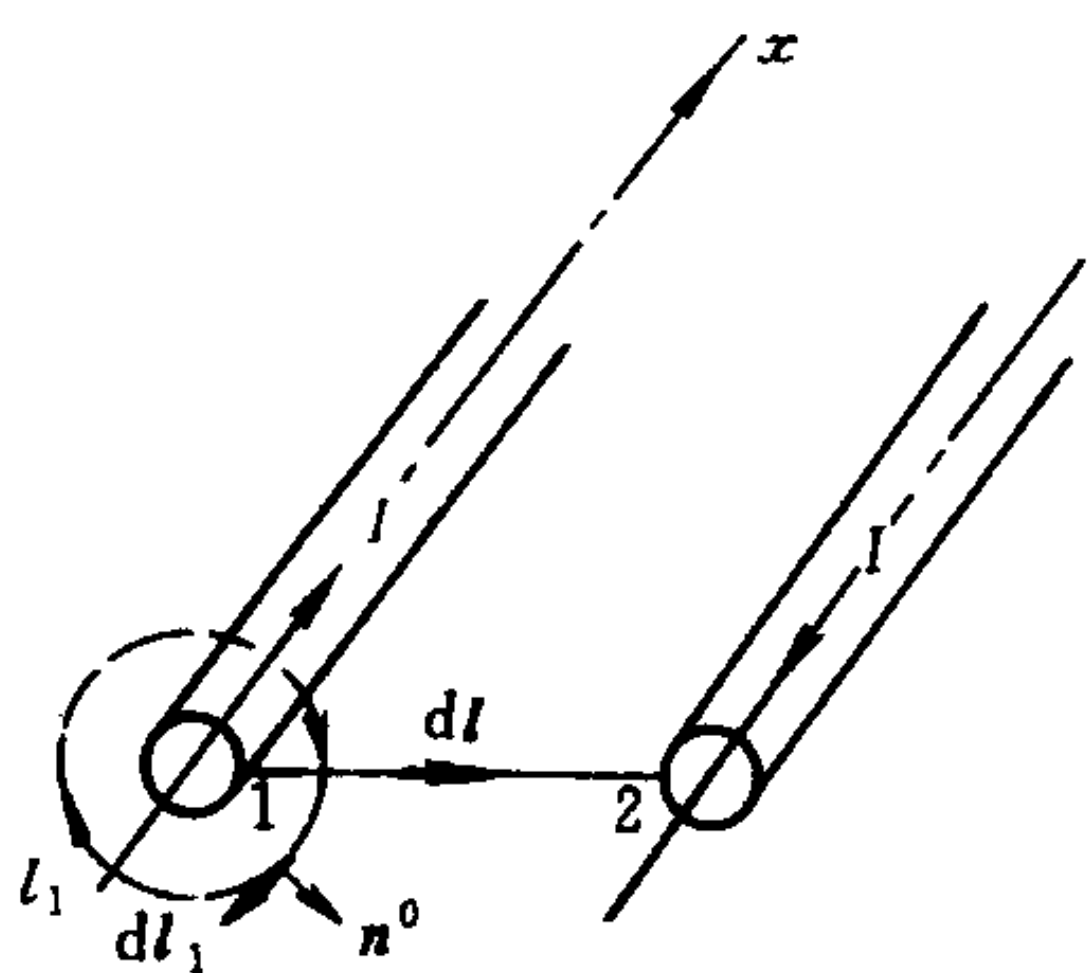
(b) 两根导体间，TEM波的横向磁场，在任何时刻，在系统的任一横截面的分布，同沿导体通过适当的直流电流所产生的二维恒定磁场的空间分布是相同的。(适当的直流电流即指与该时刻导体中通过的电流一致)

若取传输线两平行导体的轴线与 x 方向一致，则在 $x = \text{常数}$ 的任一横截面内，均匀传输线中电压、电流和场量之间的关系可表示成：

$$u(x, t) = \int_1^2 \mathbf{E}_T \cdot d\mathbf{l} \quad (1-168)$$

和
$$i(x, t) = \oint_{l_1} \mathbf{H}_T \cdot d\mathbf{l}_1 \quad (1-169)$$

式中的积分路径如图 1-107 所示。



可以导出，用电压和电流表示的无损耗均匀传输线的方程为

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (1-170)$$

和

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1-171)$$

式中， L_0 为沿传输线轴向每单位长度的外电感； C_0 为沿传输线轴向每单位长度的电容。 L_0 和 C_0 分别可采用恒定磁场和静电场的方法计算。

图 1-107 u 和 i 的积分路径

(二) 无损耗均匀传输线的正弦稳态解

1. 无损耗均匀传输线的正弦稳态解

将式(1-170)对时间 t 求偏导数，将式(1-171)对 x 求偏导数，然后综合在一起，可得

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (1-172)$$

同理，可得

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1-173)$$

由此可见，无损耗均匀传输线中的电压和电流都满足波动方程。

传输线中的电压、电流常常是时间的正弦函数。在正弦稳态情况下，方程式(1-172)和(1-173)的相量形式为

$$\frac{d\dot{U}(x)}{dx^2} = \Gamma^2 \dot{U}(x) \quad (1-174)$$

和

$$\frac{d^2 \dot{I}(x)}{dx^2} = \Gamma^2 \dot{I}(x) \quad (1-175)$$

式中

$$\Gamma = j\beta = j\omega \sqrt{L_0 C_0} \quad (1-176)$$

方程式(1-174)的通解为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}^+ e^{-j\beta x} + \dot{U}^- e^{j\beta x} \quad (1-177)$$

这里 \dot{U}^+ 和 \dot{U}^- 为积分常数(不是距离 x 的函数), 要根据边界条件确定。设 $\dot{U}^+ = U^+ e^{j\psi_+}$ 和 $\dot{U}^- = U^- e^{j\psi_-}$, 则电压的瞬时解为

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sqrt{2} U^+ \sin(\omega t - \beta x + \psi_+) \\ &\quad + \sqrt{2} U^- \sin(\omega t + \beta x + \psi_-) \\ &= \sqrt{2} U^+ \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \psi_+ \right] \\ &\quad + \sqrt{2} U^- \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{v} \right) + \psi_- \right] \end{aligned} \quad (1-178)$$

式中

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad (1-179)$$

式(1-178)中的第一项表示向(+ x)方向传播的电压入射波, 而第二项表示向(- x)方向传播的电压反射波。不论是入射波还是反射波, 随着波的前进, 相位滞后。 β 描述相位的改变率, 故称为相位常数。 v 是电压波的相速。

同理, 可得方程式(1-175)的通解为

$$\dot{I}(x) = \dot{I}^+ e^{-j\beta x} + \dot{I}^- e^{j\beta x} \quad (1-180)$$

这里, \dot{I}^+ 和 \dot{I}^- 也是需要根据边界条件确定的积分常数。

容易得到, 积分常数 \dot{U}^+ 、 \dot{U}^- 与 \dot{I}^+ 、 \dot{I}^- 间有下列关系式

$$\frac{\dot{U}^+}{\dot{I}^-} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = Z_0, \frac{\dot{U}^-}{\dot{I}^-} = -Z_0 \quad (1-181)$$

Z_0 称为传输线的特性阻抗。

将式(1-181)代入式(1-180), 有

$$\dot{I}(x) = \frac{\dot{U}^-}{Z_0} e^{-j\beta x} - \frac{\dot{U}^-}{Z_0} e^{j\beta x} \quad (1-182)$$

若已知始端电压电流 \dot{U}_1 和 \dot{I}_1 , 且取终端为坐标原点, 则可将 $x = -l$ 及 $\dot{U}(-l) = \dot{U}_1$, $\dot{I}(-l) = \dot{I}_1$ 代入式(1-177)和式(1-182), 确定出积分常数 \dot{U}^+ 和 \dot{U}^- 。最后, 得电压、电流的沿线分布分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_1 \cos \beta(l+x) - jZ_0 \dot{I}_1 \sin \beta(l+x) \quad (1-183)$$

和
$$\dot{I}(x) = \dot{I}_1 \cos \beta(l+x) - j \frac{\dot{U}_1}{Z_0} \sin \beta(l+x) \quad (1-184)$$

若已知终端电压 \dot{U}_2 和电流 \dot{I}_2 , 仍以终端作为坐标原点, 同理, 可得电压、电流的沿线分布分别为

$$\dot{U}(x) = \dot{U}_2 \cos \beta x - jZ_0 \dot{I}_2 \sin \beta x \quad (1-185)$$

和

$$\dot{I}(x) = \dot{I}_2 \cos \beta x - j \frac{\dot{U}_2}{Z_0} \sin \beta x \quad (1-186)$$

2. 无损耗均匀传输线的参数

无损耗均匀传输线的参数分为两类: 一类称为原参数 L_0 和 C_0 ; 另一类称为副参数, 如 β 和 Z_0 。

原参数 L_0 和 C_0 由传输线的几何尺寸、相互位置及周围媒质的物理特性决定, 可采用静态场中的计算方法去计算。

副参数 β 和 Z_0 与原参数之间的关系分别由式(1-176)和式(1-181)给出。

考察 $v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$, 可能会认为当乘积 $L_0 C_0$ 无限减少时, 相速

可无限增大，其实不然。可以证明，对于任何截面的长直完纯导体构成的传输线，有 $L_0 C_0 = \mu \epsilon$ ，所以沿无损耗传输线传播的电压波、电流波的相速和在无损耗线周围媒质中的相速相等。

在无损均匀传输线中，相速 v 和特性阻抗 Z_0 都是与频率无关的常数，这些特点对信号的传输来说是个显著的优点。在没有反射波的条件下，沿线各处的电压、电流与传输线始端处的电压、电流的波形相同。换句话说，在传输线上传输的电压、电流波形不失真。又因 Z_0 为常数，坡印亭矢量的瞬时值恒为正，所以传输的平均功率亦较大。这些性能显然为人们所企望。

(三) 无损耗均匀传输线中波的反射和透射

当电压波、电流波传播到传输线的不均匀处，要发生反射和透射现象。在接有阻抗值不同于传输线特性阻抗的负载处，和两对特性阻抗值不同的传输线的连接处(参阅图 1-108)，都是不均匀处的例子。

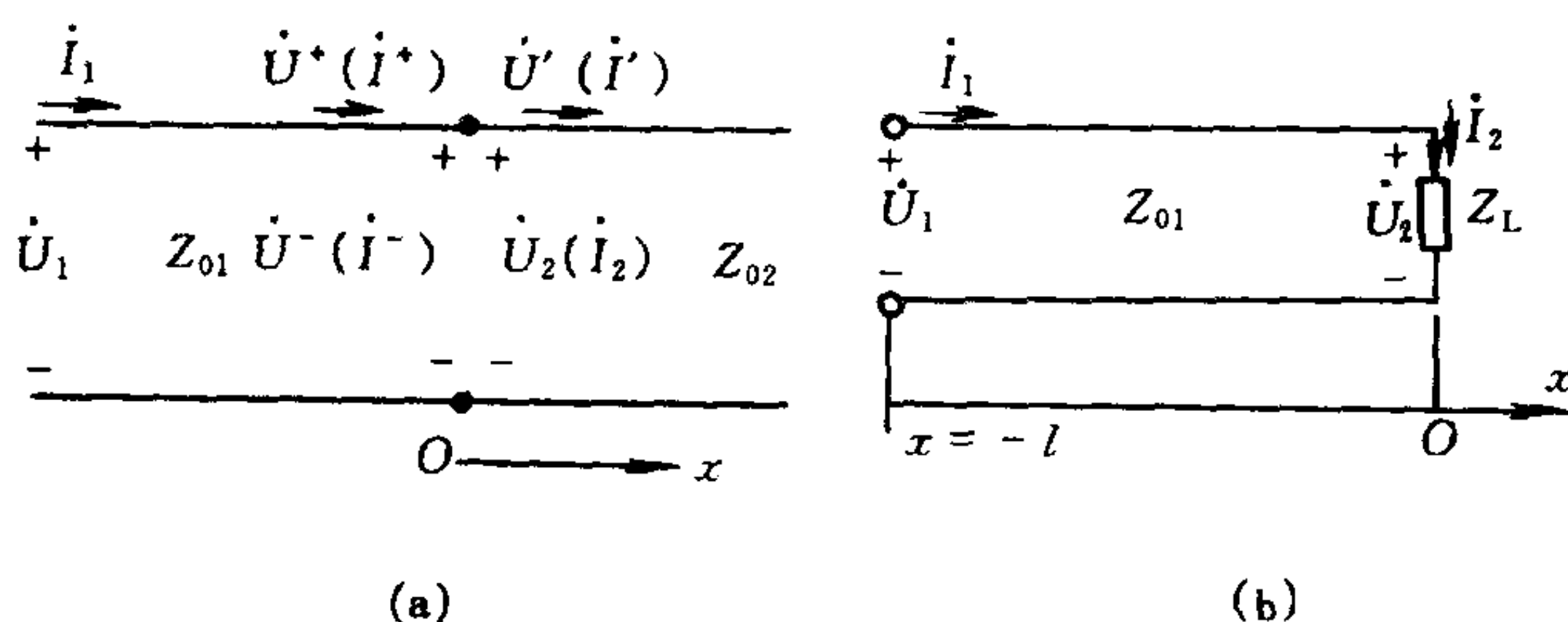


图 1-108 传输线的不均匀处

1. 反射系数

如图 1-108(a)所示，设特性阻抗为 Z_{01} 的传输线终端接有阻抗等于 Z_L 的负载，则不难得到在负载端处的电压反射波 \dot{U}^- 和电压入射波 \dot{U}^+ 的比值为

$$\rho = \frac{\dot{U}^-}{\dot{U}^+} = \frac{Z_L - Z_{01}}{Z_L + Z_{01}} \quad (1-187)$$

ρ 称为终端处的电压反射系数。

式(1-187)所表达的反射系数 ρ ，同样适用于图 1-108(b)所示的两对均匀传输线的连接处。

2. 透射系数

在两对特性阻抗不同的均匀传输线的连接处，可以得出透射系数

$$\tau = \frac{\dot{U}^-}{\dot{U}^+} = \frac{2Z_{02}}{Z_{02} + Z_{01}} \quad (1-188)$$

3. 均匀传输线的匹配

当传输线终端连接的负载和该线的特性阻抗相等时，不发生反射，这时 $\rho=0$ ，这种工作状态称为匹配。

当达到匹配状态时，传输线上没有反射波。线上各处的电压波、电流波中只有入射波，它们的相量形式分别为式(1-177)和式(1-182)中的第一项，即

$$\dot{U}(x) = \dot{U}^+ e^{-j\beta x} \quad (1-189)$$

和

$$\dot{I}(x) = \frac{\dot{U}^+}{Z_{01}} e^{-j\beta x} \quad (1-190)$$

从能量的观点来看，这时从电源送往负载的能量全部为负载吸收，所以不发生反射波。

若令 $x=0$ ， $\dot{U}=\dot{U}_2^+$ ，并将这一条件代入式(1-189)，则可确定其中的积分常数，即

$$\dot{U}^+ = \dot{U}_2$$

也就是在匹配状态下，沿线电压、电流的瞬时表达式为(设 \dot{U}_2 的辐角为零)

$$u(x,t) = \sqrt{2} U_2 \sin(\omega t - \beta x) \quad (1-191)$$

和

$$i(x,t) = \sqrt{2} \frac{U_2}{Z_{01}} \sin(\omega t - \beta x) \quad (1-192)$$

可以看出,沿线电压波、电流波都是向(+x)方向传输的行波,且电压波和电流波同相。

沿线各处的瞬时功率为

$$p = ui = \frac{2U_2^2}{Z_{01}} \sin^2(\omega t - \beta x)$$

平均功率为

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{U_2^2}{Z_{01}}$$

可见沿线各处的平均功率相等。

4. 全反射·驻波

当无损耗传输线的终端开路或短路时, $\rho = \pm 1$, 称为全反射。这时, 反射波和入射波相叠加, 在传输线上形成了驻波。

当终端短路时, $\rho = -1$ 。这时沿线电压波和电流波的瞬时表达式分别为

$$u(x, t) = 2 \sqrt{2} U^+ \sin \beta x \sin(\omega t - 90^\circ) \quad (1-193)$$

和

$$i(x, t) = 2 \sqrt{2} \frac{U^+}{Z_0} \sin \beta x \sin \omega t \quad (1-194)$$

显然, $u(x, t)$ 、 $i(x, t)$ 的性质和入射波电压、电流的性质完全不同。

在驻波状态下, 无损耗均匀传输线有以下特点:

(1) 传输线上电压、电流的振幅都是位置 x 的函数, 出现最大值(波腹)和零值(波节)。

在 $x = -\frac{n\lambda}{2}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) 处为电压的波节点或电流的波腹点; 在 $x = -\frac{(2n+1)\lambda}{4}$ ($n=0, 1, 2, \dots$) 处为电压的波腹点或电流

的波节点。由此可见, 电压波和电流波在空间上相差 $\frac{\lambda}{4}$ 。

(2) 电压波、电流波都是振幅沿 x 呈正弦变化的振动, 表现为两相邻波节点之间的电压(或电流)随时间作同相振动, 而波节

点两侧的电压(或电流)作反相振动。

(3) 传输线上各点的电压和电流在时间上有 90° 的相位差, 故传输线上不发生能量传输的过程, 这说明入射波所携带的能量全部被反射回去。沿线只有在电压与电流波节点之间 $\frac{\lambda}{4}$ 空间范围内, 电能与磁能随时间推移的不断互相交换。

对于传输线终端开路或接纯电抗负载的情况, 其上的驻波特性与终端短路时是相同的, 区别只是波腹点和波节点在线上的位置不同。

5. 行驻波

当传输线终端的负载阻抗值与该线的特性阻抗值不相等时, 即 $Z_L \neq Z_0$, 负载端的反射系数

$$0 < \left| \rho \left(= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) \right| < 1$$

这个条件表示负载端发生反射但非全反射。由入射波携带的能量, 一部分被负载吸收, 其余部分以反射波的形式返回电源。入射波可分为两部分, 一部分和反射波合成而形成驻波, 其余部分仍为行波。可见当不匹配时, 沿线的电压、电流波中, 既有行波又有驻波, 称为行驻波。电压、电流有效值的沿线分布在最大值和最小值之间波动。

反射系数 ρ 的辐角 ψ 可由测量确定, ψ 和离负载端出现第一个电压最大值之间的距离 $|x|_{\max 1}$ 有下列关系

$$|x|_{\max 1} = \frac{\lambda}{4\pi} \psi \quad (1-195)$$

负载阻抗 Z_L 和特性阻抗 Z_0 及反射系数 ρ 之间的关系为

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad (1-196)$$

通常, 除了用反射系数 ρ 表示反射波的大小外, 还可使用驻波比 S 表示。 S 定义为沿线电压的最大值与最小值之比, 即

$$S = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{U^+ + U^-}{U^+ - U^-}$$

$$= \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \quad (1-197)$$

当 $\rho=0$ 时, $S=1$, 表示传输线处于匹配状态, 无反射波。当 $|\rho|=1$ 时, $S=\infty$, 表示全反射。当 $0<|\rho|<1$ 时, $1<S<\infty$, 表示有反射波但反射波小于入射波。

6. 传输线的测量

根据以上分析, 可以从实验数据计算出传输线中的电磁波的波长、信号源的频率和负载阻抗等。由相邻两个最小值读数之间的距离 $|\Delta x|$ 可得出 $\lambda=2|\Delta x|$; 又可从 $\lambda f=v$ 中算出频率 $f=\frac{v}{\lambda}$ 。根据电压表的最大读数和最小读数计算出

$$S = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}$$

由该式可算出反射系数的绝对值 $|\rho| \left(= \frac{S-1}{S+1} \right)$, 再根据测量值 $|x|_{\max}$ 按式(1-195)计算出 ψ 。最后, 由

$$Z_L = Z_0 \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

得出 Z_L 。式中的特性阻抗 Z_0 既可事先计算也可进行测量。

(四) 无损耗均匀传输线的入端阻抗

定义沿传输线任意点处的入端阻抗为

$$Z_i(x) = \frac{\dot{U}(x)}{\dot{I}(x)} \quad (1-198)$$

将式(1-185)除以式(1-186), 且将 $x=-l$ 及 $\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}=Z_L$ 代入, 整理后, 得传输线始端的入端阻抗为

$$Z_i = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l}{Z_0 + jZ_L \tan \frac{2\pi}{\lambda} l} \quad (1-199)$$

由式(1-199)可以看出, 入端阻抗 Z_i 除了和传输线的特性阻抗 Z_0 及工作频率 f 有关外, 还和传输线的长度 l 及负载阻抗 Z_L 有

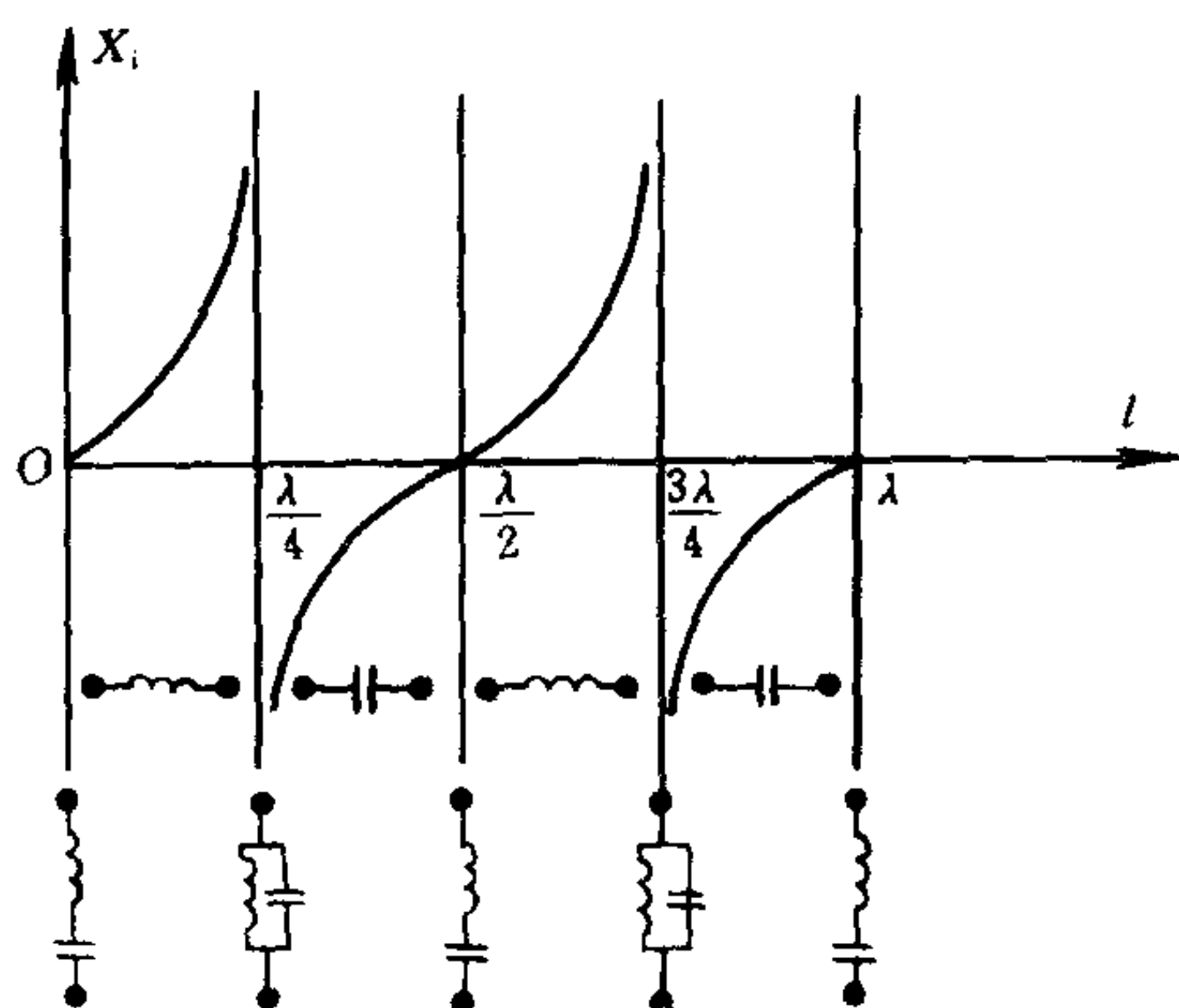


图 1-109 短路线的 Z_i

关。 Z_i 随传输线的长度 l 作周期变化,每增长二分之一波长, Z_i 的值重复一次。

图 1-109 和图 1-110 分别示出了终端短路和开路时, Z_i 与传输线长度 l 的关系。例如,对于终端短路的无损均匀传输线,当 $l < \frac{\lambda}{4}$ 时, Z_i 随 l 增加且表现为感性;当 $\frac{\lambda}{4} < l < \frac{\lambda}{2}$ 时, Z_i 随 l 增大而减少且表现为容性;

当 $l = \frac{\lambda}{4}$ 时, Z_i 为 ∞ , 表现为 L - C 电路并联谐振性质;当 $l = \frac{\lambda}{2}$ 时, $Z_i = 0$, 表现为 L - C 电路串联谐振性质。因此,在实际应用中,可用短于四分之一波长的终端短路线实现超高频的电感元件,用等于四分之一波长的终端短路线作为理想的并联谐振电路。

对于负载端开路的无损均匀传输线,从图 1-110 中看出,表现为感性和容性的线长范围恰与短路线情况相反。

二、重点和难点

无损耗均匀传输线方程是分析传输线中导行电磁波问题的基础和出发点。无损耗均匀传输线的正弦稳态分析、波的反射和透波,不同负

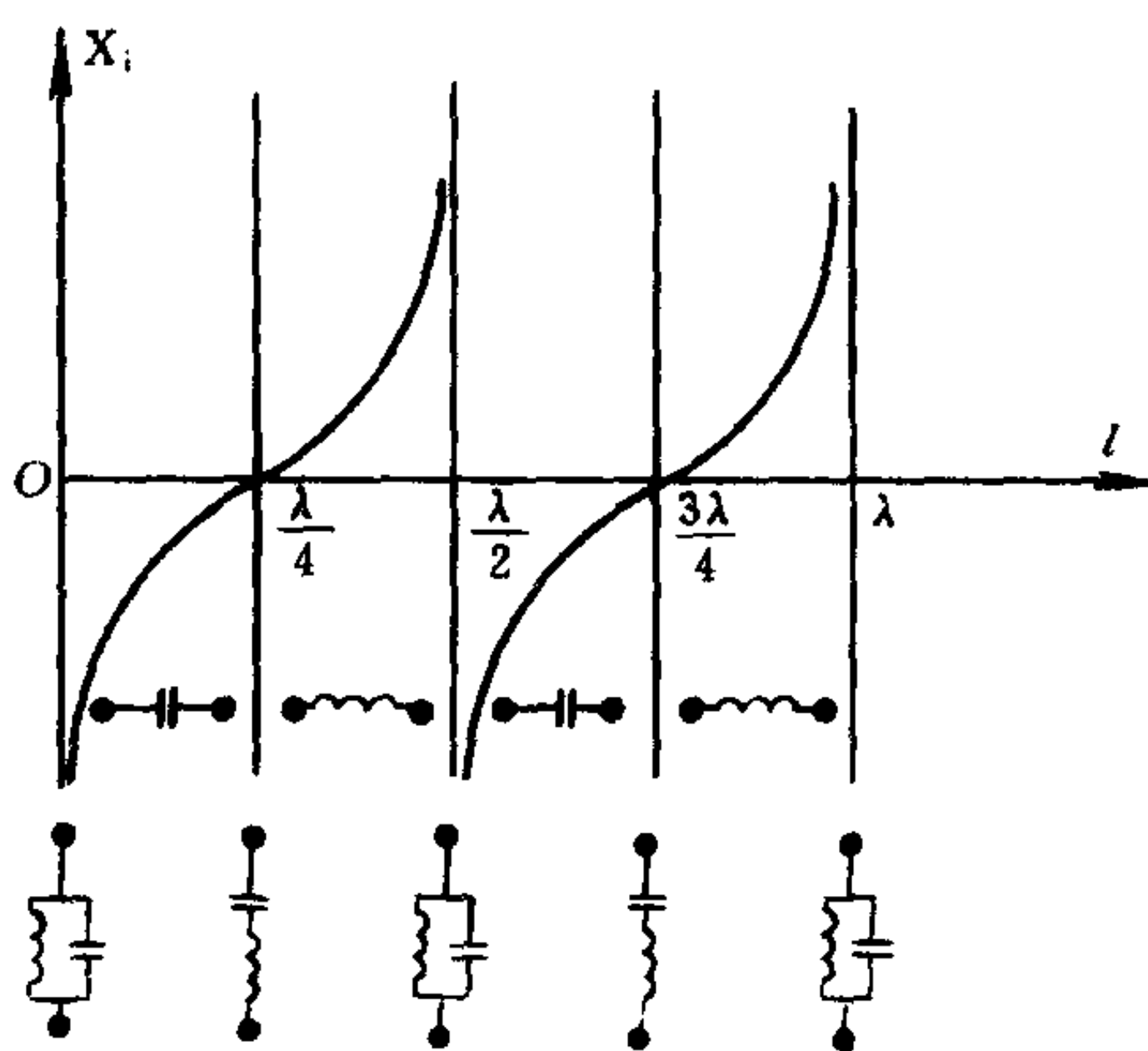


图 1-110 开路线的 Z_i

载时电压、电流沿线分布的规律和入端阻抗都是这一节的重点。

全反射、驻波和行驻波是这一节的难点。

三、例题分析

例 1-51 均匀传输线的原参数为： $L_0=2.29\times 10^{-3}\text{ H/km}$ ， $C_0=5.22\times 10^{-3}\text{ }\mu\text{F/km}$ 。求此传输线在频率为 $1\text{ }000\text{ Hz}$ 时的特性阻抗、相位常数、相速及波长。

解 根据题意，计算出特性阻抗

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = 660\ \Omega$$

传播常数

$$\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0} = 2.17 \times 10^{-2}\text{ rad/m}$$

相速和波长

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = 2.89 \times 10^5\text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 289.5\text{ m}$$

例 1-52 特性阻抗 $Z_0=50\ \Omega$ ，长度 $l=4\text{ m}$ 的无损耗传输线，输出端接有负载 $Z_L=Z_0$ ，输入端接有内阻 $Z_g=1\ \Omega$ ，电压为 $U_g=0.3\sqrt{2}\cos 2\pi\times 10^8 t\text{ V}$ 的电压源。线上波的传播速度 $v=2.5\times 10^8\text{ m/s}$ 。试求：(1)线上的电压 $u(x, t)$ 和电流 $i(x, t)$ 的分布；(2)由电源端传输到负载端的功率。

解 (1)由电源端的等效电路(图1-111(b))求出输入端的电压和电流

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_i}{Z_g + Z_i} U_g = \frac{50}{1 + 50} \times 0.3e^{j0^\circ} = 0.294\text{ V}$$

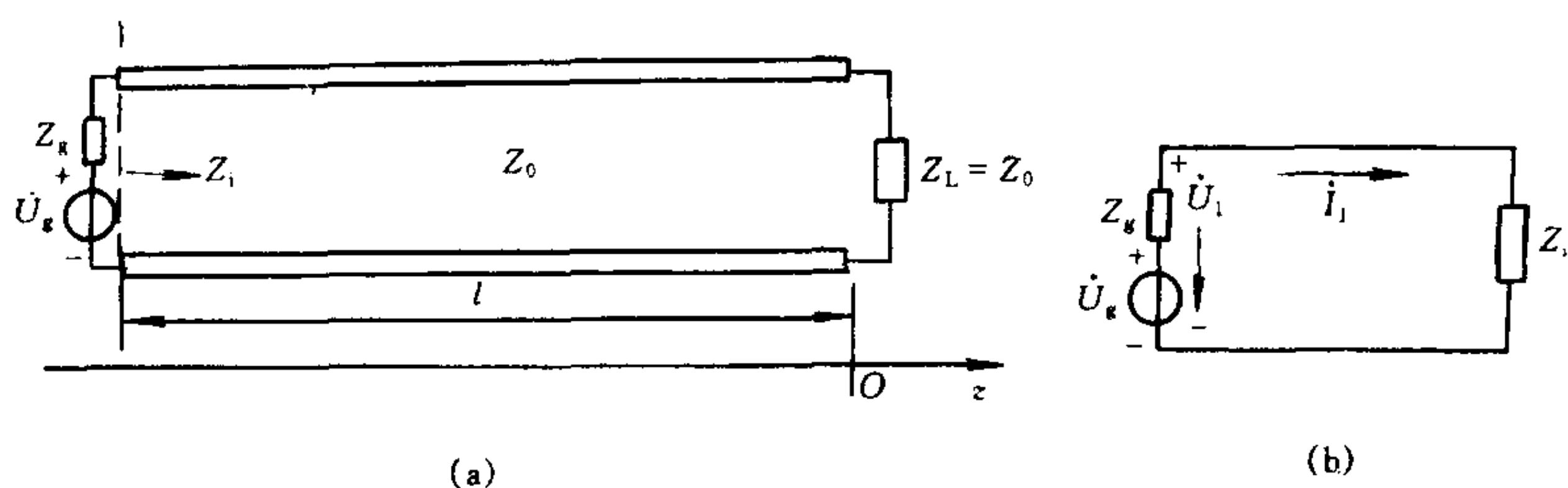


图1-111 终端匹配及电源端的等效电路

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{Z_g + Z_i} U_g = \frac{1}{1 + 50} \times 0.3e^{j0^\circ} = 0.0059 \text{ V}$$

而无损耗传输线上的相位常数为

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi \times 10^8}{2.5 \times 10^8} = 0.8\pi \text{ rad/m}$$

故无损耗传输线终端的电压、电流为

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_1 e^{-j\beta l} = 0.294e^{-j0.8\pi \times 4} = 0.294e^{-j3.2\pi}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_1 e^{-j\beta l} = 0.0059e^{-j0.8\pi \times 4} = 0.0059e^{-j3.2\pi}$$

则线上任一点的电压、电流为

$$u(x, t) = 0.294 \cos(2\pi \times 10^8 t - 0.8\pi x - 3.2\pi) \text{ V}$$

$$i(x, t) = 0.0059 \cos(2\pi \times 10^8 t - 0.8\pi x - 3.2\pi) \text{ A}$$

(2) 因为是无损耗传输线，故传输到负载的功率等于输入端的功率

$$P_L = P_{in} = \text{Re}[\dot{U} \dot{I}^*] = 0.294 \times 0.0059 \text{ W} = 1.735 \text{ mW}$$

例1-53 无损耗传输线的特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$ ，终端接一负载 Z_L 。已知离终端 0.4λ 处的电压为 $\dot{U} = 120.6 \angle 35.51^\circ \text{ V}$ ，电流 $\dot{I} = 2 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，求负载 Z_L 。

解 根据题意，从已知离终端 0.4λ 处的电压、电流值，可以求出在该处的人端阻抗

$$Z_i = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{120.6 \angle 35.51^\circ}{2 \angle 0^\circ} \Omega = 60.3 \angle 35.51^\circ \Omega$$

利用输入阻抗与终端负载间的关系

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l}{Z_0 + jZ_L \tan \frac{2\pi}{\lambda} l}$$

可以得到

$$60.3 \angle 35.51^\circ = 50 \frac{Z_L + j50 \tan \frac{2\pi}{\lambda} \times 0.4\lambda}{50 + jZ_L \tan \frac{2\pi}{\lambda} \times 0.4\lambda}$$

最后，经简化得到

$$Z_L = \frac{49.1 + j71.35}{0.491 + j0.7135} \Omega = 100 \angle 0^\circ \Omega$$

例1-54 在工作波长为 λ 的高频电路中，为了得到 300Ω 的感抗，利用特性阻抗为 75Ω 终端短路的无损耗线来实现，问所需的传输线的长度为多少？又若想获得 300Ω 的容抗，则该传输线又应取多长？

解 无损耗传输线终端短路时入端阻抗的公式为

$$Z_i = jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$$

要求 Z_i 为感性，即 $Z_i = jX = j300$

$$j300 = j75 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l, \tan \frac{2\pi}{\lambda} l = 4,$$

$$\tan \frac{2\pi}{\lambda} \left(l + \frac{n\lambda}{2} \right) = 4, n \text{ 为正整数 } 0, 1, 2, \dots$$

电抗元件应该取最短的线，取 $n=0$ 。即

$$\tan \frac{2\pi}{\lambda} l = 4, \frac{2\pi}{\lambda} l = 0.422\pi$$

所以

$$l = 0.211\lambda$$

如要求 Z_i 为容性，即 $Z_i = -j300$

$$-j300 = j75 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$$

$$\tan \frac{2\pi}{\lambda}l = -4, \frac{2\pi}{\lambda}l = \pi - 0.442\pi$$

所以 $l = 0.289\lambda$

例1-55 特性阻抗 $Z_0 = 50 \Omega$ 的无损耗传输线上, 驻波比为2, 二个连续的最小电压有效值间的距离为40 cm, 而终端(负载)到第一个电压有效值的最小值间的距离为10 cm, 求终端反射系数 ρ 及负载阻抗 Z_L 。

解 两个连续 $|\dot{U}|_{\min}$ 之间的距离 $\frac{\lambda}{2} = 40 \text{ cm}$, 所以

$$\lambda = 80 \text{ cm}, \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.8} = 2.5\pi \text{ rad/m}$$

已知

$$S=2, |\rho| = \frac{S-1}{S+1} = \frac{1}{3}$$

根据式(1-195), 易得终端距第一个 $|\dot{U}|_{\min}$ 的距离 x_{\min} 与反射系数的辐角 ψ 的关系如下:

$$2\beta x_{\min} = \psi + \pi$$

$$\psi = 2\beta x_{\min} - \pi = 2 \times 2.5\pi \times 0.1 - \pi = -\frac{\pi}{2}$$

所以

$$\rho = \frac{1}{3}e^{-j\frac{\pi}{2}} = -\frac{j}{3}$$

又

$$\rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}, Z_L = \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right) Z_0$$

所以

$$Z_L = \left[\frac{1 - \frac{j}{3}}{1 + \frac{j}{3}} \right] 50 = (40 - j30) \Omega$$

例1-56 长度为 $l = 1.5 \text{ m}$ 的无损耗传输线(设 $l < \frac{\lambda}{4}$), 当其终端短路时, 测得入端阻抗 $Z_{is} = j103 \Omega$; 当其终端开路时, 测得

入端阻抗 $Z_{io} = -j54.6 \Omega$ 。试求该传输线的特性阻抗和相位常数。

解 根据短路时 $Z_{is} = jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$ 和开路时 $Z_{io} = -jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$, 得

$$Z_0 = \sqrt{Z_{is} Z_{io}} \text{ 和 } \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{l} \arctan \left[\sqrt{-\frac{Z_{is}}{Z_{io}}} \right]$$

所以 $Z_0 = \sqrt{j103 \times (-j54.6)} \Omega = 75 \Omega$

$$\beta = \frac{1}{1.5} \arctan \left[\sqrt{-\frac{j103}{-j54.6}} \right] = 0.628 \text{ rad/m}$$

例1-57 一特性阻抗为 500Ω 的无损耗均匀传输线, 由 $f = 1.5\text{MHz}$ 的正弦电源供电, 终端负载为 $C = 200 \text{ pF}$ 的电容器。试求: (1) 终端到距离终端最近的电压波腹点及电压波节点的距离。(2) 电容器上的电压有效值 $U_C = 400 \text{ V}$, 计算波腹电压和波腹电流的有效值。

解 波长 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1.5 \times 10^6} \text{ m} = 200 \text{ m}$

(1) 由于短于 $\frac{\lambda}{4}$ 的开路线可等效为电容, 所以终端接电容负载的传输线可看成是延长一段长度 l 后的开路线, 沿线电压、电流分布如图1-112所示, 根据式(1-199), 有

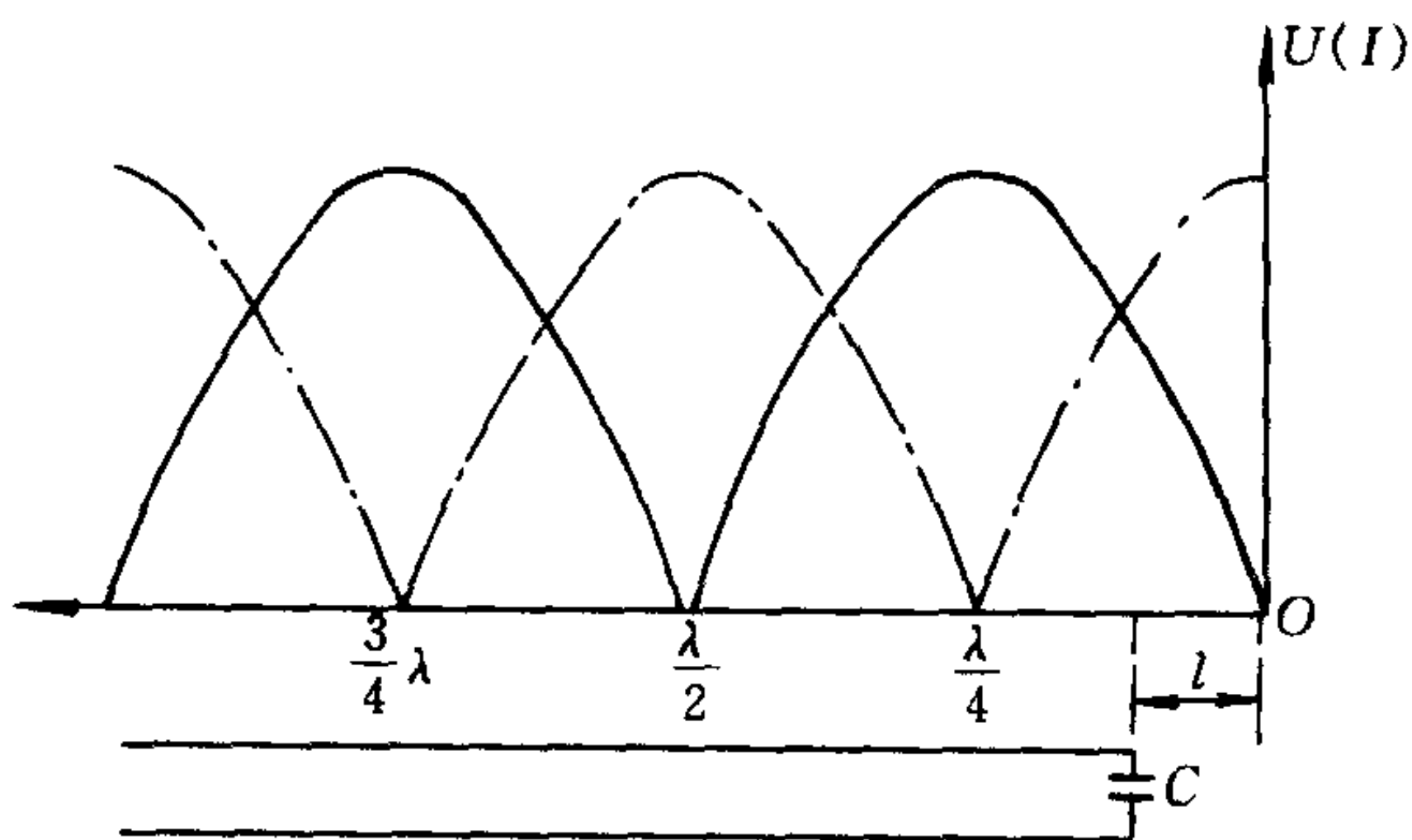


图1-112 终端接有电容负载的传输线

$$-\frac{1}{j\omega C} = -jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l$$

所以得

$$\begin{aligned} l &= \frac{\lambda}{2\pi} \arccot \left(\frac{1}{\omega C Z_0} \right) \\ &= \frac{200}{2\pi} \arccot \left(\frac{1}{2\pi \times 1.5 \times 10^6 \times 200 \times 10^{-12} \times 500} \right) \\ &= 24.058 \text{ m} \end{aligned}$$

终端到距离终端最近的电压波腹点的距离

$$l_1 = \frac{\lambda}{2} - l = (100 - 24.058) \text{ m} = 75.942 \text{ m}$$

终端到距离终端最近的电压波节点的距离

$$l_2 = \frac{\lambda}{4} - l = (50 - 24.058) \text{ m} = 25.942 \text{ m}$$

(2) 波腹电压也就是开路线终端电压, 由式(1-185)

$$\dot{U}_C = \dot{U}_2 \cos \beta x - 0 = \dot{U}_2 \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \times (-24.058) \right] = 400 \text{ V}$$

$$|\dot{U}_2| = \frac{400}{\cos 17.433^\circ} \text{ V} = 549.662 \text{ V}$$

波腹电流距离终端 $\frac{\lambda}{4}$ 处, 由式(1-186)

$$\dot{I} = 0 - j \frac{\dot{U}_2}{Z_0} \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \times \left(-\frac{\lambda}{4} \right) \right]$$

$$|\dot{I}| = \frac{|\dot{U}_2|}{Z_0} = \frac{549.662}{500} \text{ A} \approx 1.099 \text{ A}$$

例1-58 请回答下列问题:

(1) 如图1-113(a)所示, 终端短路, 则 $Z_{ab}=0$ 的结论对吗? 又如图1-113(b)所示, 终端开路, 故 $Z_{cd}=\infty$, 这个结论对吗?

(2) 一般市电传输线用户是否可像高频传输线那样短路? 线路较长时, 允许开路吗?

解 (1) 这两个结论都不对, $Z_{ab} \neq 0$ 、 $Z_{cd} \neq \infty$ 。因为经过一段

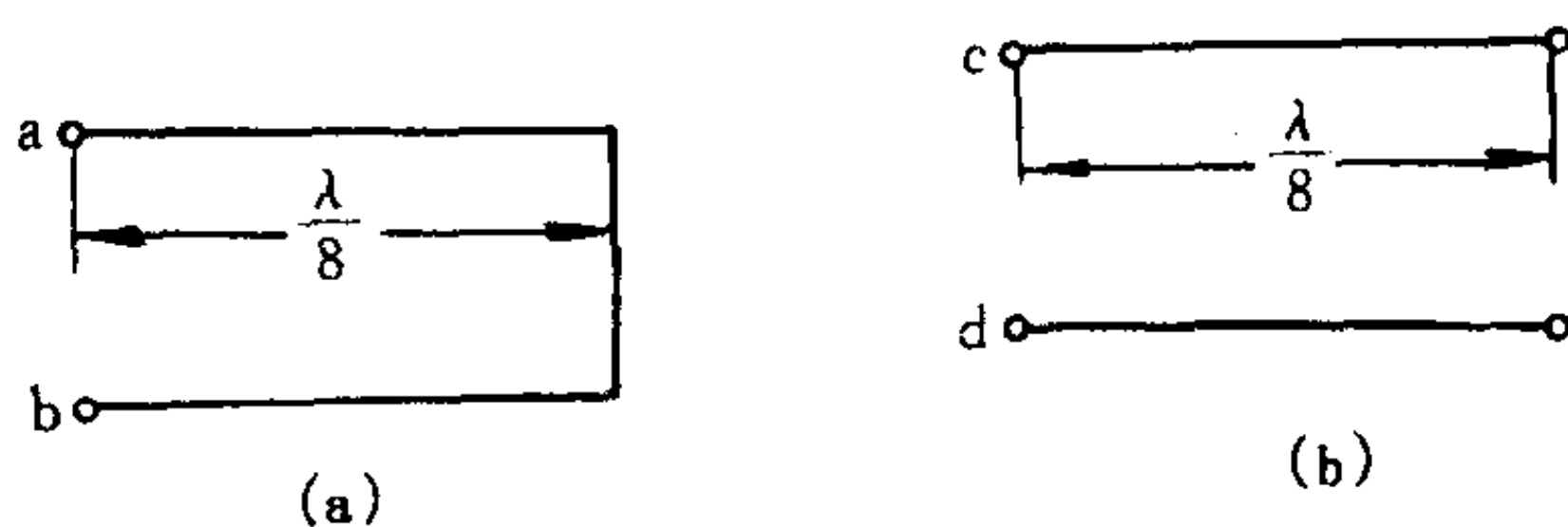


图1-113 终端开路 and 短路的传输线

传输线，当 l 与 λ 可比拟时，始端的阻抗值与终端不同。终端 \dot{U} 为零或 \dot{I} 为零，但到始端 \dot{U} 及 \dot{I} 并不一定保持原有值， \dot{U} 、 \dot{I} 沿线按一定规律波动，应按入端阻抗公式求 Z_i ，它不仅与负载阻抗有关，也与 Z_0 及 l 有关，这是传输线的特点。

(2) 一般市电用户不允许任意短路，因为会造成过大的电流。市电是 50 Hz，其波长 λ 等于 6 000 km，一般用户到变电站的距离都远小于 λ ，实质上看作短线，终端短路造成始端的人端阻抗变小，过大的电流会熔断保险丝。另一方面，电力传输线功率较大，当线路较长时，终端的开路，会引起终端电压升高和始端电流变大。这些升高或变大在高压大功率输电线中要注意，并设法避免。

思考题

- 1-1 为什么说电容元件和电感元件是记忆元件？
- 1-2 为什么说电阻、电容、电感是无源元件？
- 1-3 在什么条件下，电压源吸收电能？
- 1-4 电流源所接外电路为一个电阻，当电阻趋于无限大时，根据电流源的特点，说明电流源两端的电压将为何值。
- 1-5 电压源所接外电路为一个电阻，当该电阻趋于零时，根据电压源的特点，说明电压源中的电流将为何值。
- 1-6 基尔霍夫定律的本质是什么？
- 1-7 为什么电压源、电阻的串联组合与电流源、电导的并联组合可以相互等效？等效的条件是什么？
- 1-8 对含源一端口，其输入电阻(或输入电导)如何求得？
- 1-9 为什么说基本回路组是一组独立回路组？

- 1-10 结点法的本质是什么?为什么说在结点法中 KVL 已自动满足?在列结点电压方程时,需要指定各支路电流的参考方向吗?
- 1-11 为什么说在回路法中, KCL 是自动满足的?在列回路电流方程时,需要指定各支路电流的参考方向吗?需要给各结点编号吗?
- 1-12 当电路中含有无串联电阻的纯电压源支路时,总结列结点电压方程步骤。当电路中含有受控电压源时,可否列出结点电压方程?当电路中含有受控电流源时,可否列出回路电流方程?
- 1-13 叠加定理为什么不适用于非线性电路?说明在线性电路中功率不能叠加的原因。
- 1-14 在什么条件下,含源一端口的戴维宁等效电路不存在?在什么条件下,含源一端口的诺顿等效电路不存在?
- 1-15 在使用叠加定理时,所谓一个电源作用,其他电源不作用是何含意?
- 1-16 对于理想运放,对公共端来说,倒向输入端的电压与非倒向输入端的电压相等,是否可以将这两个端子短接起来?为什么?
- 1-17 当电路中非线性电阻为电流控制的电阻,适合于列何种电路方程?当非线性电阻均为电压控制的电阻,适合于列何种方程?
- 1-18 对于一阶电路,说明当激励为直流电压源(或直流电流源)时特解如何求,特解是否就是电压源的电压(或电流源的电流)?当激励为正弦时间函数时,特解又该如何求?
- 1-19 在什么情况下,换路时电容电压会发生跃变?在什么情况下,换路时电感中电流发生跃变?
- 1-20 为什么可以用相量表示正弦时间函数?总结正弦量运算与对应的相量运算的关系。
- 1-21 为什么线性电路中激励都是同频率的正弦时间函数时,电路的稳态响应也是同频率的正弦时间函数?
- 1-22 复阻抗、复导纳、复功率是相量吗?为什么?
- 1-23 何谓有功功率和无功功率?它们的量值分别为何值?在一般情况下,电路总的视在功率等于各支路视在功率之和吗?为什么?
- 1-24 R 、 L 、 C 串联电路发生谐振时,串联电路的阻抗为何值?电流为何值?各元件上的电压又为何值?如何利用这些情况,判断电路发生了谐振?
- 1-25 若干个阻抗串联,总的阻抗肯定大于其中任意一个阻抗吗?
- 1-26 对含有耦合电感的电路,宜采用何种电路分析方法?

- 1-27 对于对称三相电路,为什么可以归结为一相的计算?不对称三相电路可否归结为一相的计算?为什么?
- 1-28 对于非正弦周期电流电路,各次谐波分量的计算都采用了相量法,问总的响应可以由各次谐波的相量相加吗?为什么?
- 1-29 为什么基本割集组为一组独立割集组?
- 1-30 对二端口,能由 Y 参数求出 Z 参数吗?欲求线性无源一端口的 π 形电路,宜采用何种参数?
- 1-31 点电荷系统和连续分布电荷系统的电场强度 E 、电位 φ 如何计算?
- 1-32 利用高斯通量定理解题时,所选择的闭合面应符合怎样的要求?并归纳在哪些情况下,可应用高斯通量定理求电场强度 E ?
- 1-33 静电场的基本方程是什么?它们各代表哪些性质?
- 1-34 在静电场中,不同电介质分界面上的边界条件是什么?导体和电介质分界面上的边界条件是什么?
- 1-35 为什么恒定电场中导电媒质与理想介质的分界面不是等位面?
- 1-36 什么是接地电阻?它的大小与哪些因素有关?
- 1-37 什么是安培环路定律?在任意媒质中它的表示式是什么?
- 1-38 在恒定磁场中,两种媒质分界面上的边界条件是什么?
- 1-39 写出电磁场基本方程组的微分形式和积分形式,并阐述它们所包含的物理意义?它们适用的条件是什么?
- 1-40 试列出时变电磁场中不同媒质分界面上的边界条件。
- 1-41 叙述坡印亭定理中各项所表征的物理意义。
- 1-42 坡印亭矢量 S 是如何定义的?它的含意是什么?
- 1-43 在时变电磁场中, A 和 φ 的解答说明了电磁场的什么性质?
- 1-44 为什么无损耗传输线的原参数 L_0 、 C_0 可应用恒定磁场和静电场中所得的相应计算结果?对此应怎样理解?
- 1-45 无损耗均匀传输线中的电压、电流是如何定义的?它们满足什么方程?
- 1-46 在不同终端负载情况下,写出无损耗传输线中电压、电流的正弦稳态解。
- 1-47 何谓传输线的匹配?无损耗均匀传输线在匹配状态下,沿线电压、电流的分布及能量的传输有什么特点?
- 1-48 入端阻抗 Z_i 是怎样定义的?它和哪些量有关?它和特性阻抗 Z_0 有何差异?什么情况下有 $Z_i = Z_0$?

- 1-49 什么是电压反射系数?它和电流反射系数相同吗?试解释之?
- 1-50 什么是驻波比?它与电压反射系数的关系如何?试叙述如何通过测量无损耗传输线上的驻波比,来求出该传输线之终端负载的阻抗值?
- 1-51 接有纯电阻负载的无损耗传输线,若(a) $R_L > Z_0$, (b) $R_L < Z_0$,试问电压波的最小值在线上出现的位置。

参 考 书 目

- [1] 邱关源主编.电路.(第四版).北京:高等教育出版社,1999
- [2] 冯慈璋主编.电磁场.(第二版).北京:高等教育出版社,1983

第二章 微机原理与应用基础

第一节 数制与码制

一、数制

(一) 数 N 的位置表示法

$$N = a_{n-1}X^{n-1} + a_{n-2}X^{n-2} + \cdots + a_iX^i + \cdots \\ + a_0X^0 + a_{-1}X^{-1} + \cdots + a_{-m}X^{-m}$$

其中：

i 、 n 、 m ——正整数， n 为整数的数位， m 为小数的数位， i 为数位的序号；

X ——基数， $X=2$ 、 6 、 10 、 16 ，分别为二进制、八进制、十进制和十六进制；

X^i ——权， $i \geq 0$ 为整数， $i < 0$ 为小数。

(二) 不同数制数的转换

1. 不同数制数的后缀表示法

(1) B(Binary)标记二进制，如10100101B。

(2) Q 标记八进制，如245Q。

(3) D(Decimal)标记或不加任何后缀表示十进制，如165D 或 165。

(4) H(Hexadecimal)标记十六进制，如 A5H。

2. 其他进制数转换为十进制数

任意进制数转换为十进制数的基本方法是任意进位制数的表达式按权展开后相加即可。如

$$1011.11\text{B} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ = 11.75$$

$$1732.14\text{Q} = 1 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 2 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 4 \times 8^{-2} \\ = 986.1875$$

$$3\text{ABF}. \text{E6H} = 3 \times 16^3 + \text{A} \times 16^2 + \text{B} \times 16^1 \\ + \text{F} \times 16^0 + \text{E} \times 16^{-1} + 6 \times 16^{-2} \\ = 15039.8984375$$

3. 十进制数转换为其他进制数

(1) 十进制整数转换为其他进制数

设 N 为要转换的十进制整数，它相应的 X 进位制整数共有 n 位，则用基数 X 除以 N ，每次除法所求得的余数依次为该进制的系数 a_0, a_1, \dots, a_{n-2} ，当商为0时的余数即为最高位的系数 a_{n-1} 。该方法可简称为“除 X 取余法”。

(2) 十进制小数转换为其他进制数

设 N 为要转换的十进制小数，它相应的 X 进位制整数共有 m 位，则用基数 X 乘以 N 后取整所取出的整数0或1依次为该进制的系数 a_{-1}, a_{-2}, \dots 。若乘积的小数部分最后能为0，则最后一次乘积的整数部分记作 a_{-m} ，至此可得到所要求的 X 进制小数的各位系数。该方法可简称为“乘 X 取整法”。

二、码制

(一) 机器数、真值和模

机器数是指在机器中实际存储的数据。在书写中，机器数常以二进制或十六进制数表示。

真值是以习惯上熟悉的“+”、“-”号和数制来表示带符号的数。如，设 x 为正12、 y 为负34，则其真值可分别表示为 $X = +12$ (通常“+”号可不写)， $Y = -34$ 。

模(mod)标志一组机器数规模的特征值，若字长为二进制数 n 位，则该组数的模为 2^n 。

(二) 补码及其运算

1. 原码

原码用最高位表示数的符号(0:表示正数,1:表示负数),其余各位表示数的绝对值。如上例中,设数 X 、 Y 的原码分别记作 $[X]_{\text{原}}$ 、 $[Y]_{\text{原}}$,若以字长8位二进制数表示,则 $[X]_{\text{原}}=00001100\text{B}$, $[Y]_{\text{原}}=10100010\text{B}$ 。

2. 补码的定义

设数 X 的补码记作 $[X]_{\text{补}}$,机器数字长为二进制数 n 位, $\text{mod}=2^n$,则

$$[X]_{\text{补}} = \begin{cases} [X]_{\text{原}} & \text{当 } 0 \leq X \leq 2^{n-1}-1 \\ 2^n - |X| & \text{当 } -2^{n-1} \leq X < 0 \end{cases}$$

如,当取机器数字长 $n=8$, $[+1]_{\text{补}}=00000001\text{B}$, $[-1]_{\text{补}}=11111111\text{B}$, $[+127]_{\text{补}}=01111111\text{B}$, $[-128]_{\text{补}}=10000000\text{B}$

3. 补码的求法

由于正数的原码与补码相同,所以只有负数才有求补计算。在以下三种求补方法的示例中,设机器字长取 $n=8$, $\text{mod}=2^8$ 。

(1) 根据定义求补 例, $[-1]_{\text{补}}=2^8 - |-1| = 255 = \text{FFH}$ 。

(2) 利用原码求补 例, $[-1]_{\text{原}}=81\text{H}$,则 $[-1]_{\text{补}}$ 等于其原码的符号位不变,其余位分别按位求反,然后在最低位加1。即, $[-1]_{\text{补}}=\text{FEH}+1=\text{FFH}$ 。

(3) 直接求补 在原码的基础上,令符号位不变,然后从最低位起逐位向高位看,在遇到第一个1之前(包括这个1)保持原码中的数字不变,之后的高位逐位取反,即可得相应的补码。例如,若 $N_1=89$,即 $[N_1]_{\text{原}}=[N]_{\text{补}}=01011001\text{B}$; $N_2=-9$,则 $[N_2]_{\text{原}}=10001001\text{B}$, $[N_2]_{\text{补}}=11110111\text{B}$ 。

4. 补码的运算

(1) 加法运算 $[X+Y]_{\text{补}}=[X]_{\text{补}}+[Y]_{\text{补}} \quad (\text{mod}=2^n)$

(2) 减法运算 $[X-Y]_{\text{补}}=[X]_{\text{补}}+[-Y]_{\text{补}}=[X]_{\text{补}}-[Y]_{\text{补}}$, 其中, $\text{mod}=2^n$, $[-Y]_{\text{补}}=2^n-[Y]_{\text{补}}$ 。

5. 溢出判别

当两个带符号的二进制数补码进行运算时,若运算结果的数值部分超出了字长规定的范围,从而会不正确地改变运算的结果,即称之为数值运算产生溢出。实用中可采取双高位来进行溢出判别。设

C_s 表征最高位(符号位)的进位情况, C_p 表征次高位(即数值部分)的进位情况,则运算结果 $C_s \oplus C_p = 0$,表示无溢出产生; $C_s \oplus C_p = 1$,表示有溢出产生。

例如,计算 $[2]_{\text{补}} + [-2]_{\text{补}} = 00000010\text{B} + 11111110\text{B} = 0$, 则 $C_s \oplus C_p = 1 \oplus 1 = 0$, 无溢出。又如, $[90]_{\text{补}} + [121]_{\text{补}} = 01011010\text{B} + 01111001\text{B} = 11010011\text{B}$, 而 $C_s \oplus C_p = 0 \oplus 1 = 1$, 有溢出。(参见本章习题与思考题2-16)

(三) 其他编码

1. BCD 码

BCD 码为用二进制编码的十进制数。在 BCD 码中,每1位十进制由4位二进制数来表示,每4位二进制数之间按十进制进位。最常用的 BCD 码为8421 BCD 码。有压缩和非压缩的两种 BCD 码形式:

(1) 压缩 BCD 码(也称组合的 BCD 码) 每4位二进制数表示1位 BCD 码,则1个字节(8位二进制数)可表示两个十进制数(00~99)。

(2) 非压缩 BCD 码(也称非组合 BCD 码) 此时,1个字节(8位二进制数)仅表示1位 BCD 码,该字节的高4位总是0,仅低4位的0000~1001表示1位十进制数(0~9)。

值得指出的是,BCD 码并没有专门的书写标记法,对于机器数96H,当视作 BCD 码时取值为96,而视作无符号数时则应为150,若视作补码时则为-106。

计算机中一般不直接进行十进制运算,在参加运算的数为 BCD 码的前提下,先作二进制运算,再进行十进制调整,以保证

参加运算的操作数始终为 BCD 码。

2. ASCII 码

计算机中使用 ASCII 码作为信息交换标准代码,常用的7位 ASCII 码可表示128种字符。其中,数字0~9的 ASCII 码为30H~39H,字母A~F 的 ASCII 码为41H~46H。

3. 奇偶校验码

为防止数码在传送中出错,可采用具有检错能力的校验码,其中最常用的是奇偶校验码。奇偶校验码,是指对每一组二进制编码配置一个二进制位作为奇偶校验位,通过将该位置1或置0使该组二进制编码中1的个数为奇数(即形成奇校验码)或偶数(即形成偶校验码)。奇偶校验码只能检测出奇数个二进制位出错的情况,也无纠错的能力。

第二节 微型计算机基本结构

一、微型计算机的硬件与软件

(一) 微型计算机硬件

1. CPU

CPU 是微型计算机的核心器件(也称为微处理器),它包括:

(1) 算术逻辑单元 ALU 的功能是完成数据的算术和逻辑运算。

(2) 控制器一般由指令寄存器、指令译码器和控制电路组成。根据指令的要求,控制器对系统内的各个工作部件发出相应的控制信息,以使它们协调工作,完成预定的功能要求。

(3) 除了控制器内有一部分专用的寄存器外,CPU 内还有一个寄存器阵列用来存储执行程序时必须的数据信息和地址信息。

2. 存储器

(1) 按存储器在系统中的位置可分为内存和外存两种。内存

通常采用半导体存储器,直接安装在主机板上,用以存放 CPU 频繁使用的程序和数据。外存通过输入/输出接口与计算机系统连接,磁盘存储器(分为硬盘和软盘两种)是目前使用最广泛的外部存储器。内存受微机系统规模的限制容量约为几 MB~几十 MB,但要求存取的速度较快。外存存储容量大(可达几个 GB 以上),存取操作比较复杂,一般采取批量存取的 DMA 方式。

(2) 按工作方式,内存又可分为 RAM 和 ROM 两种。RAM 称为随机存储器或读写存储器,可按系统的要求存放或读取用户装入的程序、数据及部分系统信息。若没有后备电源支持, RAM 中所存储的信息在机器断电后将消失。ROM 称为只读存储器,在机器断电后所存储的信息仍保留。ROM 专门用来存储相对不变的系统程序(如基本输入/输出系统 BIOS 或用户编写的专用程序)以及数据(如 ASCII 字符或汉字库等字型代码)。

3. 输入/输出(I/O)设备和接口

(1) I/O 设备 是微型计算机系统的重要组成部分,也称为计算机的外部设备。程序、数据及被控对象的现场信息要通过输入设备进入到计算机内部, CPU 计算和处理的结果通过输出设备提供信息,或者对被控现场的参数及状态进行测试和控制。

(2) I/O 接口 各种计算机外部设备按操作功能和工作原理不同,有机械式、电动式、电子式等种类繁多,在与计算机连接中有电气隔离、电平转换、功率驱动等问题需要解决。外设处理的信息有数字量、模拟量等多种,而计算机只能处理数字量。与 CPU 相比,一般外设的工作速度要低得多,且与系统总线的逻辑时序也可能不一致。因此,微型计算机必须通过一定的 I/O 接口才能与外设进行连接并沟通信息交换。实现 I/O 接口操作功能的各种电气元器件统称为接口电路,也叫 I/O 适配器。

4. 总线

微型计算机系统的各个工作部件通过总线相互连接并进行信息交换。一般地说,总线是计算机系统中用来传递信息并具有逻辑

控制功能的一组公共导线。在微型计算机中，一般有三组总线：数据总线、地址总线和控制总线。

(1) 数据总线 DB(Data Bus)用来传送数据，是一组双向总线。DB 的宽度是微机系统性能的重要指标，通常取8的整数倍(如8、16、32、64)。

(2) 地址总线 AB(Address Bus)传送 CPU 发出的地址信息，是一组单向总线。AB 的宽度标志了 CPU 可以直接访问的物理地址范围，当位宽为 m 时，CPU 可直接访问的地址空间为 2^m 个单元。

(3) 控制总线 CB(Control Bus)用来传送控制信息，其中有的是 CPU 向内存或外设发出的控制线(读/写、内存/外设选择控制等)，有的是外设等发送给 CPU 的状态信息(如复位、中断等)。

(二) 微型计算机软件

微型计算机软件是为了运行、管理和维护计算机而编制的各种程序的总和。软件和硬件是微型计算机不可分离的两个重要组成部分。按功能与使用范围软件可分为两大类：

1. 系统软件

系统软件包括操作系统和系统应用程序两大类。操作系统的任务是管理和控制计算机的软硬件资源(如 CPU、存储器、I/O 设备及其他系统应用程序等)，使得用户更加有效、方便地应用计算机完成计算和控制操作。DOS 操作系统曾经是微机系统最主要的操作系统，现在高性能的微机系统普遍采用 WINDOWS 操作系统。系统应用程序，如各种语言的汇编、解释或编译程序，诊断和调试程序，文字处理程序，服务性工具程序以及数据库管理程序等，由专业的软件厂商提供，是一般的应用软件开发者必不可少的手段。

2. 应用软件

就是用户为了解决各种实际问题而编制的程序及相关的文件。应用汇编语言可以直接面对硬件编制出最紧凑和高效的控制

程序,但设计者必须深入了解和掌握系统的软硬件资源及其使用方法,因此编程的难度较大。作为《微型计算机原理与应用基础》课程的基本要求之一,学习者应学习掌握一种典型微机的汇编语言基本概念和编程方法。

二、Intel 8086微处理器*

Intel 8086是目前主流的一种微处理器,典型的16位机型为8086CPU。

(一) 执行单元 EU

1. EU 的组成特点

EU 由4个通用寄存器 (AX、BX、CX、DX)、堆栈指针寄存器 SP、基址指针寄存器 BP、变址寄存器 DI 和 SI、标志寄存器 Flags、算术逻辑单元 ALU 及 EU 控制电路等部件组成,是 CPU 内部执行指令的工作部件。EU 必须通过总线接口部件 BIU 才能与外部交换信息。EU 从 BIU 的指令队列取出指令代码,经译码后产生相应的内部控制信号,待运算的数据送 ALU,运算结果的特征信息送到标志寄存器中,以供后续程序使用。

2. 标志寄存器及其标志位

8086CPU 标志寄存器中共有9个标志位,包括6个状态标志位和3个控制标志位。

(1) 状态标志位

状态标志位记录了算术和逻辑运算结果的一些特征,不同指令对标志位的影响是不同的。6个状态标志位为

CF——进位标志位; PF——奇偶标志位(或称为偶标志位); ZF——零标志位; SF——符号标志位; OF——溢出标志位,以及

* 考虑到有些考生对单片微型计算机,如 Intel 的8位单片机8031更为熟悉,因此以下涉及具体机型的相关内容在复习和应试时,考生可在8086或8031中任选一种应试。8031的有关内容可参阅本章推荐的参考书[4]、[5],在复习指南中不再单独列出。

AF——辅助进位位。

(2) 控制标志位

控制标志位可由程序对其进行设置,以对 CPU 的操作产生影响。

TF——跟踪标志位(也称陷阱或单步标志位); IF——中断允许标志位; DF——方向标志位。其中,中断允许标志位 IF 与用户程序的关系比较密切。

3. 堆栈与堆栈指针

堆栈指针寄存器 SP 专用于指示堆栈顶部的位置。堆栈是内存 RAM 中特定的存储区,常用在转子程序或中断时保存断点处的地址和寄存器等有关信息,它采用独特的先进后出(FILO)的方式处理所存储的数据。

(二) 总线接口部件 BIU

1. BIU 的组成特点

BIU 包括4个段寄存器(CS、DS、SS、ES)、1个指令指针寄存器 IP、1个与 EU 通讯的内部寄存器、先进先出(FIFO)的指令队列、地址加法器 Σ 和与 CPU 外部总线连接的总线控制逻辑电路。BIU 负责对外与存储器、I/O 接口交换信息。当 EU 需要数据时,BIU 根据 EU 给出的地址及操作要求,访问相应的内存单元或外设寄存器。

2. 指令队列的作用

当 EU 从指令队列中取走指令,指令队列出现空字节时,BIU 即自动从内存中顺序地取出后续指令代码放入队列中。因此,BIU 中的指令队列使得取指令与 EU 分析执行指令这两部分操作可以分别同时进行,从而能大大加快指令执行的速度。

(三) 8086CPU 主要引脚的操作功能

1. 地址/数据线 $AD_{15} \sim AD_0$ 、 $A_{19} \sim A_{16}$

8086CPU 共有16根数据总线和20根地址总线,其中数据线与低16位的地址线采用分时复用的方法输出。CPU 通过20位地址线

可访问1MB的内存物理地址，但只使用低16位地址线访问64KB的I/O端口地址。

2. 最小/最大工作模式 MN/\overline{MX}

当工作模式输入信号 MN/\overline{MX} 接+5V电平时，8086工作在最小模式，即单一处理器模式； MN/\overline{MX} 接地时，8086工作在最大模式，则为多处理器模式，此时除8086CPU外，系统中还配有可进行浮点数据处理的8087协处理器和专用于I/O处理的8089协处理器。

3. 中断请求 INTR、NMI

(1) INTR 可屏蔽中断请求输入，电平触发，高电平有效，CPU在每个指令周期的最后一个T状态测试该线，一旦测试到信号有效，且其中断允许标志位 $IF=1$ ，则将暂停按原顺序执行指令，转入中断响应周期。

(2) NMI 非屏蔽中断请求输入，边沿触发，正跳变有效，CPU在测试到NMI有效后，待当前指令执行完后就自动从中断矢量表中找到类型2的中断服务程序入口地址，并转去执行。NMI的中断处理不受中断允许标志位 IF 的影响。

4. 内存或I/O接口读写控制输出 M/\overline{IO} 与 \overline{RD} 、 \overline{WR}

M/\overline{IO} 输出高/低电平与 \overline{RD} 、 \overline{WR} 有效低电平的组合，可表示CPU正在访问的数据单元是内存还是I/O接口，并指出当前对数据单元进行的“读”或“写”操作。

5. 复位 RESET

输入信号，高电平有效(至少要保持4个时钟周期)，复位后CPU结束当前操作，并对其内部的标志寄存器、IP、DS、SS、ES及指令队列清零，而将CS设置为FFFFH。当复位信号变低后，CPU将从FFFF0H开始执行程序。

三、内存和I/O接口的编址方法

按地址对信息存储单元的内容进行存取，是CPU与指定的内

存或 I/O 接口进行信息交换的基本方法。

(一) 地址空间选择方法

在微机系统的组成中,一般总是包含多个 RAM、ROM 芯片或 I/O 接口电路。通常,芯片内的地址选择通过直接输入地址总线的低位地址线,而后由片内自行解决;各个芯片(或芯片组)的片选信号则应按系统的地址空间分配,由高位地址线且选择一定的方法来解决。

1. 线选法

也称线性选择法。在地址空间利用不充分的小系统中,在用低位地址线直接作为芯片内部的地址选择后,尚余足够的高位地址线可分别用作各个芯片(或芯片组)的片选信号。即,用一根高位地址线选中一个芯片。在采用线选法的存储系统中,地址空间往往是不连续的。

2. 译码法

在用低位地址线直接作为芯片内部的地址选择后,把余下的高位地址线通过地址译码器进行译码,由译码输出分别作为各个芯片(或芯片组)的片选信号。

译码法又可分为全译码和局部译码两种方式。全译码方式将对除已用于片内地址选择外的全部高位地址线进行译码,因此可获得地址总线允许的最大地址空间。局部译码方式则有选择地使用部分高位地址线进行译码,以简化系统的硬件电路,但会产生部分地址空间重叠的现象。(关于地址译码的讨论,可参见本章习题与思考题2-9。)

(二) 内存的物理地址和逻辑地址

1. 物理地址和逻辑地址

8086可寻址的存储空间为1MB,若直接用20位地址码来表示存储单元的地址,则称之为物理地址,或称绝对地址。

由于CPU内部寄存器只有16位,为达到超出64KB的寻址范围,8086系统采用分段的方法,把1MB存储空间划分成若干逻辑

段,每个逻辑段的容量 $\leq 64\text{KB}$,由此引出逻辑地址的概念。为了简化操作,规定每个逻辑段从节(16字节为1节)的整数边界开始,即每个逻辑段的段首址的低4位全为0。逻辑地址用32位表示,段首地址的高16位(为段基址)存放在段寄存器中,低16位为段内偏移地址可存放在CPU内16位的寄存器中。逻辑地址记作〈段基址〉:〈段内偏移地址〉,在程序中使用比较方便。

2. 地址转换计算

任何一个存储单元对应一个20位的物理地址,它可由逻辑地址转换计算得到;

$$\text{物理地址} = \text{段基址} \times 16 + \text{段内偏移地址}$$

3. 程序功能段的地址构成

通常,有三种基本的程序功能段:

(1) 程序指令存放在代码段内,其段基址和偏移地址分别由段寄存器CS和指令指针IP指示。

(2) 若访问存储器中的操作数,则为数据段,其段基址通常为DS(也可由指令指定为CS、SS、ES),而其偏移地址要根据指令给定的寻址方式来计算,通常将这样计算得到的偏移地址称为有效地址EA。

(3) 若访问的操作数在堆栈,则为堆栈段,其段基址为SS,偏移地址为SP。

(三) I/O 端口编址方法

8086系统中,I/O端口编址只使用低16位地址线,可看成只有一个段,因而不需要段寄存器。微型计算机中,I/O端口常用两种编址方式:I/O隔离编址和存储器统一编址。

1. I/O 隔离编址

I/O隔离编址,又称I/O单独编址或I/O指令寻址方式,它把所有的I/O接口与内存空间隔离开来,CPU具有区分内存或I/O接口的输出控制信号(如M/IO),并使用专门的I/O指令对各个端口进行访问。8086系统采用这种I/O编址方式。

2. 存储器统一编址

I/O 端口也可采用与存储器统一的编址方式, 也称存储器映像寻址方式。这种寻址方式把每个 I/O 端口看作为存储器的一个单元, 并赋以相应的存储器地址。这样, 所有的 I/O 端口与存储单元处于同一个存储空间, 所有访问存储单元的指令同样适合于 I/O 端口。

第三节 微处理器指令与汇编语言程序设计

一、指令寻址方式

(一) 微处理器指令的功能组成

对于一台数字电子计算机, 它只能接受并识别二进制编码的机器代码, 即机器指令, 简称指令。一条指令应包含两个基本组成部分:

(1) 操作码 指明本指令的类型及应完成的操作, 是每条指令不可缺少的。

(2) 操作数 指出参与指令操作的操作数数值或操作数的存储地址, 不同指令可设一个或两个操作数, 也可以只进行 CPU 内部操作而不设操作数。

(二) 指令操作数的类型

1. 立即数

这种数据位于指令操作码后面的操作数字段, 是参加操作的数本身。由于立即数具有固定的数值, 因此在指令中只能作为源操作数。

2. 寄存器

位于 CPU 内部的寄存器数据, 因其存取快捷, 使用极为方便。但由于每个寄存器的数位长度固定(8或16位), 且数量有限, 故仅适用于少量数据处理的场合。

3. 内存单元和 I/O 接口

存放在内存或 I/O 接口的数据，其数位长度和数量几乎不受处理器的限制，也可在系统的任何地方设置，但由于它们必须通过系统总线才能与 CPU 交换信息，因此这类指令需要较多的字节来表示操作数地址，且指令执行的速度也要慢得多。

(三) 寻址方式类型与特点

指令中关于如何求出存放操作数有效地址的方法称为操作数的寻址方式。

1. 操作数寻址方式

对于传送和运算类指令，源操作数是指待传送数据的来源或参加运算的原始操作数，目的操作数是指将传送数据的目的地或运算结果保存处。这些指令具有灵活多样的寻址方法。常用的寻址方式有：

(1) 立即数寻址 操作数为立即数。如：

MOV CL, 5 ; 指令中的源操作数为8位的立即数5
 ; 和16位立即数 FFFFH, 立即数不
MOV AX, 0FFFFH ; 能用作目的操作数。

(2) 寄存器寻址 指令中指定某个 CPU 寄存器存放操作数。如：

ADD AL, 30H ; 该指令中的目的操作数为8位寄存器
MOV DS, AX ; 指令中源、目的操作数均为16位寄存器

(3) 直接寻址 在指令的操作码后面直接给出操作数的16位偏移地址，通常所指的操作数存放在内存的数据段内，默认的段基址由 DS 给出，也可指定 CS、SS、ES。如：

MOV AH, [2000H]; 源操作数逻辑地址为(DS):2000H
SUB ES:[1000H], BX ; 该指令的目的操作数逻辑地址为
 ; (ES):1000H

其中，指令操作数中的方括号是规定的语法符号，表示括号

内的数值为操作数的存储地址；指令注释中寄存器名称加上圆括号，表示取该寄存器中的内容。

(4) 寄存器间接寻址 这里“间接”表示指令中的寄存器内容不是操作数，而是操作数在内存中的有效地址。仅 BX、DI、SI 和 BP 可用于寄存器间接寻址。如：

MOV AX, [BX] ; 源操作数逻辑地址为(DS):(BX)

MOV BX, [DI] ; 源操作数逻辑地址为(DS):(DI)

MOV [SI], CX ; 目的操作数逻辑地址为(DS):(SI)

MOV [BP], DX ; 目的操作数逻辑地址为(SS):(BP)

(5) 相对的基址-变址寻址 这是多种寻址方式的结合，指令中规定一个基址寄存器(BX 和 BP 二者之一)和一个变址寄存器(SI 和 DI 二者之一)，同时还给出一个8位或16位的位移量，将三者的内容相加就可得到操作数的有效地址。如：

MOV AX, COUNT[BX][SI] ;

此时，源操作数有效地址 $EA = COUNT + (BX) + (SI)$ ，设常数 $COUNT = 64H$ ， $(BX) = A500H$ ， $(SI) = 2200H$ ， $(DS) = 6000H$ ，则

源操作数的 $EA = 64H + A500H + 2200H = C764H$ ，

源操作数的物理地址为 $6000H \times 16 + C764H = 6C764H$

2. 段内/段间程序转移的寻址方式

这类指令指出的操作数地址是指程序将转向的规定地址，提供转移地址的方法称为程序转移类指令的寻址方式。影响转移地址的寄存器是：CS——段基址；IP——有效地址。

从概念上来区分，有段内和段间两类转移地址的寻址方式。即：

段内寻址是指将转向的目标地址在本段内，CS 不变，仅改变 IP。

段间寻址是指将转向的目标地址超越本段，CS 要变，IP 也要改变。

二、8086CPU 指令系统

8086CPU 指令系统的指令类型多, 功能较强, 采用由1~6字节组成的变字长的格式。常用的8086CPU 指令列举如下:

(一) 数据传送类指令

传送类指令是指令系统中数量最多、应用最频繁的一类指令。这类指令具有丰富的寻址方式，指令执行的结果仅影响目标单元的内容，一般不影响标志寄存器。

1. MOV 指令

MOV 目的操作数, 源操作数; (目的操作数) \leftarrow (源操作数)

MOV 指令只影响目的操作数的值，不影响所有的状态标志位，目的操作数和源操作数不能同时为存储单元，CS、立即数不能作目的操作数。

2. 堆栈操作指令

PUSH 源操作数 ; (SP)←(SP)-2,
 (SS:SP)←(源操作数)

POP	目的操作数	;	(目的操作数) \leftarrow (SS:SP)
			(SP) \leftarrow (SP)+2

堆栈操作是16位操作,默认的段基址为SS,且不可更换。压入(PUSH)或弹出(POP)后,SP均指向堆栈的顶部。堆栈操作不影响所有的状态标志位。

3. 地址传送指令

LEA 寄存器, 源操作数; 寄存器 \leftarrow 源操作数的 EA
源操作数为存储单元。

4. I/O 指令

IN 累加器, 端口地址; 累加器 \leftarrow (端口地址)

OUT 端口地址，累加器；(端口地址) \leftarrow 累加器

其中，8/16位累加器为 AL/AX，端口地址值 ≤ 255 时可用直接地址，超过255则须采用 DX 间接寻址。(指令寻址方式和操作功

能的练习，可参见本章习题与思考题2-16。)

(二) 运算类指令

算术和逻辑运算类指令运算结果不但影响目的操作数的值，且大都可从状态标志寄存器的状态标志位取得运算结果的特征信息。其中常用的指令有：

1. 不带/带进位的加/减法指令 ADD/ADC、SUB/SBB
2. 比较指令 CMP
3. ± 1 指令 INC/DEC
4. 逻辑运算指令 AND、OR、XOR、TEST

其中，CMP 指令的内部操作与减法指令相似，但运算结果不影响目的操作数的值。加/减法运算指令影响所有的状态标志位，可用 OF 表示带符号数的溢出，CF 表示无符号数的溢出。逻辑运算指令均使 CF=OF=0，且影响 SF、PF、ZF，但不影响 AF。TEST (测试)指令的内部操作与 AND 指令相似，但并不改变目的操作数的值。

5. 移位指令

可分为逻辑/算术移位、左/右移位，以及不带/带 CF 的循环移位等多种。

当移位指令中的计数值=1时可直接写入操作数中，大于1时应预置入 CL 中。无论左、右移位，当前移出位均移至 CF。一般地说，左移一位相当于移位值乘2，右移一位相当于移位值除2。

(三) 控制转移类

控制转移类指令，特别是条件转移和转子程序指令，在结构较复杂的程序中经常使用，也有一定的技巧性。

1. 条件转移指令

具有多种条件转移方式，如：

判单一标志位(CF、OF、PF、SF、ZF)条件转移；

对无符号数运算结果以高于(JA)或低于(JB)等为条件的转

移；

带符号数运算结果须考虑是否有溢出，以大于(JG)或小于(JL)等为条件的转移。

条件转移类指令均为2字节，第一字节为操作码，第二字节为8位二进制数相对寻址的位移量，即相对位移量在 $-128 \sim +127$ 字节范围内。

2. 循环指令

最基本的循环指令为计数循环指令“LOOP 目标地址”，它以CX为计数器，每执行一次LOOP指令使CX的值 -1 ，仅当 $(CX)=0$ 时才脱离循环。

3. 子程序转移指令

CALL 目标子程序入口

RET [n]

转子程序指令CALL的操作包括保护断点和转向子程序入口两部分：

•保护断点 段间(远程)调用—— $(SP) \leftarrow (SP) - 2$ ， $(SS:SP) \leftarrow$ 断点处的CS值； $(SP) \leftarrow (SP) - 2$ ， $(SS:SP) \leftarrow$ 断点处的IP值。若段内(近程)调用，则只须保护断点处的IP值。

•转向子程序入口 $(IP) \leftarrow$ 子程序入口有效地址EA，
 $(CS) \leftarrow$ 子程序入口段基址，仅当段间(远程)调用时用；

返回指令RET的功能是恢复调用程序的断点：

$(IP) \leftarrow (SS:SP)$ ， $(SP) \leftarrow (SP) + 2$

当段间(远程)调用后，则还须 $(CS) \leftarrow (SS:SP)$ ， $(SP) \leftarrow (SP) + 2$ 。当RET指令带有参数 n 时，则在恢复断点后还进行堆栈指针的调整：

$(SP) \leftarrow (SP) + n$

三、汇编语言基本概念

汇编语言是符号语言，其基本的特征是用一系列容易识记的助记符(如，英文字母、习惯用的数字和符号等)来代替二进制编码的机器指令和操作数。

用汇编语言编写的应用程序不能由机器直接执行，须经汇编程序“翻译”后才能将符号化的汇编语言源程序转换为目标机的机器代码。通常，简称这种翻译过程为汇编。能完成这样翻译任务的系统程序，称之为汇编程序。

汇编语句分为指令性语句和汇编命令语句两类。指令性语句经汇编后生成相应的机器指令代码，也称可执行语句。汇编命令语句，也称伪指令，它仅在汇编过程中起作用，告诉汇编程序应如何汇编源程序，其本身无对应的机器指令代码。

(一) 汇编语言语句格式

汇编语言的语句采用四字段格式书写：

[名字] 操作码 [操作数][; 注释]

1. 名字用作为本汇编语句的符号地址，仅在需要被其他语句调用时才设置。

名字分为标号和变量名两种，分别具有相应的地址和类型属性。

(1) 标号以冒号“:”与后续字段分隔，仅用于可执行语句。标号的地址(段基址和偏移地址)属性等于语句所在地的段基址和偏移地址。标号的类型属性为 NEAR(近程，仅供本段内调用)或 FAR(远程，可供段间调用)。

(2) 变量名 以空格或 TAB 键与后续字段分隔，用于数据项定义语句。变量的地址(段基址和偏移地址)属性等于语句所在地的段基址和偏移地址。变量的类型属性为所定义变量的字长(字节数)，如；

字节型 (BYTE)—— 1；字型 (WORD)—— 2；双字型

(DWORD)——4

2. 操作码

汇编语句的操作码直接使用各种微处理器指令或汇编命令语句操作码的助记符。只有熟记常用指令的助记符,才能正确阅读和编写汇编语言应用程序。

3. 操作数

操作数以空格或 TAB 键与操作码隔开。指令若有两个操作数时,中间用逗号分隔。汇编语句的操作数可使用常数、变量、算术或逻辑表达式,并包含丰富的运算操作符。

4. 注释

注释为由分号“;”开始的一串有意义的字符,实际上可在一行汇编语句的任一字段出现,汇编程序对此不作翻译。一个程序的注释像一个软件具有很好的文档一样,对于程序的维护和再开发是十分重要的。

(二) 常用的伪指令

1. 段定义伪指令

(1) SEGMENT/ENDS SEGMENT 和 ENDS 必须成对使用,用以指定段(代码段、数据段、堆栈段和附加段)的名称、范围以及类型属性。其中,伪指令前的段名不可缺,在 SEGMENT 和 ENDS 之间为本段程序的定义内容。

(2) ASSUME ASSUME 伪指令必须放在代码段的开始处,用来告诉汇编程序当前有哪些逻辑段分别被定义为代码段、数据段、堆栈段和附加段。其格式为

ASSUME 段寄存器: 段名[, 段寄存器: 段名, ……]

2. 数据定义

(1) EQU EQU 伪指令可以把一个符号名字定义为一个常数、表达式的值、其他符号名或保留字。如:

PORT1 EQU 505 ; PORT1=505

PORT2 EQU PORT1+1 ; PORT2=506
A EQU AX ; 可用 A 来代表寄存器 AX
CC EQU [BX+SI] ; 可用 CC 来代表 [BX+SI]

(2) DB、DW、DD 定义字节、字、双字变量。

如: FIRST DB 12H, 34H, "HELLO!"
SECOND DW -100, "AB", "C"
THIRD DD 0A1B2C3D4H, 3 * 500

3. 地址定义

ORG ORG 伪指令中的表达式的值定义下一条指令存储的偏移地址值。

4. 过程定义

PROC/ENDP 8086系统中, 子程序可用过程定义方法建立, PROC 与 ENDP 成对使用, 过程定义格式如下:

过程名 PROC NEAR 或 FAR
: (子程序内容)

过程名 ENDP

使用过程定义伪指令时, 过程名具有标号的属性。PROC 伪指令的参数指明该子程序的类型属性, NEAR——近程调用(默认值), FAR——远程调用。

(三) 常用的运算操作符

DUP——重复操作符, 如: "DB 256 DUP(0)" 定义256字节的0。

PTR——暂时指定类型属性, 如: "MOV AL, BYTE PTR [WVAR]" 若 WVAR 是字变量, 该指令取其低位字节内容传送至 AL。

\$ ——取当前地址指针(相当于段内偏移地址)的值。

SEG——取所指存储单元的段基址。

OFFSET——取所指存储单元的偏移地址

四、汇编语言程序设计基本方法

(一) 汇编语言源程序典型结构

```
STACK  SEGMENT                ; 建立堆栈段
        DW  256  DUP(?)
TOP     LABEL  WORD
STACK  ENDS
DATA    SEGMENT                ; 开辟数据段
DAT     DB  34H, 56H, 0E7H
DATY    DW  ?
DATA    ENDS
CODE    SEGMENT                ; 开始代码段
        ASSUME  CS: CODE, DS: DATA, SS: STACK
                ; 预定段寄存器
START:  MOV     AX, DATA      ; 为数据段寄存器 DS 赋值
                ;
        MOV     DS, AX
        MOV     AX, STACK     ; 堆栈段寄存器 SS 赋值
        MOV     SS, AX
        ...
CODE    ENDS
        END                  ; 源程序结束
```

(二) 分支程序设计(示例)

试编程序实现符号函数 $Y=f(X)$ 的处理功能。设, $-128 \leq X \leq 127$, 有:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{当 } X > 0 \\ 0 & \text{当 } X = 0 \\ -1 & \text{当 } X < 0 \end{cases}$$

这是一个典型的分支程序，最多须经两次判别，可实现三个分支。设 X 的存储地址为 $ADRX$ ， Y 的存储地址为 $ADRY$ ，设所建立的源程序文件名为 $SIGN.ASM$ ，程序清单如下：

```

; The file name is SIGN.ASM

DATA    SEGMENT                ; 定义数据段
ADRX    DB    <X>              ; 自变量  $X$  待定
ADRY    DB    ?                ; 预留函数  $Y$  存贮单元
DATA    ENDS

CODE    SEGMENT                ; 定义代码段
        ASSUME  CS: CODE, DS: DATA
START:  MOV  AX, DATA
        MOV  DS, AX
        MOV  AL, ADRX          ; 取自变量  $X$  值
        CMP  AL, 0             ;  $X$  与特征值比较
        JGE  GREQ              ; 判别  $X \geq 0$ ?
        MOV  AL, 0FFH          ;  $X < 0$ ，则  $Y = -1$ 
        MOV  ADRY, AL
DONE:   HLT                    ; 程序结束，暂停
GREQ:   JE    ZERO             ; 判别  $X = 0$ ?
        MOV  AL, 1             ;  $X > 0$  则  $Y = 1$ 
        MOV  ADRY, AL
        JMP  DONE
ZERO:   MOV  ADRY, AL          ;  $X = 0$ ， $Y = 0$ 
        JMP  DONE
CODE    ENDS
        END    START          ; 源程序结束，程序从
                                START 起执行

```

(三) 循环程序设计

一般说来，计数循环的结构比较简单，循环过程也比较清楚，

适用于循环次数事先确定的场合。对于事先不能确定循环次数,或只能大致确定一个限值,应由循环过程中某些变量的状态来确定是否满足继续循环的条件。

合理地选择控制条件是循环程序设计的关键。在循环次数已知时,应用 LOOP 指令来构成计数循环,可自动以循环次数为控制循环终止条件。若虽规定了循环的估计次数,但也有可能使用其他特征或条件来使循环提前结束,则选用诸如 LOOPZ、LOOPNZ 等指令将是很有用的。如果循环次数很难估计,那么就应根据具体的情况设置选用适当的条件跳转指令来控制循环结束的条件。

当一个循环的循环体部分只包含顺序和/或分支程序,那么就称之为单重循环程序。在处理多维变量程序结构中,往往在一个循环的循环体内还包含有循环结构的程序,则就称之为多重循环,或称为循环结构的嵌套。

循环程序示例:

试编程实现把 BX 寄存器内的二进制数用十六进制数的形式在 CRT 上显示出来。

分析: BX 是一个16位的字寄存器,按4位一组,可转换成四个十六进制数。IBM-PC 的 CRT 是接受 ASCII 码的输出显示设备。故还应编程实现十六进制数到 ASCII 码的转换。考虑到 BX 中的四个十六进制数转换过程是完全相同的,因此可采用计数型循环程序结构。

在程序中,采用4位一组的循环左移指令实现数位的分离,但此时需使用寄存器 CX 的低8位 CL 作为移位计数器。数字0~9的 ASCII 码刚好为该数加30H,而字母A~F 的 ASCII 码则应在该十六进制数加30H 的基础上,再加上7。由于循环中所用的成组循环移位指令已经占用了 CL 寄存器,因此不能再使用 LOOP 指令的构成循环结构(LOOP 指令也需要使用 CX 寄存器作循环计数器),而可另外选一个8位的寄存器作循环计数器,并通过 DEC 与

JNZ 两条指令实现循环次数控制的操作功能。字符的输出显示是通过 DOS 系统功能调用实现的。

下面列出的是以文件名为 BINHEX. ASM 的源程序清单：

```
CODE      SEGMENT                ; 定义代码段
BINHEX    PROC  FAR              ; 定义过程
                ASSUME  CS: CODE ; 设定代码段寄存器
START:    PUSH    DS            ; 保留返回 DOS 地址
                SUB    AX, AX
                PUSH    AX      ;
                MOV    CH, 4     ; 置循环计数值
ROTATE:    MOV    CL, 4         ; 置移位计数值
                ROL    BX, CL   ; 循环左移(四位)
                MOV    AL, BL
                AND    AL, 0FH  ; 取出位于 b3~b0的四位
                                ; 二进制数
                ADD    AL, 30H  ; 是数字0~9, 加30H
                CMP    AL, 3AH  ; 超出十进制数否?
                JL     DONE
                ADD    AL, 7     ; 是 A~F, 则再加7
DONE:      MOV    DL, AL       ; 把 ASCII 字符代码送入
                                ; DL
                MOV    AH, 2    ; 调用 DOS 屏幕显示功能
                INT    21H
                DEC    CH
                JNZ    ROTATE   ; 循环转换、显示
                RET            ; 返回 DOS
BINHEX    ENDP                ; 过程定义结束
CODE      ENDS                ; 代码段定义结束
                END    START   ; 源程序结束
```

(四) 子程序设计

1. 子程序设计方法

设计良好的子程序必须按照标准的格式，形成便于交流使用的文件，才能发挥其实用价值。通常，子程序文件应包含以下内容：

(1) 子程序设计说明 如：子程序的名称、功能说明等。

(2) 入口、出口参数 说明进入子程序时的原始数据及离开子程序时的处理结果。

(3) 子程序的使用说明 如：所使用的寄存器、及调用的其他子程序等。

(4) 以过程定义方式编写的子程序源文件清单 该程序以一个标号(过程名)开始，由 RET 指令结束。书写完善的源程序应包含简要的注释。

(5) 该子程序调用实例 可供测试使用。

2. 子程序设计示例：软件延时子程序 DELAY100。

功能：DELAY100子程序可用来实现软件延时100ms。

参数传递：无。

所用寄存器 BL、CX

DELAY100. ASM 源程序列表如下：

```
CSEG          SEGMENT
               ASSUME     CS: CSEG
DELAY100      PROC  FAR
               MOV        BL, 10
DELAY:        MOV        CX, 2801
WAIT:        LOOP       WAIT
               DEC        BL
               JNZ        DELAY
               RET
DELAY100      ENDP
```

END

这是一个二重循环的程序结构。内循环由指令 WAIT: LOOP WAIT 构成, 当 $CX=2801$ (CPU 的时钟频率为 5MHz) 时, 执行时间约为 10ms, 外循环用 BL 作为循环计数器, $BL=10$, 则总的时延约 100ms。由于该子程序在过程定义中规定为 FAR, 所以可使用指令 CALL DELAY100 直接调用该软件延时功能。有时为更醒目起见也可写成 CALL FAR PTR DELAY100。

第四节 输入/输出接口与中断控制

一、基本输入/输出方法

(一) 程序查询

也称条件传送, 在传送前必须先查询外设的状态, 当外设准备好了, CPU 就立即与外设进行数据交换; 否则, CPU 将处于等待查询状态, 直至外设准备好。

这种 I/O 方式程序结构简单, 对外设接口也没有特殊的要求, 但 CPU 的工作效率较低。

(二) 中断控制

中断, 是指独立于 CPU 的外部事件在它需要与主机进行信息交换时向 CPU 发出请求信号, CPU 能暂时打断原先的正常程序转而去执行外部事件的处理过程。当外部事件处理完后, CPU 立即返回原先程序的断点, 进而继续正常执行程序。在中断处理中, CPU 不需要通过程序来查询外部事件的状态, 而由外部主动提出申请后才进入相应的 I/O 处理操作。

因此, 采用中断控制的方式进行 I/O 操作能有效地提高系统的实时性和 CPU 的工作效率。但这种 I/O 方式要求 CPU 和外设接口具有较复杂的中断控制逻辑, 也增加了程序设计的复杂性, 再考虑到外部的干扰信号有可能从 CPU 的输入线窜入, 要求系统的

抗干扰能力更强，否则会不利于整机的安全性和稳定性。

(三) DMA 控制

上述两种 I/O 方式在数据传送时，都是通过 CPU 的 I/O 指令来实现的，数据传送速率仍然不高。DMA 方式是指，存储器与 I/O 设备之间可直接进行高速的数据传送而不需要 CPU 干预。

CPU 在接受外设的 DMA 申请(也称总线请求)时，会将其总线中的输出线全部“挂起”(即处于三态)，而把总线的控制权交给专门的 DMA 控制器，直至 DMA 操作结束。

在 DMA 控制的数据传送中，需使用专门的 DMA 控制器及相应的硬件电路，这将增加系统的复杂性，因此仅在高速外设与存储器进行成批数据 I/O 时才采用 DMA 控制方式。

二、I/O 接口电路基本功能

I/O 接口电路是 CPU 连接外设的桥梁和纽带，在两者之间传送数据、状态和控制等多种信息。如输入口将现场的数据(可以是开关量、数字量或模拟量)通过 I/O 接口送入计算机，计算机依据采集的数据并经过一定的运算由输出口给出控制信号，以控制外设的正常工作。I/O 接口的基本功能可归纳为：

(一) 信号的缓冲、隔离和驱动

计算机的系统总线应通过三态门、锁存器和驱动器等 I/O 接口电路以使其数据信息与外部的电气控制系统之间实现可靠的电气隔离和功率匹配。

(二) 信号传送形式的变换

通过相应的 I/O 接口电路，实现数据信号的电平匹配，并行/串行、模拟量/数字量等不同形式的转换。

(三) I/O 操作时序的匹配

I/O 接口电路在不同速度的外设与 CPU 连接中，需要通过应答联络的状态与控制信息，以检查 CPU 或外设是否“忙”或“准备好”，并在适当的时刻给出主机和外设之间的选通、中断等控制

信号。

三、常用的可编程接口电路

(一) 并行 I/O 接口8255A

1. 8255A 功能结构

(1) 具有三个8位并行 I/O 端口，分别称为端口 A、B、C。

(2) 可通过软件编程来设定各端口的工作方式，其中可选：

端口 A 选通输入/输出、带选通双向总线 I/O 和基本输入/输出方式

端口 B 选通输入/输出和基本输入/输出方式

端口 C 仅基本输入/输出方式，在 A 口和 B 口作选通工作时用作应答联络的控制和状态位

各个端口的工作方式由送入8255A 控制寄存器的控制字来确定。

(3) 可寻址端口4个，由片内地址选择线 A1、A0编码确定：

00—端口 A，01—端口 B，10—端口 C，11—控制寄存器。

2. 8255A 接口初始化

(1) 控制字 图2-1为8255A 工作方式控制字的格式，应在接口初始化时将其送入8255A 的控制寄存器。其中，A 组包含 A 口和上 C 口(PC₇~PC₄)，B 组包含 B 口和下 C 口(PC₃~PC₀)。

D ₇	D ₆	D ₅	D ₄	D ₃	D ₂	D ₁	D ₀
=1 特征位	A 组工作方式:		A 口 I/O	上 C 口 I/O	B 组工作方式: B 口 I/O		下 C 口 I/O
	00——方式 0		0——输入, 1——输出		0——方式 0		0——输出, 1——输入
	01——方式 1				1——方式 1		
	1×——方式 2						

图2-1 8255A 工作方式控制字格式

(2) 8255A 接口初始化示例

设某8255A 的控制寄存器地址为 PORT1，端口 A 和 B 均设置为基本 I/O 方式，端口 A 为输出(输出为全0)，B 为输入：

```

MOV    AL, 82H      ; 80H=1000010B, 工作方式控制字:
                        ; A 口基本 I/O 方式, 输出口;
OUT    PORT1, AL    ; B 口基本 I/O 方式, 输入口
MOV    AL, 00H      ; PORT-3为端口 A 的口地址, A 口
OUT    PORT1-3, AL; 输出初值为0

```

(二) 计数/定时器8253功能及其应用

1. 计数/定时器8253功能结构

(1) 具有3个独立的16位计数器, 4个可寻址的外设端口, 按片内地址选择线 A1、A0

编码: 00——计数器0, 01——计数器1, 10——计数器2, 11——控制寄存器。

(2) 计数/定时器共有六种工作方式, 由软件选择。

2. 计数/定时器8253接口初始化

(1) 控制字 图2-2为 CPU 向8253发送的控制字格式。

D ₇	D ₆	D ₅	D ₄	D ₃	D ₂	D ₁	D ₀
SC ₁	SC ₀	RL ₁	RL ₀	M ₂	M ₁	M ₀	BCD
SC ₁ SC ₀		RL ₁ RL ₀		M ₂ M ₁ M ₀			BCD/二进制
计数器选择		计数器读/装入选择		工作方式(0~5)选择			计数方式选择

图2-2 8253控制字格式

(2) 8253接口初始化示例

设某8253的控制寄存器地址为 PORT2, 计数器1工作于方式0, 计数器2工作于方式3, 计数长度均为字节变量 L(按二进制计数):

```

MOV    AL, 01010000B ; 计数器1, 方式0, 计数长度 L
OUT    PORT2, AL      ;
MOV    AL, L
OUT    PORT2-2, AL    ;
MOV    AL, 10010110B ; 计数器2, 方式3, 计数长度 L
OUT    PORT2, AL      ;

```



```
MOV    AL, L
OUT    PORT2-1, AL
```

四、串行通信基本概念

(一) 并行和串行数据通信

1. 并行通信

是指数据的各位同时进行传送的方式。其特点是数据传送速度快、控制简单，但仅适合于短距离数据通信。

2. 串行通信

是指数据按二进制位的顺序逐个传送的方式。其特点是只要一对传输线就能实现通信，适合于远距离数据通信，但传送速度较慢，通信控制相当复杂。

(二) 串行通信传送方式

1. 按传送方向

(1) 单工 通信的两端站分别为发送端和接收端，数据只能从发送端至接收端。

(2) 半双工通信 通信的两端站 A、B 均为发送端和接收端，数据可以从 A 发送至 B 接收，也可从 B 发送至 BA 接收，但同一时刻只能作一个方向的传送。

(3) 全双工通信 通信的两端 A、B 均为发送端和接收端，且每个端站可同时作发送和接收。

2. 按数据传送方式

(1) 同步串行通信 同步串行通信中，发送方要求以某种方式将时钟信号也发送过去，接受方用这个共同时钟信号来选通数据信号，以达到收发一致的结果。同步串行传送开始时用特定的同步字符启动，以后就连续地进行数据传送，传送的效率和速率均较高，但要求远距离传送高频脉冲信号，需要较复杂的硬件线路。

(2) 异步串行通信 异步串行通信中，双方可有各自的时

钟信号,且允许时钟频率有一定的误差。为了避免连续传送过程中的误差积累,要求每个字符都要独立确定一个信息帧,即以1bit 低电平为起始位、6~8bit 数据位、1bit 奇偶校验位(可选)以及停止位(1、1.5或2bit 的高电平)构成一个字符的帧数据格式。异步串行通信实现比较容易,在计算机一般外围设备中应用十分普遍,但传送的效率和速率都比较低。

(三) 串行通信数据传送波特率

波特率是衡量数据传送速率的重要指标,为每个数据位宽度的倒数,单位为波特(bit/s)。

在微机异步串行通信的波特率一般为1 200bit/s 以下,最高不超过19.2kbit/s。同步串行通信的波特率通常在2 400bit/s 以上,最高可达64k~1Mbit/s。

(四) RS-232-C 串行通信接口

RS-232-C 是用于数据终端设备(DTE)与数据通信设备(DCE)之间的串行接口,目前亦广泛用于计算机与其他串行传输设备之间的接口。RS-232C 采用异步串行方式传送数据,传送波特率可为50、75、110、150、300、600、1 200、2 400、4 800、9 600、19 200。电信号采用负逻辑,逻辑1: -5V~-15V,逻辑0: +5V~+15V。

五、中断控制

(一) 中断的基本概念

1. 中断源

在外部通过接口电路发出中断请求信号,引起CPU 中断的来源称为中断源。如:

键盘、打印机等计算机外设可通过中断与主机进行数据传送;通过实时钟产生定时中断,以实现循环的数据采集或闭环控制;紧急状态下的中断报警处理,等。

2. 矢量中断

矢量中断的 CPU 在响应中断源的申请中断后,要求中断源通过其接口电路向 CPU 提供关于该中断服务程序入口地址信息,也称中断类型码, CPU 经过处理后将转向该中断服务程序的入口,执行服务程序。

矢量中断适用于多中断源的控制系统,中断响应速度快,但要求 CPU 和申请中断的接口电路具有比较复杂的中断结构。

3. 中断优先权与中断嵌套

当系统中有多个中断源时,会出现两个或两个以上中断源同时提出中断请求的情况。因此,应根据中断源的轻重缓急,给确定各个中断源的优先权。即, CPU 首先响应优先权最高的中断请求,在它处理完了以后,再响应级别较低的中断请求。

在具有嵌套功能的中断系统中,当 CPU 正执行在某个中断源的中断处理程序时,若有优先级更高的中断源发出中断请求,则 CPU 应能暂时中断正在处理的中断程序,转而响应高级中断的请求,在高级中断处理完后,再继续执行被打断的低级中断。

(二) 中断处理过程

1. 中断响应

当某一中断源发出中断请求后, CPU 若对该中断是开放的,也无优先级更高的中断源同时请求中断或正在中断处理,则在主程序现行指令执行一结束就响应这个中断请求。 CPU 进入中断响应周期后,把标志寄存器和程序的断点地址压入堆栈保留下来,同时关中断以禁止 CPU 再响应较低级中断的请求。

2. 执行中断服务程序

在矢量中断的系统结构中, CPU 从申请中断的接口取得中断源的特征信息,进而获得相应的中断服务程序入口,并执行该中断服务程序。在中断服务程序中,首先是保护断点的现场(即 CPU 中的有关寄存器),继而执行中断服务程序的本体,完成预期的功能操作。

3. 中断返回

在中断服务程序的最后,先恢复中断前 CPU 的现场,然后通过中断返回指令由堆栈弹出断点处的标志寄存器和断点地址,以返回断点继续执行被打断的主程序。

(三) 8086CPU 中断结构

1. 中断类型与中断类型码

8086具备256级中断类型的能力。中断源可以来自 CPU 内部或外部设备,中断可以由硬件产生的,也可以是软件产生。

(1) 外部中断

分为非屏蔽中断 NMI 和可屏蔽中断 INTR 两种。NMI 的中断优先级较高,通常为系统处理紧急事件所用。INTR 用以处理一般外设的中断处理,在8086系统中由中断控制器8259A 提供,该中断优先级低于 NMI,且受中断允许位 IF 的控制。IF 可由 CPU 指令设置,IF=1,即 CPU 开中断,允许响应 INTR 中断;IF=0,为关中断,则禁止 CPU 响应中断。因此,当外设通过接口电路使中断输入引脚 INTR=1(高电平有效)后,系统中无更高级的中断请求,且 IF=1,则 CPU 才开中断并具备了响应可屏蔽中断 INTR 的条件。

(2) 内部中断

① 内部硬件中断 根据指令执行的某些结果,由 CPU 内部硬件产生中断。其中:类型0——除0出错,类型1——单步中断,类型3——断点中断,类型4——溢出中断。

② 软件中断 由中断指令 INTn 实现的中断调用,中断类型号 $n=0\sim 255$ 。

2. 中断矢量表

(1) 中断矢量 即中断服务程序入口地址,按32位(4字节)的逻辑地址表示:低16位为偏移地址(IP)、高16位为段基址(CS)。

(2) 中断矢量存储地址 8086CPU 指定从内存的最低物理地址0开始,存储256个中断类型(中断类型码=0~255)的中断矢

量,共占用存储单元1KB(00000H~003FFH),并称该区域为中断矢量表。

(3) 各个中断矢量存储物理地址可按下式计算:

$$\text{中断矢量存储地址} = \text{中断类型码} \times 4$$

第五节 微机控制系统设计概论

一、过程通道基本概念

(一) 开关量、数字量和模拟量

1. 开关量和数字量 二位值的数字(0、1)为开关量,按一个序列权值组织起来的一组数字或信号称为数字量。在过程通道中,8位二进制数是常用的一组数字量。从一个二进制位来看,数字量与开关量是完全一样的,可统称为开关量或数字量。

2. 模拟量 在时间上和数值上都连续的物理量,在过程通道中,标准的模拟电压一般为0~5V,电流为0~10mA 或4~20mA。

一般地说,过程通道包括开关量 I/O 通道和模拟量 I/O 通道。

(二) 采样和采样定理

在计算机控制系统中,生产过程现场的各种参数(如,温度、压力、流量等)是连续变化的物理量,应将其转换为计算机可识别的数字量才能输入并进行数据处理。

采样是指通过采样开关把连续变化的物理量转换成在时间上离散的采样信号的过程。

香农采样定理指出,对一个具有有限频谱的连续函数(频带为 $-\omega_{\text{MAX}} < \omega < \omega_{\text{MAX}}$)进行采样,仅当采样频率 $\omega_s > 2\omega_{\text{MAX}}$ 时,采样函数才能不失真地恢复到原函数。

采样周期是指通过模入通道进行数据采集的相邻间隔时间。采样定理为现代数字通讯、数字信号处理及数字控制系统采样周期的选择提供了理论依据。考虑到实际情况,系统变化的上限频率

很难确定，往往对一类系统的采样周期采取一种经验数据，如变化较慢的温度系统可取15~20s，而对变化较快的流量系统推荐的采样周期为1~2s。

(三) 模拟量与数字量转换中的性能指标

1. 分辨率

分辨率是指转换器对微小输入量的敏感程度，在实用上通常用A/D或D/A转换器的数字量二进制位数来表示。如，ADC0809和DAC0832均为8位的A/D和D/A转换器件，较高的分辨率为10、12、16位等。

2. 量化和量化误差

时间上离散的采样信号在数值上仍然可能是连续的，还须经A/D转换进行量化处理后，才能将这种采样信号变成时间上和数值上都离散的数字信号。因此，量化就是数值上的整量化。

在一定精度条件下的量化过程中，数字量只能用一个有限字长的二进制位来逼近，这就产生了量化误差。量化误差是量化过程中的固有误差，其数值大小取决于A/D转换器的分辨率，也与整量化的方法有关。大多数A/D转换器采用舍入误差的方法，量化误差不超过数字量的最小有效位所对应的模拟量(简称为1个LSB)。

3. 转换精度

A/D或D/A转换精度是指转换结果的实际值与理论值的接近程度，其中包括量化误差、器件的线性误差、满量程误差等。有绝对误差和相对误差两种表示方法，前者通常也用LSB为单位；后者则用百分数来表示，即 $\text{相对误差} = (\text{理想值} - \text{测量值}) / \text{满刻度值} \times 100\%$ 。

4. 转换速度

A/D转换的速度取决于所采用的转换原理，采用逐位比较法的ADC0809(8位)，完成一次(8位)转换的典型时间为100 μ s，较高挡的AD574A(12位)一次转换时间为35 μ s，高速的AD578转换时

间仅有 $3\mu\text{s}$ 。采用双积分法的5G14433(3位半, 相当于11位二进制数)转换速度较慢, 约 $1\sim 10$ 次/s。

D/A 转换的速度主要取决于电路的过渡过程, 一般为 μs 的数量级。如, 8位的 DAC0832完成一次转换的典型时间为 $1\mu\text{s}$ 。

二、模拟量输入/输出通道功能结构

(一) 模拟量输入通道

目前常用的模入通道为多通道共享一个 A/D 转换器, 由以下5个部分组成:

(1) 模拟信号多路转换器 采用多路转换器(也称多路模拟开关)可使多个信号源分时使用同一个模拟量输入通道。

(2) 数据放大器 用于将传感器来的电信号进行量程调整, 高档数据放大器的放大倍数可由程序设定。

(3) 采样-保持器 相对于转换处理而言, 通过采样-保持器来暂存变化速度较快的模拟信号, 以使其在 A/D 转换期间保持不变。

(4) A/D 转换器 对离散模拟量进行量化的部件。

(5) I/O 接口与逻辑控制部件 实现内部时序逻辑控制, 并与 CPU 进行数据通信。

(二) 模拟量输出通道

模拟量输出通道有多通道共享一个 D/A 转换器和多路 D/A 输出两种基本形式。

模出通道可由以下几个部分组成:

(1) I/O 接口 沟通与 CPU 的联络控制的接口电路与内部逻辑控制电路。

(2) D/A 转换器 将数字信号转换为标准的电压或电流信号输出。

(3) 多路转换开关和保持器 只有在多通道共享一个 D/A 转换器的模出通道中才需要通过多路转换开关和保持器实现分

时的多路输出。

三、微机控制系统应用程序设计

(一) 微机控制软件设计方法概述

1. 应用系统的需求分析

需求分析的目的在于明确任务和软件整体结构。如,微机在系统中的作用,对 I/O 形式和速率、计算机数据处理的精度和速度的要求,预估可能出现的错误类型及处理方法等。在逐步明确任务的过程中,形成软件设计任务书。

在此基础上进一步进行软件的结构设计,如采用文字、流程图等描述方法,以及模块化、结构化程序设计方法,自顶向下地对任务进行分解,以完成软件的整体结构与布局。

2. 自顶向下的程序设计

即先从顶层的系统一级开始,开发管理程序软件或主程序,从属的程序或子程序可暂时用标志来代替。在系统一级程序经过测试后,再将下一层的标志扩展成具体的程序,并对其进行测试,以此类推,自顶向下地逐步完成整个系统的程序设计。

3. 模块化程序设计方法

模块化程序设计是把一个大的程序系统分为若干个小的程序模块,单个程序模块应能独立地进行设计和调试,在逻辑上划分得当的程序模块便于修改、更新和扩充。

(二) 数字 PID 控制算法

位置式 PID 算式:

$$P_n = K_P \left[e_n + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^n e_i + \frac{T_d}{T} (e_n - e_{n-1}) \right] + M$$

增量式 PID 算式:

$$\Delta P_n = K_P [(e_n - e_{n-1}) + K_I e_n + K_d (e_n - 2e_{n-1} + e_{n-2})]$$

其中:

T 、 n ——采样周期和采样次数的序号; P_n ——第 N 次采样周

期离散 PID 运算后的控制输出; ΔP_n ——第 N 次采样周期离散 PID 运算后的控制输出的增量; M ——控制输出的初值; T_i ——积分时间常数; T_d ——微分时间常数; e_n ——第 n 次给定值与测量值的偏差; T_i ——积分时间常数; K_p ——为比例增益; K_i ——积分系数, $K_i = K_p \cdot T / T_i$; K_d ——微分系数, $K_d = K_p \cdot T_d / T$ 。

(三) 数字滤波

数字滤波实质上是程序滤波, 即通过一定的计算程序, 对采样信号进行平滑处理, 减少干扰在有用信号中的比重。以下列几种方法为例:

1. 算术平均值滤波

将 N 次采样值相加求其平均值, 作为当前采样周期的采样值。适用于对压力、流量等有周期性干扰采样信号的平滑处理, N 越大平滑程度高, 但灵敏度下降。

2. 中值滤波

对一参数连续采样 n 次, 经排序后取其中值作为本次采样值。适用于滤除由于偶然原因引起的脉动干扰, 但不适用于快速变化的过程参数。

3. 防脉冲干扰中值滤波

这是把算术平均值滤波和中值滤波两种方法结合应用, 用以进一步提高滤波效果的方法。即, 把采样值先按从大到小的顺序排列起来, 然后将最大值和最小值去掉, 再把余下的部分求算术平均值。因此, 这种复合数字滤波方法能起到取长补短的作用。

思 考 题

2-1 试计算

(1) $N = 1001100.1011\text{B}$ 时, 相应的八进制、十进制和十六进制值;

(2) $N = 112.75$ 时, 相应的二进制、八进制和十六进制值。

2-2 试举例说明何为正溢出、负溢出, 并判断以下四种运算可能产生溢出情况: 同号数相加; 同号数相减; 异号数相加; 异号数相减。

- 2-3 设字长为8位二进制, 写出对应于机器数0~255各数视作为原码或补码时的真值。
- 2-4 设 $X=32$, $Y=-64$, 试计算 $X+Y$ 、 $X-Y$ 和 $Y-X$ 的值。
- 2-5 叙述物理地址和逻辑地址的概念, 并说明两者如何转换计算。如, 设某内存变量的物理地址为32360H, 且段基址(DS)=3200H, 试写出相应的逻辑地址。
- 2-6 在8086或8031CPU中, 数据与地址总线引脚是如何采用分时复用技术的?
- 2-7 8086或8031CPU复位后从何处重新开始执行程序?
- 2-8 试比较 I/O 端口编址采用隔离编址以及与存储器统一编址这两种方法, 两者在指令使用、CPU 控制信号及存储空间大小等几方面有些什么区别?
- 2-9 如图2-3所示地址译码电路, 试问74LS138的输出是用于何种芯片的选择? 并写出, 输出信号 $Y_0 \sim Y_7$ 分别输出为低电平有效时, 所控制的地址范围。

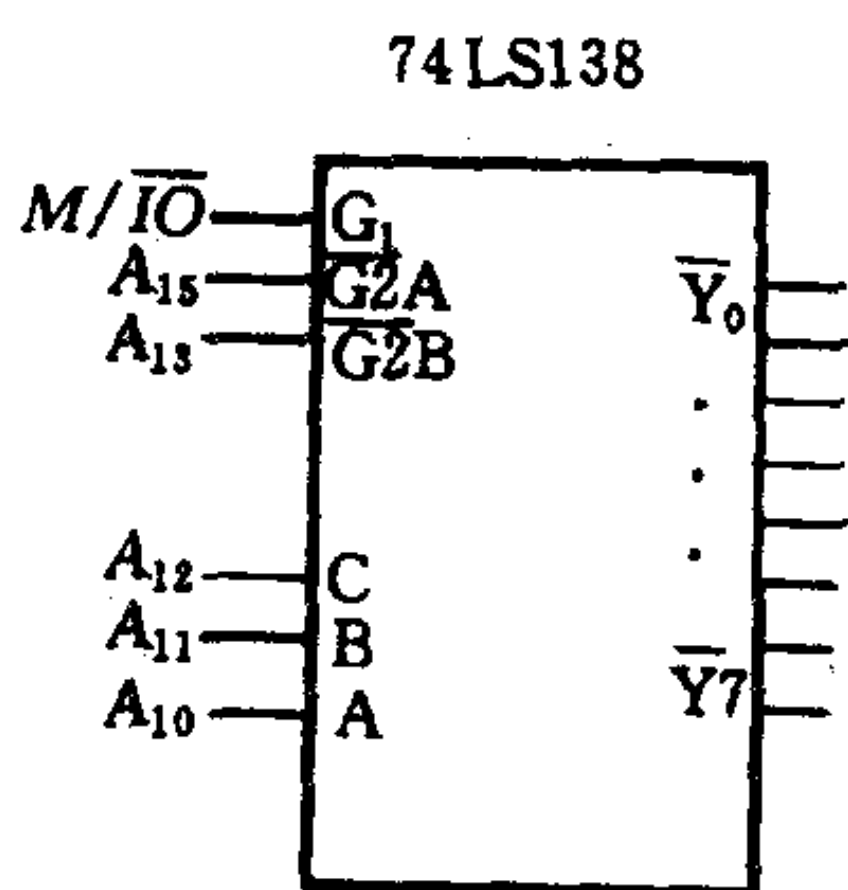


图2-3 地址译码

- 2-10 试述堆栈指针寄存器 SP 和堆栈的作用, 它采用什么方式处理所存储的数据?
- 2-11 为什么说 CPU 设置指令队列后可加快指令执行的速度?
- 2-12 8086CPU 有哪两个外部中断请求输入端? 在中断响应时各有什么特点?(8031有几个中断源, 中断处理有何特点?)
- 2-13 何为 I/O 隔离和统一编址方法?
- 2-14 何为指令的寻址方式? 8086传送类指令的操作数包含哪几种寻址方式?
- 2-15 算术和逻辑运算类指令运算结果是否影响状态标志位? 举例说明各种标志位如何反映运算结果的特征信息。
- 2-16 指令应用示例
- ① 传送类指令
- 设初值 $(AX)=3240H$, $(BX)=1300H$, $(CX)=1203H$, $(DX)=03F8H$, $(DS)=1000H$, $(SS)=6000H$, $(BP)=0010H$, $(10000H)=86H$, $(10001H)=70H$, $(60012H)=33H$, $(60013H)=44H$, 端口地址 PORT

=24H, 位移量 DISP=2, 分别执行下列指令后:

指 令	源操作数寻址方式	目的操作数运算结果
MOV AL, 0FFH	立即数寻址	FFH
MOV BX, [1000H]	直接寻址	7086H
PUSH CX	寄存器寻址	1203H
MOV CX, DISP[BP]	相对基址寻址	4433H
LEA AX, [BX]	寄存器间接寻址	1300H
IN AL, DX	寄存器间接寻址	—
OUT PORT, AL	寄存器寻址	—

② 运算类指令

设初值 (AX)=3204H, (BX)=0010H, (CX)=0003H, (DX)=03F8H, (SI)=1001H, (DI)=0019H, (CF)=1, (DS)=1589H, (158A0H)=20H, (158A1H)=12H, 分别执行下列指令后:

指 令	目的操作数运算结果	状 态 标 志 位				
		CF	SF	ZF	OF	PF
ADD AX, BX	3214H	0	0	0	0	0
SBB DX, [BX]	F1D7H	1	1	0	0	1
AND AL, 0F0H	0	0	0	1	0	1
OR AH, 0FH	3FH	0	0	0	0	1
SAL BL, CL	80H	0	1	0	0	0
RCR SI, CL	6200H	0	0	0	—	1

- 2-17 试述8086CPU 中断结构的特点、中断类型码、中断矢量和中断矢量表的概念及其响应 INTR 中断的基本条件。
- 2-18 试述8086汇编语言以过程形式定义子程序的基本方法。
- 2-19 掌握并行接口8255A 功能及其编程应用的基本方法
- 2-20 掌握计数/定时器8253功能及其编程应用的基本方法
- 2-21 试述异步串行通信构成一个字符帧的一般数据格式。

- 2-22 何为采样和采样定理、量化与量化单位？
- 2-23 试说明 A/D 转换中分辨率与精度这两个概念的差别。
- 2-24 试述数字 PID 控制算法中的位置算式和增量算式。
- 2-25 试举例说明数字滤波的基本概念与方法。

参 考 书 目

- [1] 杨素行等. 微型计算机系统原理及应用. 北京: 清华大学出版社. 1994
- [2] 姚燕南, 薛钧义. 微型计算机原理. 西安: 西安电子科技大学出版社. 1994
- [3] 武自芳, 虞鹤松. 微机控制系统及其应用. 西安: 西安交通大学出版社. 1998
- [4] 薛钧义, 张彦斌. MCS-51/96 系列单片微型计算机及其应用. 西安: 西安交通大学出版社. 1990
- [5] 徐爱卿等. 单片微型计算机及其应用. 北京: 北京航空学院出版社. 1986

第三章 电力系统分析

第一节 电力系统的基本概念

一、电力系统的正常运行

(一) 电力系统运行的特点与基本要求

电力工业是一个重要的基础工业，是投资密集、技术密集的产业，同时也是消耗一次能源最大的产业。电能的生产、输送、分配、消费和其他工业的区别在于：

(1) 与国民经济各部门及人民生活有密切的关系

由于电能与其他能量之间转换方便，宜于大量生产、集中管理、远距离输送、自动控制，因而各部门都广泛使用电能。电能的利用直接影响国民经济各部门及日常生活。

(2) 电能不能大量储存

电能的生产、输送、分配、消耗是同时进行的，在发电厂生产的电能必须时刻与用电设备消费及输送、分配中损耗的电能相平衡。

(3) 过渡过程非常短促

电能以电磁波的速度传播，电力设备的投入或退出都在一瞬间完成，电力系统从一种运行方式过渡到另一种运行方式的过渡过程非常短促。

根据这些特点，对电力系统运行的基本要求是：

(1) 保证可靠地持续供电

这一要求也称为可靠性要求，是电力部门的首要任务。中断供

电将造成生产停顿、生活混乱，甚至危及人身和设备安全，给国民经济造成损失。为此要使电力系统有足够的发、输、配电设备，以满足不断增长的用电需求；要精心规划设计，认真维护设备，正确操作运行，以减少事故，提高供电可靠性。我国在城网改造中提出，大中城市的供电可靠性要求达到99.9%，即每年停电不应超过9h(小时)。

(2) 保证电能质量

电能质量指标包括频率、电压及波形。电压偏离额定值时不能保证用电设备的合理技术经济指标，一般规定电压偏移不超过额定值的 $\pm 5\%$ 。同样的原因，电力系统对频率的偏移规定在 $\pm 0.2\text{Hz}$ 以内。标准交流电的波形应是正弦波，由于电力系统中有谐波源(如各种整流设备)的存在，使电压或电流中含有一些谐波分量。这些谐波分量不仅使系统的效率下降，也会对计算机、自动化设备等产生较大干扰，为保证电能质量应将谐波分量降低到容许的范围内。

(3) 运行经济性

电能生产的规模很大，大量消耗一次能源，提高效率降低损耗具有重要经济意义。为此，应尽量采用高效节能的发电设备，合理发展电力网，以降低电能输配过程中的损耗，合理分配各发电厂之间的电力负荷，注意水电与火电之间的调配。

(4) 防止环境污染

燃煤的火电厂占我国总发电装机容量的70%，如不采取措施，燃烧排放大气中的硫、氮的氧化物都会成为严重的污染源。

(二) 电力系统的负荷

1. 电力系统负荷的构成

电力系统的负荷就是系统中千万个用电设备消费功率的总和。它们大致分为异步电动机、同步电动机、电热电炉、整流设备、照明设备等若干类。不同行业中，这些用电设备所占的比重也不同。

2. 电力负荷的特性

一般交流用电设备所消耗的功率包括有功功率及无功功率,其值的大小与其电源的电压及频率有关,这种关系称为负荷特性,它对电力系统的运行有重要影响。

负荷特性又进一步分为静态特性与动态特性。负荷的静态特性描述了当系统频率及电压缓慢变化时,负荷取用的有功功率及无功功率的变化情况,一般用电压和频率的多项式或指数函数来表示。负荷的动态特性则指电压和频率急剧变化过程中,负荷取用功率与电压及频率的关系,一般用微分方程、差分方程或传递函数来表示。

3. 电力负荷曲线

电力负荷曲线反映了某一时间段内负荷功率(主要指有功功率)随时间而变化的情况。影响负荷变化的主要因素是:作息时间、生产工艺、气候与季节等。

典型的日负荷曲线中,小于日最小负荷的部分称为基荷,大于日平均负荷的部分称为峰荷,两者之间的部分称为腰荷。日负荷曲线可用于电源规划,也用于安排日运行方式,如经济运行、调峰措施和安全分析等。

(三) 电力系统的电压等级与中性点运行方式

1. 电力系统的电压等级

输送功率一定时,输电电压愈高则电流愈小,因而导线等载流部分的截面积愈小可减少投资;但电压越高对绝缘的要求就越高,杆塔、变压器、断路器等绝缘的投资则增大。综合考虑之并保证运行的稳定性,对应于一定的输送功率和输送距离有一最合理的电压等级。我国现行规定的电压等级中,一般110kV以下的电压级差超过三倍,如110kV、35kV、10kV;110kV以上的电压级差为两倍左右,如110kV、220kV、500kV。

2. 电力系统中性点的运行方式

电力系统的中性点是指星形联结的变压器或发电机的中性

点。这些中性点的运行方式是个复杂问题，它关系到绝缘水平、通信干扰、接地保护方式、电压等级和系统接线等许多方面。

中性点运行方式可分为两类：直接接地和不接地。显然，中性点不接地系统的供电可靠性较高，但对绝缘水平的要求也较高。在电压等级较高的系统中，绝缘费用在设备总价格中占相当大的比重，降低绝缘水平带来的经济效益显著，一般采用中性点直接接地方式，而以其他措施来提高供电可靠性。反之，在电压等级较低的系统中，一般采用中性点不接地方式以提高供电可靠性。在我国，110kV 及以上的系统中性点直接接地，而35kV 及以下的系统中性点不接地。

属于中性点不接地的方式中，还有中性点经消弧线圈接地或经电阻接地等。由于线路对地电容的存在，中性点不直接接地系统中，当一相接地时，接地点的接地相电流为容性电流，并随网络延伸而增大，导致接地点电弧不能自行熄灭。如果中性点装设了消弧线圈则构成了另一回路，接地点的接地相电流中增加了一个感性电流分量，它和前述的容性电流分量相抵消，减小了接地点的电流，使电弧易于自行熄灭，提高了供电可靠性。

二、电力系统的有功功率和频率调整

（一）电力系统中有功功率的平衡

1. 有功负荷的变动及其调整

电力系统中的负荷无时无刻不在变动并可分为三类：第一种变动的幅度很小，周期又很短，带有很大的偶然性；第二种变动的幅度较大，周期也较长，是带冲击性的负荷变动（如电弧炉、压延机械、电气机车等）；第三种变动的幅度最大，周期也最长，它是由于生产、生活、气象等因素引起的。针对上述的负荷变动，电力系统要进行有功功率和频率的调整：对第一种负荷变动引起的频率偏移，由发电机组的调速器进行调整（称为一次调整）；对于第二种负荷变动引起的频率偏移，由发电机的调频器实现二次调

整；对于第三种有规律变动的负荷，在发电机之间按最优化准则分配，有人称为三次调整。

2. 有功负荷曲线的预测

上述“三次调整”依据的是有功日负荷曲线，故需事先作出预测。做负荷预测需要运行经验、累积资料和科学的统计分析方法。负荷预测中需重点注意的因素：大用电量用户申报的预计负荷，气象条件的变化，长期积累的实测数据，网损（一般占总负荷的6%~10%）和厂用电（火电厂约为电厂负荷的5%~8%）。负荷预测算法本考试大纲不作要求。

3. 有功电源和备用容量

系统中可投入发电设备的可发电功率之和是可供调度的电源容量。系统电源容量应大于包括网损和厂用电在内的系统总负荷，两者之差称为系统的备用容量。具备了备用容量才能实现系统的频率调整和有功最优分配问题。

系统备用容量可分为热备用和冷备用、事故备用、检修备用及国民经济备用等。

（二）电力系统中有功功率的最优分配

1. 有功电源的最优组合

有功电源的最优组合是指系统中发电设备的合理组合（合理开停顺序），涉及电力系统中冷备用容量的合理分布问题。此问题尚在深入研究中，下面仅就各类电厂的运行特点，对它们承担负荷的合理顺序简要介绍。

火电厂的锅炉和汽轮机有一技术最小出力限制，并且在退出运行和再度投入时，在承担急剧变动负荷时，既要额外耗费能量又花费时间，故宜承担基荷。其中，中温中压设备的效率较低而灵活调节的范围较宽，必要时可用作调峰。核电站与火电厂的情况相似，且其一次投资大而运行费用小，一般只承担基荷。水电厂的水轮机组在退出运行和再度投入时，以及承担急剧变动负荷时，不需额外耗费能量和花费时间，故其运行方式更加灵活，但与水库

调节能力及丰水、枯水有关。

鉴于此,在枯水季节,由火电厂、核电站承担基荷与腰荷,由水电厂调峰;在丰水季节为避免弃水,由水电厂、核电站承担基荷与腰荷,由火电厂(特别是中温中压机组)调峰。此外,在考虑机组合理组合时,要满足可靠供电、保证电能质量、降低网损及系统稳定性要求。

2. 有功负荷的最优分配

有功负荷的最优分配指的是有功负荷在各运行发电设备或发电厂之间的合理分配,涉及电力系统中热备用容量的合理分布问题。

电力系统中有功负荷合理分配的目标是在满足一定约束条件的前提下,尽可能地节约消耗的(一次)能源。因此,要分析这个问题,需建立耗量特性和耗量微增率的概念,以及最优分配负荷时的等耗量微增率准则,这些内容请阅读参考书目[1]中203页~206页。

当系统中有一定的备用容量时,考虑有功负荷在已运行机组的最优分配问题,实际上是个非线性规划问题,即在一定的约束条件下,使某一目标函数为最优,而这些约束条件和目标函数都是变量的非线性函数。分析这类问题可采用求条件极值的拉格朗日乘数法:根据给定的目标函数和等式约束条件,建立一个新的不受约束的目标函数——拉格朗日函数,求其最小值,并校验不等式约束条件。

参考书目[1]分别对能源消耗不受限制且略去网损,能源消耗受限制但略去网损,计及网损的修正等三种情况的有功负荷最优分配问题作了介绍。应当重点掌握参考书目[1]在206页~210页介绍的第一种情况下的计算,并掌握其中的例题5-1和5-2。

(三) 电力系统的频率调整

电力负荷的静态频率特性 $P_L(f)$ 和带调速器的发电机组外特性 $P_G(f)$ 如图3-1所示。其中负荷特性满足 $K_L = \Delta P_L / \Delta f$, 当频率下降时负荷取用的有功功率减小,这有利于系统频率的稳定, K_L

称为负荷调节效应系数。这时两特性交于Q点,频率为 f_0 、功率为 P_0 。当系统中负荷增大为 P_L' 时,带调速器的发电机组外特性与 $P_L'(f)$ 相交于 Q' ,频率下降为 f_0' 而功率增加为 P_0' ,这是发电机功率增加和负荷取用功率减少的结果,这个过程称为频率的一次调整。频率的二次调整要依靠调频器,它使发电机组的外特性平行地上下移动,例如 $P_G(f)$ 变为 $P_G'(f)$,图中交点 Q'' 为二次调整的结果,发电机功率又增加了,而系统频率回升至 f_0'' 。当多台机组参加二次调频时,调频的效果会更好,有主导发电机法、同步时间法等电力系统调频方法可供选用。

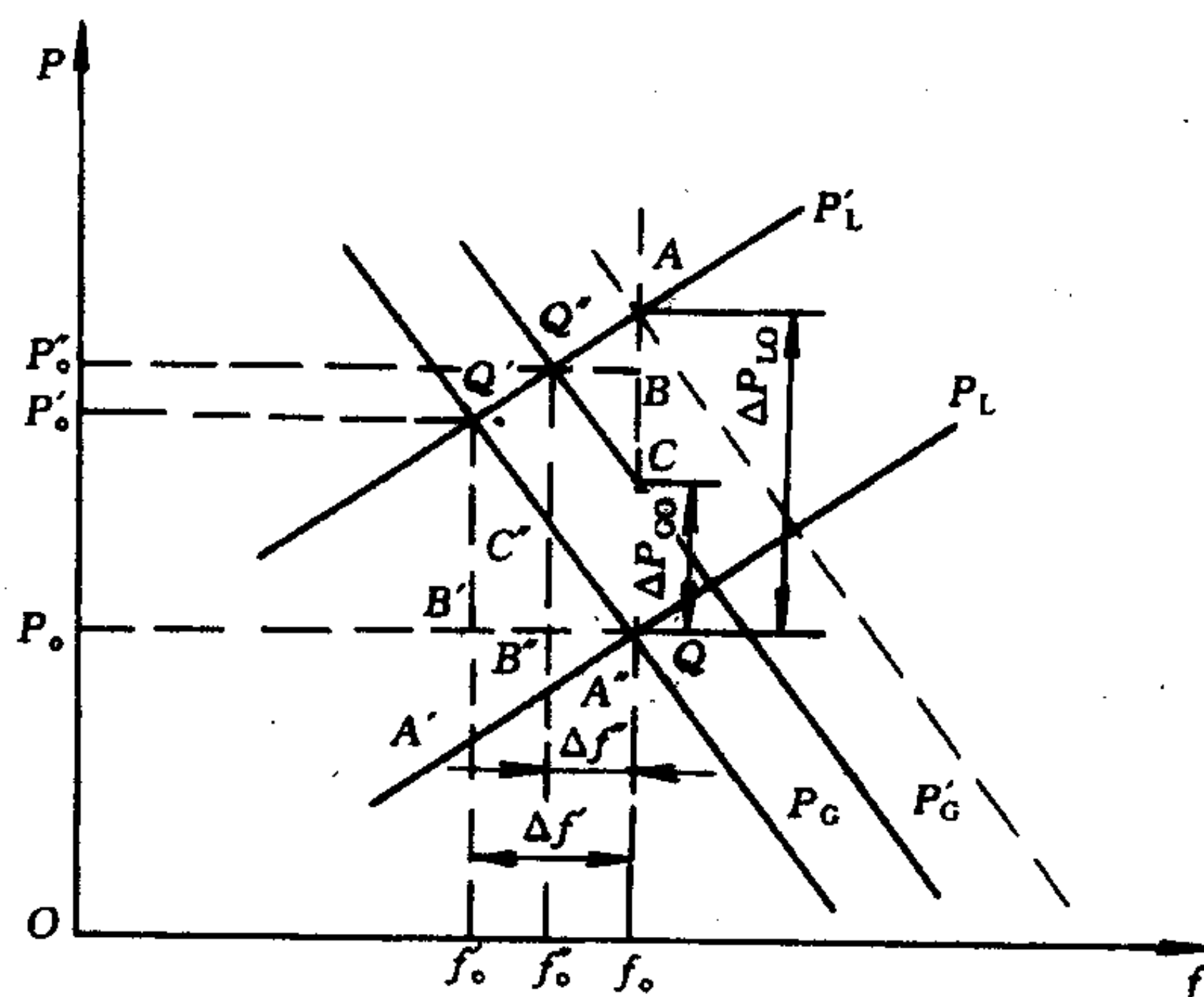


图3-1 电力系统的频率调整

当调频电厂不位于负荷中心时,调频过程中可能使调频厂与系统其他部分联系的联络线上流通的功率超出允许值。这样,就必须在调整系统频率的同时,还要控制联络线上流通的功率。联合电力系统的调频,既要使频率偏差为零,又要使联络线上传送的功率偏差为零。

三、电力系统的无功功率和电压调整

电力系统的无功功率和电压调整与有功功率和频率调整有很

大不同，主要表现在：(1)有功电源只有发电机，而无功电源除发电机外，还有调相机、电容器组和静止补偿器等，它们分散在各变电所；(2)供应有功功率必须消耗能源，而无功电源一旦设置后，就可随时使用几乎无其他经常性耗费；(3)电力系统中的无功损耗远大于有功损耗；(4)正常稳态运行时，全系统的频率相同，调频集中在发电厂，调频手段只有调整原动机功率一种，而电压水平在系统中各点不同，电压调整可分散进行，调压手段也多种多样。

(一) 电力系统中无功功率的平衡

1. 无功负荷和无功损耗

大多数用电设备消耗无功功率，特别是异步电动机和变压器，社会总负荷的自然滞后功率因数约为0.6~0.9。从发电厂到用户一般要经过4~6个变压器，变压器中的无功损耗远大于有功损耗，传输的无功功率约有一半被损耗掉，故不宜由发电机向电力负荷传送无功功率。

电力线路上的并联电纳和串联电抗中有无功损耗，其中并联电纳的无功损耗呈容性(又称充电功率)，与线路电压的平方成正比；串联电抗的无功损耗呈感性，与负荷电流成正比。究竟电力线路消耗容性无功功率还是感性无功功率，与电压等级和负荷轻重有关。

2. 无功功率电源

同步发电机是基本的无功电源，由其 P - Q 运行极限图可知，因受励磁电流、原动机功率和并列运行稳定性的限制，发电机只有在额定电压、电流、功率因数下运行时，视在功率才能达到额定值，其容量才能最充分地利用。在系统中有功备用比较充足的情况下，可利用靠近负荷中心的发电机，在降低其有功出力的条件下多发无功功率，以提高电网电压水平。

调相机是只能发无功功率的发电机，运行时从系统吸取少量有功功率以克服各种损耗。它在过激运行时发出感性无功功率，欠激运行时发出容性无功功率，具有良好的调压特性。但其价格高，

运行维护复杂,我国有少量调相机安装在负荷中心的枢纽变电站。

电容器价格低、运行维护简便,大量被分散安装在变电站或用户处,以实现无功功率就地平衡。静止补偿器兼有调相机和电容器两者的优点,具有良好的动、静态无功补偿特性,价格适中,将会被广泛应用。

3. 无功功率的平衡

以异步电动机为主的综合负荷的静态 $Q-U$ 特性见图3-2中的曲线2,发电机供给无功负荷的静态 $Q-U$ 特性见图中曲线1。两曲线相交于 a 点,无功功率相平衡,对应的电压为 U_a 。

若无功负荷增加,负荷特性变为曲线 $2'$, 如果供给不变,两曲线相交点 a' 对应的电压 $U'_a < U_a$, 表明系统无功不足,不能满足 U_a 下的无功平衡的需要,只能降低电压运行,以取得在较低电压下的无功平衡。

如果发电机有足够的无功备用容量,经调节励磁使供给曲线变为曲线 $1'$, 则两曲线的交点为 b , 所对应的电压达到或接近原来的 U_a , 表明系统无功充足,能满足较高电压水平下无功平衡的需要,系统有较高的运行电压水平。

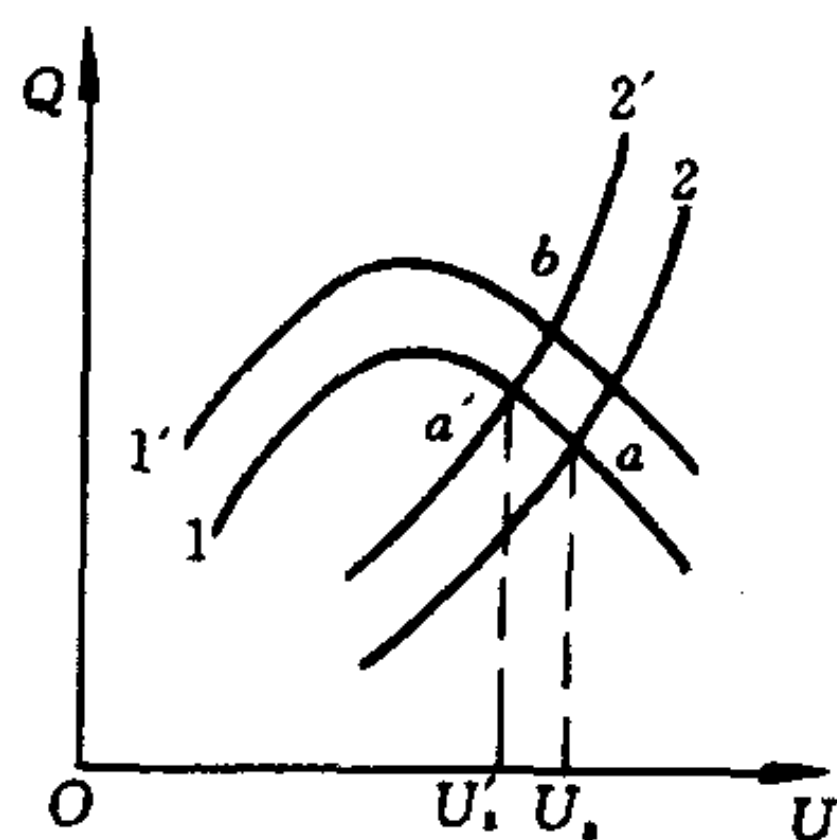


图3-2 系统电压受无功平衡的影响

(二) 电力系统中无功功率的最优分布

1. 无功电源的最优分布

优化无功电源分布的目的是为了降低网络中的有功损耗,常用它作为目标函数,等式约束是无功功率保持平衡,而不等式约束是无功功率及电压不越限。

在列写出目标函数和约束条件之后,可根据目标函数和等式约束建立拉格朗日函数并求其最小值,计算中注意校验不等式约束。这仍是静态优化问题。将其计算结果再反复做潮流计算,以求取无功电源的最优分布。以上内容详见参考书目[1]的250页~

255页。

2. 无功负荷的最优补偿

无功负荷的最优补偿问题包括最优补偿容量的确定、最优补偿设备的分布和最优补偿顺序的选择等问题。这通常在规划设计阶段进行，不要求较高的严格性和精确性，计算中可作适当的简化。

在某结点是否设置无功补偿设备的先决条件是，设置无功补偿设备而节约的费用(电能损耗减少)大于为设置无功补偿设备而耗费的费用，确定该结点最优补偿容量的条件是上述两费用之差为最大，其计算结果必须服从电压质量的要求，即需经潮流计算校验。

在算出各结点的网损微增率之后，根据网损微增率的大小，可确定无功补偿设备的分布和顺序。此外，上述过程应当以充分利用已有的无功电源为前提，故计算过程要反复进行。

(三) 电力系统的电压调整

1. 概述

电压是衡量电能质量的重要指标之一，电压偏移超过允许值时，会给用户和电力系统的经济和安全带来损害。为此，要对电力系统中的电压中枢点(例如区域性发电厂的高压母线、枢纽变电站的二次母线、有大量地方性负荷的发电厂母线等)的电压进行监视和控制。

中枢点的调压方式一般是：逆调压，即高峰负荷时升高电压、低谷负荷时降低电压，它适用于供电线路较长、负荷变动较大的情况；顺调压，即高峰负荷时电压稍降低、低谷负荷时电压稍提高，它适用于供电线路不长、负荷变动不大的情况；介于两者之间的情况采用常调压，即在任何负荷下保持电压为某值。

2. 利用改变发电机端电压进行调压

调节励磁调节器可以改变发电机端电压，这种调压措施不需增加设备，应当优先采用。在发电机直接供电为主的情况下，依靠

发电机进行逆调压，一般可满足用户的电压要求。

对于多级电压的电力网，单靠发电机调压无法满足系统各点的电压要求，必须与其他调压措施相配合。显然，经发电机实现逆调压，可减轻其他调压设备的负担。

3. 借改变变压器变比调压

合理选择变压器分接头可以调整电压。有载调压变压器可以满足不同运行方式的调压要求。值得注意的是，改变分接头并不能产生无功功率，只是改变了无功功率的分布。当系统中无功功率不足时，只改变分接头达不到调压的目的，必须加装无功补偿设备。

4. 借补偿设备调压

当系统中无功功率不够充裕时，要考虑各种补偿设备的调压作用。并联补偿设备有调相机、电容器、静止无功补偿器等，它们在重负荷时产生感性无功功率，补充负荷的无功需求，减少因输送这些感性无功功率而造成的电压降落，提高负荷端的电压。也可以用串联在主电路中的电容器，以抵偿线路的感抗，既可用于调压，也可用于提高电力系统运行的稳定性，但考虑问题的角度有很大不同。

四、继电保护与电力系统自动控制

(一) 电网的电流保护

1. 继电保护概述

由于运行、维护、绝缘老化及气象条件的变化，电力系统元件发生故障或处于不正常工作状态是在所难免的，为了保证整个电力系统安全可靠运行，必须及时将故障元件从系统中切除或者给运行人员发出信号，因此必须在每个元件上装设继电保护装置。继电保护装置能够区分保护对象所处的不同状态，自动地作用于断路器跳闸或发出信号。继电保护装置的任务是：触发断路器跳闸，将故障元件与电力系统中其他非故障元件隔离，使故障所影响的范围限制到最小，并使无故障部分尽快恢复正常运行；反映

电气设备的不正常工作情况，并根据不正常工作情况和设备运行维护条件的不同发出信号，及时通知运行人员进行处理。

根据继电保护在电力系统中所担负的任务，通常继电保护装置必须满足以下四项基本要求：(1)选择性，即系统中某一元件发生故障时，要求保护装置只将故障的元件切除，保护装置满足这种动作要求就具有选择性，它是保证电力系统安全运行和用户供电连续性的最基本条件之一；(2)快速性，作用于断路器跳闸的保护装置要动作迅速，以减小电气设备的损坏程度，避免故障扩大，提高系统运行的稳定性；(3)灵敏性，即在电力系统任何运行方式下，当保护对象发生故障时，无论故障地点在何处以及发生何种类型的故障，保护装置均能敏锐感觉、正确反应；(4)可靠性，即一旦发生属于它应该动作的故障时不应拒绝动作，而发生不属于它动作范围的故障时不应发生误动作。这四项基本要求是相互关联、相互制约的，在应用时必须从全局着眼统筹考虑。

电力系统发生故障时，通常伴随有电流增大、电压降低、电压与电流间相位角发生变化等现象。利用发生故障时这些电气量与正常运行时的差别，可以构成不同原理的继电保护。例如：利用故障时电流增大的特点可构成电流保护；利用故障时电压降低的特点可构成低电压保护；利用电压和电流比值的变化可构成阻抗（或称为距离）保护；利用电压和电流间相位角变化的特点可构成方向保护等。

继电保护从构成原理到实现手段都有了长足的发展，特别是利用微处理机实现的继电保护装置，其硬件便于统一，具有很强的软、硬件自检功能，可以方便地实现复杂的动作特性，维护调试方便，可实现故障测距、故障录波及报告打印等功能，有较好的应用前景。

2. 电网的电流保护原理

电网中任一元件发生短路故障时，流过该元件的电流将突然增大，电网的电流保护就是基于这一特点而构成的简单而有效的

保护方式。这里只讨论保护输电线路相间短路故障的电流保护，整套电流保护通常包括电流速断、限时电流速断和定时限过流保护，即所谓三段式电流保护。

电流速断保护(简称电流 I 段)是反应于电流升高而不带延时动作的一种电流保护，图3-3用单侧电源的线路为例来说明其工作原理。图中每条线路上均装有电流速断保护，短路电流 I_K 与短路距离 l 的关系曲线见图中的曲线1和2，分别对应于最大方式下发生三相短路及最小方式下发生两相短路的情况，故对于任何情况必将处于两曲线之间。根据选择性的要求，保护1的电流整定值应躲过线路AB末端即B母线上发生故障时可能出现的最大电流，并有一定的可靠系数，故其整定值为 I_{P1}^F 。从图3-3可知，在整定值下发生最小方式下两相短路时，它的保护区间为 l_{min} ，也即不可能保护整个线路，这是它的主要缺点，优点是简单可靠、动作迅速。

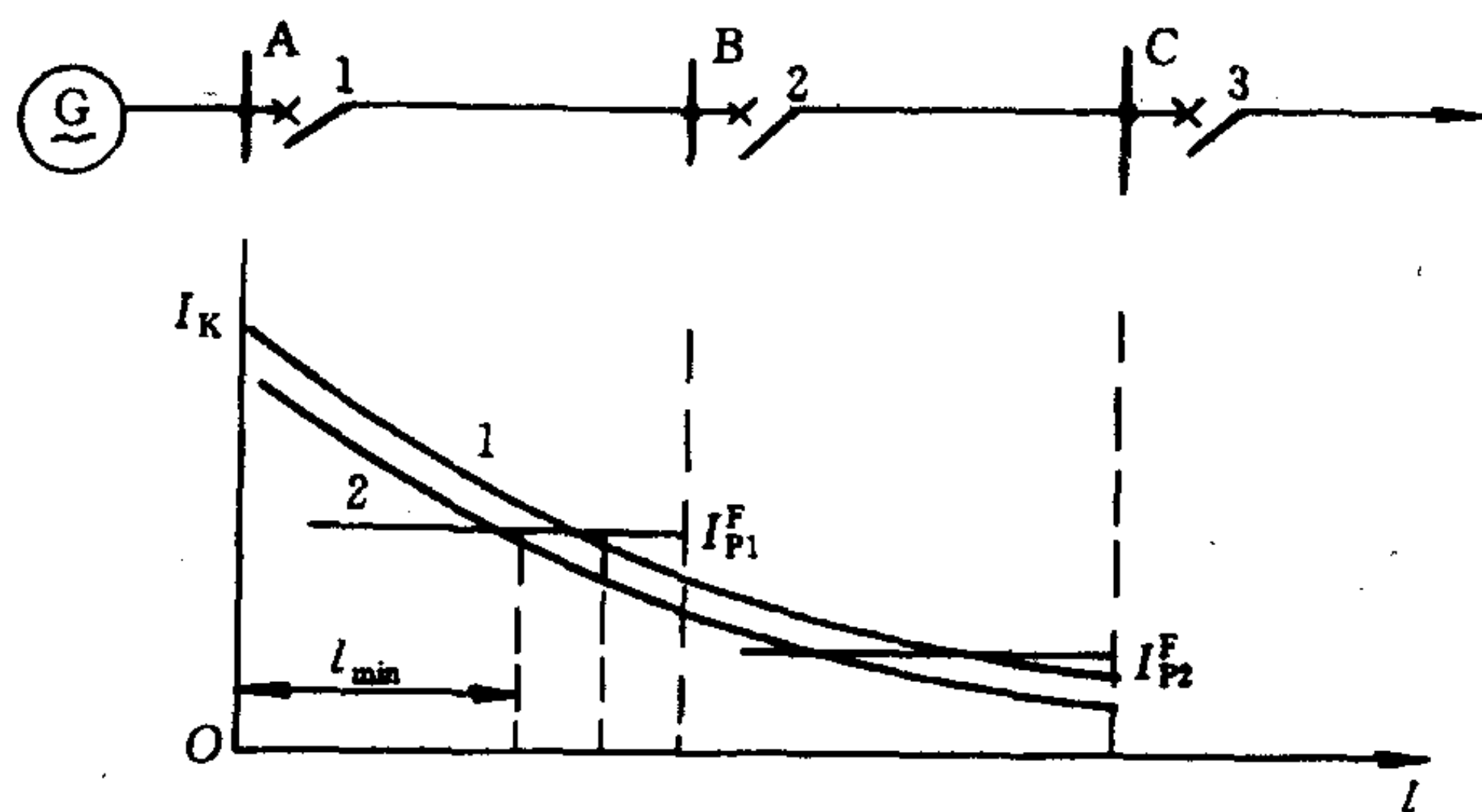


图3-3 单侧电源线路上电流速断保护动作特性分析

限时电流速断保护(简称电流 II 段)用来切除本线路上电流 I 段无法反映的故障，同时也作为电流 I 段的后备保护。由于它必须能切除本条线路全部范围的故障，故其保护范围必然要延伸到下一条线路中去，又为了保证选择性，它必然要带有一定的延时再动作。图3-4示出了电流 II 段与电流 I 段的配合关系。首先是时间的配合，图中 t_4^s 为保护4的电流 II 段的延时， t_3^f 为保护3的 I 段动作

时间(保护装置的固有动作时间),因电流Ⅱ段的保护范围延伸到下一条线路中,当故障发生在下一条线路的首端时,电流Ⅱ段也要启动,但 $t_4^s > t_3^f$ 而保护3的Ⅰ段动作跳闸。其次是电流的配合,电流整定值应满足 $I_{P4}^s > I_{P3}^f$,当BC段线路故障时,如果保护4的Ⅱ段能够启动,则保护3的Ⅰ段必然能够启动,且 $t_4^s > t_3^f$ 由保护3的电流Ⅰ段动作跳闸。只有当故障发生在AB段线路上,并且已超出保护4的Ⅰ段保护范围时,才由保护4的电流Ⅱ段动作跳闸,从而保证了动作的选择性。当线路上装设了电流Ⅰ、Ⅱ段之后,它们联合工作能够切除全线路段范围任意点故障,并能满足速动性要求,构成通常所称的“主保护”。

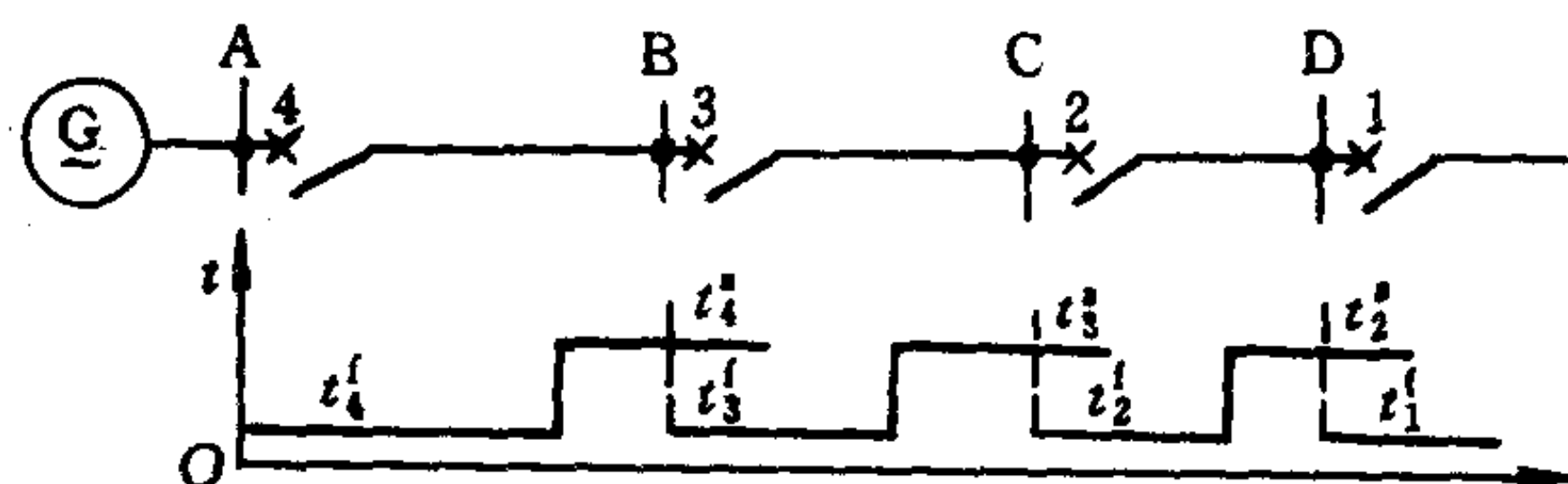


图3-4 电流Ⅰ段与Ⅱ段的配合关系

定时限过电流保护(简称电流Ⅲ段)是后备保护,它不仅能保护本条线路的全长,而且能保护相邻线路的全长。电流Ⅲ段的动作电流按躲过最大负荷电流来整定,通常因启动电流较小,所以其动作灵敏度较高。通常所说的过电流保护即代表定时限过电流保护,其选择性完全依靠动作时限来保证,当发生故障时所有流过故障电流(相同电压级)的保护都可能启动,最终由哪个保护切除故障则是由动作时限的差别来进行选择性配合的,电流Ⅲ段的动作时限特性从线路末端开始呈阶梯形上升特性。

采用电流保护其中的一段、两段或三段可以构成阶段式的继电保护,其主要优点是原理简单,工作可靠,并且在一般情况下能满足快速切除故障的要求,因而在中、低压电网中特别是在35kV及以下电压等级电网中获得了广泛的应用。其缺点是保护范围直接受系统运行方式和故障类型变化的影响。

(二) 电力系统的监控系统

1. 电力系统自动控制概述

为保证电力系统安全、经济运行，并保证电能质量，电力系统运行越来越依赖于自动控制技术。根据电力系统的组成和运行特点，电力系统自动控制大致划分为三类。

电力系统自动监视和控制：其主要任务是提高电力系统的安全、经济运行水平。电力系统中各发电厂、变电站把反映电力系统运行状态的实时信息，由远动终端装置送至调度控制中心的计算机系统，由计算机及时地对电力系统的运行进行分析，必要的控制、调节命令再送至远动终端装置执行。

电厂动力机械自动控制：电厂的动力机械因电厂类型不同有很大差别，例如水电厂、火电厂和核电站的动力设备截然不同，其控制要求和控制规律相差很多。火电厂中锅炉和汽轮机的自动控制系统与水电厂中水力机械的自动控制系统分属各自的专业来实现，其目的是为了电厂的安全、经济运行。

电力系统自动装置：发电厂、变电站电气主接线设备运行的控制与操作的自动装置，是直接为电力系统安全、经济运行和保证电能质量服务的基础自动化设备。同步发电机是转换产生电能的设备，它的 $p-f$ 控制器和 $Q-U$ 控制器是电力系统维持电能质量的自动装置。电气设备的操作分为正常操作和反事故操作，例如按照运行计划发电机并网运行的操作是正常操作，当电网发生事故时为防止事故扩大的紧急操作是反事故操作。针对电力系统的系统性事故采取相应对策的自动操作装置称为电力系统安全自动装置。

2. 电力系统监控系统的原理

为了安全、经济地提供合格的电能，必须及时而准确地掌握电力系统的实际运行情况，随时进行分析并作出正确的判断和决策，必要时采取相应的措施，及时处理事故和异常情况，亦即必须对电力系统进行实时的监视和控制。电力系统的监控系统通常

是指调度控制中心一级的内容，所以又称为调度自动化系统。

远动系统是调度自动化系统的重要组成部分，它为调度中心提供实时数据，实现对远方运行设备的监视与控制，无异于耳目手足。远动系统是应用远程通信技术完成遥测、遥信、遥控和遥调（统称四遥）功能的总称。应用远程通信技术将厂站中的电压、功率等测量值送到调度控制中心，这称为远程测量（即遥测）；把厂站中的开关位置状态信息等送到调度中心，称为远程信号（即遥信），调度控制中心凭借遥测、遥信就可及时确切地掌握厂站的实时运行情况。应用远程通信技术，调度控制中心可对厂站下达命令，改变设备的运行状态（如开关的合闸或分闸），这称为远程命令（即遥控）；也可对厂站的运行设备进行调节（如改变机组的出力等），称为远程调节（即遥调），遥控与遥调对于及时处理事故特别有用。

电力系统日益发展，容量和范围不断扩大，运行方式越来越复杂，对于供电的质量、安全性和经济性等方面的要求也越来越高，而有关电力系统安全、质量及经济性能等的评估和决策需要进行大量的计算，电子计算机的应用为调度自动化开辟了新天地。以计算机为核心的监控系统可以具有多种功能为电力系统的安全、优质和经济服务，电力系统可根据具体情况采用不同档次、不同功能的调度自动化系统。最基本的是监视控制与数据采集（Supervisory Control And Data Acquisition——SCADA）系统，其主要功能有：数据采集，实时数据显示，异常或事故报警，遥控、遥调，运行报表记录；以及事件顺序记录（事故时对断路器、继电保护器等的动作状况按时间顺序加以记录），事故追忆（保留事故前后一段时间的重要实时数据）等，这些数据对于分析事故十分有用。

在 SCADA 的基础上可再增添其他功能，如自动发电控制（Automatic Generation Control——AGC），经济调度控制（Economic Dispatch Control——EDC）等。AGC 的主要功能是使发电出力紧跟系统负荷，维持系统的频率水平，保持联络线的交换功率

为规定值。EDC 的主要功能是分配发电出力，使全区的发电成本为最低。这两项是前述的电力系统有功功率和频率调整的内容。比较完善的调度自动化系统称为能量管理系统(Energy Management System——EMS)，它主要包括 SCADA、AGC/EDC，以及状态估计(State Estimation——SE)和安全分析(Security Analysis——SA)，还可以包括最佳潮流(Optimal Power Flow——OPF)和自动电路恢复(Automatic Circuit Restoration——ACR)等。其中，状态估计 SE 用来降低远动数据的误差，检出不良数据，保证实时数据准确、可靠；安全分析 SA 对系统的安全水平进行分析和评价，进一步还可提出改善的对策；最佳潮流 OPF 综合考虑系统的安全约束和经济运行条件，求得使某个目标函数为最小时的系统潮流；自动电路恢复 ACR 尚处研究阶段，它在事故后为了恢复对用户供电而根据系统的实际情况提出合理操作顺序。

与电力系统的分级管理相适应，电力系统的监控系统实行分层控制，各级调度按职责分工采集有关数据、信息进行处理，并与上下级调度进行数据通信。整体而言，电力系统的监控系统遍及整个电力系统，它由各个厂站端部分、调度端部分以及通信线路等组成。图3-5是监控系统的一个组成部分示意图，图中厂站端部分和调度端部分都以计算机为核心。厂站端的信息采集部分将有关的测量量和开关位置状态的开关量采集并处理后，经信息传输

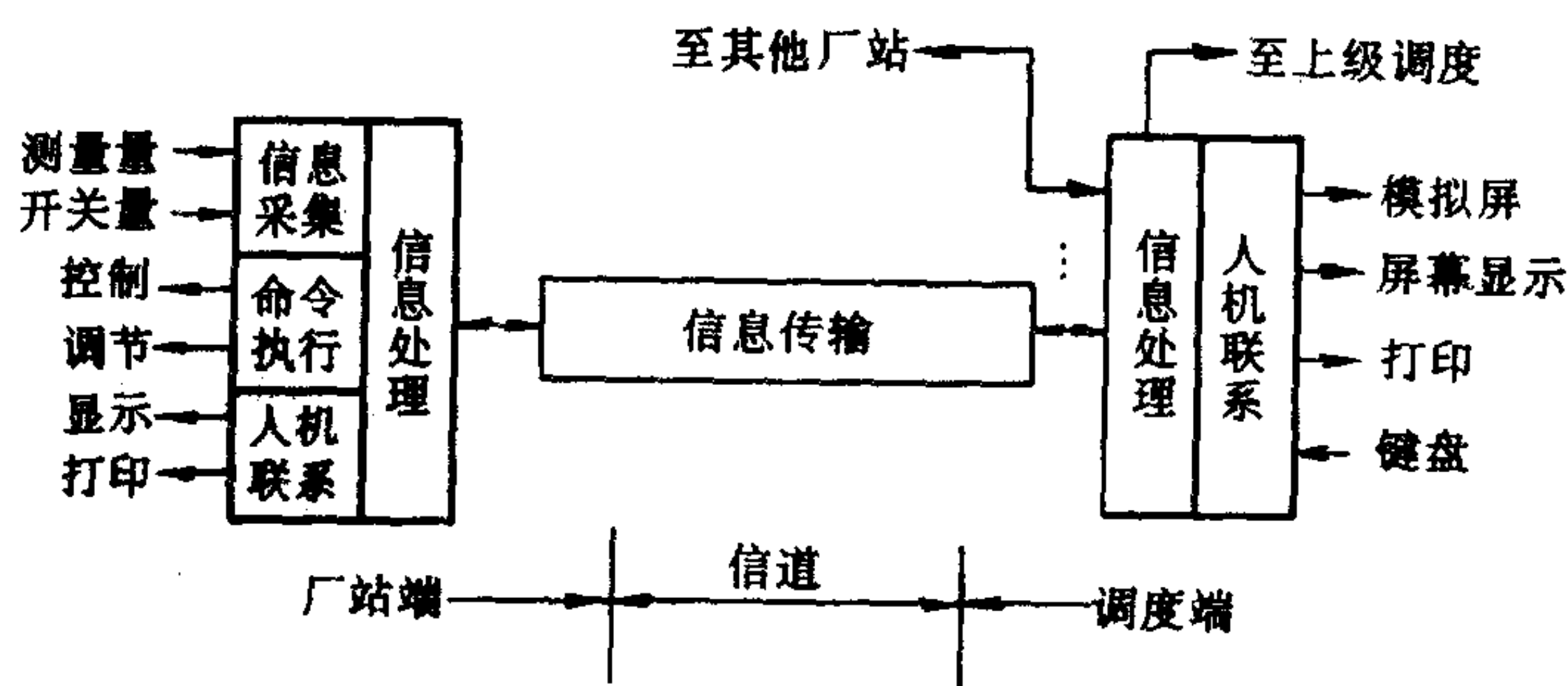


图3-5 监控系统组成部分示意图

系统送给调度控制中心。在调度端,收到各厂站送来的数据信息经加工、处理、计算后,通过人机联系部分在调度模拟屏、屏幕显示器上显示或打印机打印,异常或事故时发出告警信号,也可将有关信息送上级调度控制中心。调度端的遥控、遥调命令通常由人机联系部分的键盘输入,经信息传输系统送至各厂站端,由命令执行部分实施。

监控系统的厂站端装置通常称为远动终端(Remote Terminal Unit——RTU),其主要任务是对本厂站的运行状态进行监视和控制,向上级调度控制中心报告有关情况,并接收、执行其下达的命令,一般还配有当地功能,便于现场工作人员对运行状态进行监视。监控系统的调度端的功能及软、硬件配置应视实际需要而定,远动系统通常只完成 SCADA 功能,故远动系统调度端装置的功能不强,如欲实现 AGC、EDC 乃至 EMS 的功能,则调度端应配备性能更完善的计算机系统以完成繁重的运算任务,此时远动系统的调度端装置只作为前置机,主要负责主计算机与各厂站之间的数据交换工作,而 AGC、EDC 和 EMS 的功能则由主计算机来完成。为了保证各级调度之间以及调度与厂站之间能及时交换信息,通信系统是一个十分重要的环节。由于数字通信与模拟通信相比较具有明显的优势,并且微波通道和光纤通道的日益发展为数字通信创造了条件,调度自动化的通信系统采用了数字通信系统。有关数据传输的基本知识,例如数字通信、差错控制与同步、传输信道、远动通信方式及规约等,可自行参阅有关文献。

小结

本节指出的电力系统正常运行的基本概念、有功功率和频率调整、无功功率和电压调整等内容,都属于电力系统稳态分析的内容(电力系统的数学模型、潮流计算将在下面讨论);本节还指出电网的电流保护和电力系统的监控系统,这是二次方面的基本内容。这些基本的概念在大学本科阶段已经学过,要好好复习牢固地

掌握。关于电力系统中有功功率的最优分配问题,其数学模型和计算方法要掌握,要详细阅读指定的内容和例题。

第二节 电力网络的数学模型

一、基本概念

电力系统由生产、变换、输送、消费电能的四大部分——发电机组、变压器、电力线路、负荷组成,其中变压器和电力线路构成电力网络。电力系统运行与分析常用到四种主要的计算:潮流计算、短路电流计算、暂态稳定和静态稳定计算。其中,在潮流计算和短路电流计算时,发电机用机端恒定电压或某电抗后恒定电动势来表示,负荷用功率或阻抗恒定来表示。所以本节只介绍电力网络的数学模型和有关的算法,发电机和负荷的数学模型待用到时再作补充。

(一) 输电线路及变压器的等效电路

在潮流、短路和简化的稳定计算中,只涉及稳态情况下运行参数的相互关系,这时的输电线路及变压器的等效电路及其参数的计算,在参考书目[1]已有介绍。在这里,输电线路用 Π 型等效电路表示,其串联阻抗值及分立两边的并联导纳值容易计算。在利用计算机进行计算时,双绕组变压器也用 Π 型等效电路,参考书目[1]在85页、参考书目[3]在59页给出了它的等效电路图。

对于多级电压的电力网络,例如参考书目[3]在60页的图2-6(a)所示的电力网络,可以得到图2-6(d)和(g)所示等值电路,除了变压器漏抗的归算点不同,它们并无实质的差别。

编制电力网络的等值电路往往采用标么制,也可以采用有名值,参考书目[3]在61页指出了它们的不同。

(二) 结点方程及回路方程

计算交流电路通常有两种方法,结点电压法和回路电流法。这

两种方法的共同点是把电路的计算归结为一组联立方程式的求解问题，其差别是前者采用结点方程，后者采用回路方程。目前在利用计算机计算电力系统问题时，通常采用结点方程，有时以回路方程作为辅助工具。

如果电力网络有 n 个结点，可以列出 n 个结点方程式，用矩阵的形式可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \vdots \\ \dot{V}_n \end{bmatrix} \quad (3-1)$$

式中， \dot{I}_i 为结点注入电流，流入电力网络为正方向； \dot{V}_i 为结点电压； Y_{ii} 为结点 i 的自导纳， Y_{ij} 为结点 i 与 j 之间的互导纳。

如果电力网络有 m 个独立回路，可以列出 m 个回路方程式，用矩阵的形式可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{E}_1 \\ \dot{E}_2 \\ \vdots \\ \dot{E}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1m} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \cdots & Z_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \vdots \\ \dot{I}_m \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

式中， \dot{E}_i 为回路电动势； \dot{I}_i 为回路电流； Z_{ii} 为 i 回路的自阻抗（该回路中各支路阻抗之和）， Z_{ij} 为 i 、 j 回路之间的互阻抗，其值为 i 、 j 回路公共支路阻抗之和，符号取决于 i 、 j 回路电流假定的方向，一致时取正，相反时取负号。

二、有关的矩阵和方程组基本知识

（一）行列式的基本概念

任意阶行列式记为

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (3-3)$$

式中, Δ 是它的元素的 n 次齐次多项式; 该多项式共有 $n!$ 项, 每项的 n 个元素取自不同的行和不同的列; 如果每项中 n 个元素的列号顺序排列, 令其行号数列的逆序数为 $N(i_1, i_2, \dots, i_n)$, 则该项的系数是 $(-1)^{N(i_1, i_2, \dots, i_n)}$ 。

参考书目[3]在5页~6页给出行列式的四个基本性质。

参考书目[3]在6页~7页给出余子式和代数余子式的定义, 并给出两个展开性质。

参考书目[3]在7页给出讨论线性方程组的解的克兰姆法则。

(二) 矩阵及其运算

行列式是一个数, 而矩阵是许多数按一定规则排成的阵列。参考书目[3]在9页~10页给出零矩阵、对角矩阵、单位矩阵、三角矩阵、对称矩阵等特殊矩阵。

参考书目[3]在10页~14页介绍了矩阵的基本运算, 包括矩阵的加与减、数与矩阵相乘、矩阵与矩阵相乘、矩阵的转置及其运算、复数矩阵的共轭矩阵等。

在电力系统计算中, 逆矩阵是一个重要概念, 例如阻抗矩阵和导纳矩阵互为逆矩阵。参考书目[3]在15页~16页给出矩阵的逆的基本性质和运算性质。高阶矩阵的求逆过程非常麻烦, 参考书目[3]在16页~18页介绍了电力系统计算中常用的解线性方程组求逆法和消去求逆法。

将大型矩阵作分块处理, 然后再进行求逆运算或者进行线性方程组的变换, 可提高运算速度和节省计算机内存, 参考书目[3]在19页~21页对此作了介绍。

(三) 线性方程组的直接解法

对于结点方程组这类线性方程组, 直接解法是行之有效的, 因

为其系数矩阵是稀疏的，计算速度很快且没有收敛性问题，只是占用计算机的内存稍大些。

1. 高斯消去法

线性方程组的消去解法通常叫做高斯消去法。参考书目[3]在23页~25页介绍了按列消去、按行回代过程；在25页~28页介绍了常用的按行消去、逐行规格化的计算过程，回代过程可按行或按列进行。参考书目[3]在28页~29页还介绍了高斯消去法的数学条件和改进方法。

2. 利用因子表解法

实际计算中常会遇到这种情况：系数矩阵不变，因常数项改变而需多次求解线性方程组。这时，为了提高计算速度，可利用因子表对线性方程组求解。

参考书目[3]在29页~39页通过举例对因子表的含义、因子表的形成、线性方程组的求解过程作了详尽介绍。

3. 三角分解法

三角分解法与因子表法相类似，只是表现形式有所不同，在电力系统计算中有广泛应用。

参考书目[3]在39页~45页通过举例对如何将系数矩阵进行三角分解、如何求解线性方程组作了介绍。

4. 分块矩阵解法

分块矩阵解法先将系数矩阵分割成2阶子块，构成分块矩阵，然后用上述解法求解线性方程组。

参考书目[3]在45页~46页对分块矩阵解法作了介绍。

(四) 非线性方程组的迭代解法

迭代解法主要用于求解非线性方程组，有时也可用于求解线性方程组。它是一种间接方法，可以求解用直接法很难解的问题。由于每次迭代是重复同样的运算，其程序简单、占用内存少，但有时逼近解的速度很慢，甚至找不到方程应有的解。

参考书目[3]在48页~50页介绍了求解线性方程组的塞德尔

迭代法和引进松弛因子的松弛法的基本算法。

非线性方程组也可以用塞德尔迭代法或松弛迭代法，通常称为逐次代入法，但它的收敛性较为复杂，且常与初值的选取有关。由于实际电力系统问题（例如潮流计算）可根据物理概念确定方程组是否有解，并通过选取合理的初值、选择其他迭代途径（例如牛顿-拉夫逊法），仍会有较好的效果。

三、结点导纳矩阵

（一）结点导纳矩阵的物理意义

对于式(3-1)，如果在结点 i 加一单位电压，而把其余结点全部接地，则有 $\dot{I}_1=Y_{1i}$ 、 $\dot{I}_2=Y_{2i}$ 、 \cdots 、 $\dot{I}_i=Y_{ii}$ 、 \cdots 、 $\dot{I}_n=Y_{ni}$ 。显然，导纳矩阵中第 i 列对角元素 Y_{ii} （即结点 i 的自导纳）在数值上等于结点 i 向电力网络注入的电流；导纳矩阵中第 i 列非对角元素 Y_{ij} （即结点 i 、 j 间的互导纳）在数值上等于结点 j 向电力网络注入的电流。导纳矩阵反映了电力网络的参数及接线情况，是对电力网络电气特性的一种数学抽象。

参考书目[3]在63页～64页举例说明导纳矩阵中各元素的具体意义，并得知结点编号的顺序是可以任意的。

（二）导纳矩阵的特性

导纳矩阵是对称矩阵，即 $Y_{ij}=Y_{ji}$ 。

导纳矩阵是稀疏矩阵，若结点 i 与 j 无直接联系，则 $Y_{ij}=Y_{ji}=0$ ，电力系统中一般结点的出线数平均为2～4条，导纳矩阵中每行的非对角元素中只有2～4个非零元素，所以导纳矩阵中的零元素非常多，电力网络规模越大这种现象越显著。

导纳矩阵的对称性和稀疏性如能充分利用，将大大提高计算速度并节约内存。

（三）导纳矩阵的形成

参考书目[1]在144页～145页（参考书目[3]在65页～67页）对导纳矩阵的形成作了介绍，包括形成导纳矩阵的一般方法，以及

当变压器支路或线路接线局部变更时对导纳矩阵的修正。参考书目[3]在67页用例2-1给出形成导纳矩阵的实例。

四、结点阻抗矩阵

(一) 结点阻抗矩阵的物理意义及特性

式(3-1)即 $I=YV$ ，如果 Y 阵非奇异，可以求得其逆矩阵 Y^{-1} ，对式(3-1)两边左乘 Y^{-1} ，则有 $V=Y^{-1}I$ ，即结点方程变为 $V=ZI$ ，这里 $Z=Y^{-1}$ 。

阻抗矩阵 Z 是和导纳矩阵 Y 对应的同阶的对称方阵，如果在结点 i 注入单位电流，而其他结点全部开路，则有 $\dot{V}_1=Z_{i1}, \dot{V}_2=Z_{i2}, \dots, \dot{V}_i=Z_{ii}, \dots, \dot{V}_n=Z_{in}$ 。阻抗矩阵的对角元素 Z_{ii} (结点 i 的自阻抗)在数值上等于结点 i 的电压；非对角元素 Z_{ij} (结点 i 与 j 间的互阻抗)在数值上等于结点 j 的电压。

阻抗矩阵是一个满矩阵，阻抗矩阵中没有零元素，计算中要求内存较大，且计算速度较慢，其应用受到一定限制。

(二) 阻抗矩阵的形成

形成阻抗矩阵较形成导纳矩阵复杂，一般可采用以下两种方法。

由于形成导纳矩阵较容易，可用导纳矩阵求逆矩阵来得到阻抗矩阵。参考书目[3]先补充介绍了用解线性方程组的求逆方法，并用三角分解法来解方程；为了提高形成阻抗矩阵的速度，参考书目[3]采用了“连续回代”方法。

采用支路追加法可直接形成阻抗矩阵，该方法在计算上较为直观，并且容易实现在网络接线变更时对阻抗矩阵进行修正。参考书目[1]在147页~149页介绍了支路追加法形成阻抗矩阵的过程，并讨论了支路追加顺序对形成阻抗矩阵的影响。

五、导纳矩阵的稀疏特性及程序技巧

(一) 以导纳矩阵为基础的线性方程

为了提高计算速度，需对电力网络进行处理，它包括电力网

络的简化和变换，以形成以导纳矩阵为基础的线性方程。

在网络变换中关联矩阵的概念很重要，它描述了电力网络的连接情况，利用结点关联矩阵可以得到电力网络的结点方程，参考书目[3]在93页～95页介绍了关联矩阵的有关内容。

电力网络中有一些结点既不与发电机直接相连，也不与负荷直接相连，它们的注入电流为零，这类结点称为联络结点。电力网络简化就是消去这些联络结点，以降低方程的阶数，减少计算工作量并提高计算速度。消去联络结点是对网络结点方程式采用消元的方法，详见参考书目[3]的96页～98页。当待消的联络结点的编号不同时，消去的过程也不同，参考书目[3]对此作了讨论。

(二) 电力网络结点编号的优化

当需要对电力网络的结点方程反复求解时，往往对导纳矩阵进行三角分解并储存于计算机内。由于导纳矩阵的稀疏特性，分解后的三角矩阵也是稀疏的，为了节约内存，提高计算速度，在计算机内只储存三角矩阵中的非零元素。因此三角矩阵中非零元素的个数很关键，然而导纳矩阵中非零元素的分布与分解后的三角矩阵一般不同，分解过程中增加的非零元素称为注入元素。注入元素的多少与结点编号有关，所谓的结点编号优化就是寻求一种使注入元素数目最少的结点编号方法。参考书目[1]在187页～191页对此作了介绍，参考书目[3]在103页～104页介绍了三种结点编号优化方法，并以实例进行说明、比较。

(三) 导纳矩阵的稀疏存储

要形成导纳矩阵必须知道电力网络的接线图，结点关联矩阵就是接线图的数字表示，它实际上就是支路两端的结点号。此外还要知道各支路的阻抗值，对于变压器支路还应知道它的变比。因此一条支路需要输入五个数据： I 、 J 、 R 、 X 、 K 。其中 I 、 J 为支路两端的结点号，对于接地支路有一个结点号为零； R 、 X 为支路阻抗的实部及虚部； K 为变压器变比，对于非变压器支路 K 为1。结点的编号考虑优化，一般各支路的第一个结点号大于第二个结点

号, 而支路数据按结点 I 由小到大排队(J 由小到大排队)。

当电力网络中没有移相变压器时, 导纳矩阵是对称的, 一般只形成并存储其上三角部分(或下三角部分)元素和对角元素, 并且对角元素和非对角元素分开存储。对角元素分成实部、虚部, 共需 $2n$ 个单元存储。非对角元素因稀疏特性, 只存储非零元素, 每个非零元素占三个单元, 分别存放其实部、虚部及列号。为了判断其行号, 需另列一表说明各行非零非对角元素的个数。

(四) 导纳矩阵形成的程序框图

根据上述的方法, 可以编制形成导纳矩阵的程序, 参考书目 [3] 在 113 页~114 页作了简要说明, 并在 114 页用图 2-22 给出程序框图。

小结

本节指出的输电线路和变压器的等效电路、结点方程和回路方程、结点导纳矩阵和阻抗矩阵、导纳矩阵的形成、以及矩阵和求解方程组的基本知识等, 都是电力系统计算的基础, 大部分内容在大学本科阶段已经学过。在实际应用时再去仔细阅读, 但其基本概念、基本特点以及基本方法要掌握, 指出的例题和框图要掌握。

第三节 电力系统潮流计算

一、概述

电力系统潮流计算根据给定的运行条件和系统接线情况, 确定整个电力系统各部分的运行状态: 各母线的电压, 各元件中流过的功率, 系统的功率损耗等。潮流计算是研究电力系统的一种很重要很基本的计算, 在电力系统规划设计和现有电力系统运行方式研究中, 它可用来定量地分析比较供电方案或运行方式的合理性、可靠性和经济性; 在电力系统稳定性分析中, 它提供了初始

运行状态。

潮流计算问题在数学上是一组多元非线性方程式的求解问题,其解法都离不开迭代。潮流计算在50年代采用以结点导纳矩阵为基础的逐次代入法,60年代采用以阻抗矩阵为基础的逐次代入法,70年代采用的牛顿-拉夫逊法和 P - Q 分解法一直沿用至今。这些方法的发展是围绕着对潮流计算的一些基本要求进行的,这些要求是:计算方法的可靠性或收敛性,对计算机内存量的要求,计算速度,计算的方便性和灵活性等。

二、潮流计算的数学模型

在形成导纳矩阵之后,如果已知各结点电流,则可方便地直接求解线性方程组——式(3-1)所示的结点电压方程。但实际电力系统中已知的是发电机或负荷的功率,故必须利用结点功率与电流之间的关系:

$$\dot{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3-4)$$

式中, P_i 、 Q_i 为结点 i 向线性网络注入的有功、无功功率,当 i 为负荷结点时, P_i 、 Q_i 带负号; \hat{V}_i 为结点电压 \dot{V}_i 的共轭值。将式(3-4)代入式(3-1)可得:

$$\frac{P_i - jQ_i}{\hat{V}_i} = \sum_{j=1}^n Y_{ij} \dot{V}_j \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3-5)$$

或

$$\dot{V}_i = \sum_{j=1}^n Z_{ij} \frac{P_j - jQ_j}{\hat{V}_j} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3-6)$$

式(3-5)、(3-6)各有 n 个非线性复数方程式,是潮流计算问题的基本方程式,对这两个方程式的不同应用和处理,就形成了不同的潮流程序。

表征各结点运行状态的参数是该结点的电压向量和复功率,即 V 、 θ 、 P 、 Q 四个量,在有 n 个结点的电力系统中共有 $4n$ 个运

行参数。而潮流基本方程式共有 $2n$ 个,只能解出 $2n$ 个运行参数,其余 $2n$ 个应作为原始数据事先给定。根据原始数据给出的方式,电力系统中的结点分为三类:给出 P 、 Q 的 PQ 结点,变电站母线都是 PQ 结点,它占系统中结点的多数;给出 P 、 V 的 PV 结点,运行中它有一定可调节的无功电源,例如发电厂母线或有无功补偿设备的变电站母线;给出 V 、 θ 的 $V\theta$ 结点,整个电力系统的 P 、 Q 由它平衡,又称为平衡结点,整个系统只设一个平衡结点,一般选择在调频发电厂母线。

三、牛顿-拉夫逊法

牛顿-拉夫逊法(有时简称牛顿法)是数学中解决非线性方程式的典型方法,有较好的收敛性,较高的效率,在潮流计算中广泛应用。

(一) 结点功率方程式与修正方程式

1. 牛顿-拉夫逊法的一般概念

牛顿法把非线性方程式的求解过程变为反复对相应的线性方程式的求解过程,通常称为逐次线性化过程。参考书目[3]在134页~135页以单变量非线性方程为例,说明了逐次线性化求解过程。然后,参考书目[3]在136页~137页推广到多变量非线性方程组的情况,并得到第 t 次迭代时的修正方程(参考书目[1]在157页给出):

$$F(X^{(t)}) = J^{(t)} \Delta X^{(t)} \quad (3-7)$$

式中, $F(X^{(t)})$ 为函数的误差向量, $J^{(t)}$ 为雅可比矩阵, $\Delta X^{(t)}$ 为修正量向量。由式(3-7)可以求出 $\Delta X^{(t)}$,并进一步求得 $X^{(t+1)} = X^{(t)} - \Delta X^{(t)}$,使 $X^{(t+1)}$ 逐步趋近方程式的真正解。为了判断收敛情况,可以采用:

$$\|\Delta X^{(t)}\| < \epsilon_1 \text{ 或 } \|F(X^{(t)})\| < \epsilon_2$$

2. 结点功率方程式

如果把导纳表示为 $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$,将结点电压向量表示为极

坐标形式 $\dot{V}_i = V_i e^{j\theta_i}$, 参考书目[3]在139页推导了极坐标的功率方程式(参考书目[1]在161页给出):

$$\left. \begin{aligned} P_i &= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ Q_i &= V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3-8)$$

式中, $j \in i$ 表示 Σ 号后的结点 j 必须与结点 i 直接相连, j 并不取从1到 n 的全部足码, 但包括 $j=i$ 的情况; 而 $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ 为结点 i 、 j 电压的相角差。参考书目[1]在159页还得到直角坐标的功率方程。

潮流问题中往往把式(3-8)写成以下形式:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{si} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_{si} - V_i \sum_{j \in i} V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (3-9)$$

即把潮流问题叙述为: 对于给定的 P_{si} 、 Q_{si} ($i=1, 2, \dots, n$), 寻求一组电压向量 V_i 、 θ_i , 使按上式得到的功率误差 ΔP_i 、 ΔQ_i 在容许范围以内。

3. 修正方程式

将有关的极坐标功率方程按泰勒级数展开, 略去高次项后, 参考书目[1]在161页得到修正方程式及雅可比矩阵中各元素的表达式。修正方程式简记为

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H & N \\ J & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V/V \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

参考书目[1]在159页还给出直角坐标的修正方程式。

至此, 余下的问题只是解线性的修正方程, 以求取修正量向量(例如 ΔV 、 $\Delta \theta$)。在我国, 牛顿法潮流程序采用直角坐标较多, 但 P - Q 分解法是从极坐标牛顿法演化而来的。

(二) 牛顿法的求解过程

参考书目[1]在165页的图4-12给出牛顿法潮流程序的原理性框图，并在163页~164页对计算过程作了简要介绍。

牛顿法的收敛性较好，但它对初始值的要求较高。当系统中无功功率不足电压质量较差，或者系统运行在接近静态稳定极限时，各结点的电压相角差较大，牛顿法的收敛性较差。为此，可先利用塞德尔迭代法迭代一次，以其结果作为初始值，然后转入牛顿法，这样可得到较好的效果。

(三) 求解修正方程式的技巧

牛顿法潮流计算之所以被广泛应用，是采用了稀疏技术，即在选择算法和编制程序时，尽可能避免储存稀疏矩阵中的零元素和避免对这些零元素进行计算，例如前述的稀疏矩阵的存储，网络结点编号优化等。

此外，稀疏技术还包括稀疏系数矩阵线性方程式的求解，即在求解修正方程式时运用因子表。参考书目[3]还在147页~151页以简单系统为例，说明了如何把形成修正方程式的过程变成逐行取导纳矩阵中元素并与相应结点电压分量做简单乘、加运算的过程，以及在利用高斯消去法求解修正方程时，在按行消去过程中采取形成一行消去一行的方法。

四、P-Q 分解法

(一) P-Q 分解法的基本原理

P-Q 分解法(又称改进牛顿法)是从改进和简化牛顿法的基础上提出来的，用的是极坐标表示的结点功率方程。P-Q 分解法对牛顿法的第一个简化是，考虑电力系统的特点(有功功率主要与结点电压的相角有关，无功功率主要受结点电压的幅值的影响)，把有功功率与无功功率分开进行迭代，因此 $2n$ 阶的修正方程组变成2个 n 阶的线性方程组，计算量和内存都有改善。第二个简化是考虑电力系统的实际，将雅可比矩阵的对角分块矩阵(它们在迭代过程中不断变化，且为不对称矩阵)变为在迭代过程中不变的对称矩

阵(详见参考书目[1]的171页~172页)。据此,参考书目[1]在173页得到 P - Q 分解法的修正方程式。

(二) P - Q 分解法的特点

由于上述两个简化,使得 P - Q 分解法的修正方程式不同于牛顿法,因而不必进行形成雅可比矩阵的计算,简化了求解修正方程组的消去和回代运算,显著提高了迭代速度、减少了内存。

上述简化只影响了修正方程式的结构,但不影响最终的结果, P - Q 分解法和牛顿法一样可以达到很高的计算精度。

由于 P - Q 分解法改变了牛顿法迭代公式的结构,因而改变了迭代过程的收敛特性, P - Q 分解法迭代过程按几何级数收敛,而牛顿法是按平方收敛的,即开始时的收敛速度 P - Q 分解法较牛顿法快,而迭代若干次以后的情况相反。由于上述简化是在一定假设的条件下做出的,当系统参数不符合假定条件时,收敛性会有所变化,一般高压电网满足这些条件,而在低压配电网应用时可能会出现不收敛。

(三) P - Q 分解法的修正方程及其算法

参考书目[3]在161页~162页讨论了 P 、 Q 两个修正方程式的系数矩阵的差别,以及为加速收敛而去掉一些次要因素的可能方案。

参考书目[1]在175页用图4-16给出了 P - Q 分解法潮流计算程序的原理框图,并在174页作了说明,要仔细阅读掌握基本的计算过程。

五、潮流计算中的几个问题

(一) 负荷静态特性的考虑

上面在讨论潮流计算时未考虑负荷静态特性,或者说是把负荷结点取用的功率视为不变。这有时与系统运行的实际不符,例如当系统因故障或检修而开断某些元件(输电线路或变压器)时,系统中局部地区的电压可能发生较大的变动,进而导致负荷取用的

功率变化，潮流计算中应当计及电压变化对各负荷结点功率的影响。

潮流计算中考虑负荷静态特性大致有两种方法。一种是负荷结点功率与结点电压成比例变化，即负荷功率为该点电压的线性函数；一种则严格考虑负荷静态特性（例如二次多项式特性），即负荷功率为该点电压的非线性函数。

考虑负荷静态特性时，潮流计算中的功率方程式及修正方程式均需作相应的改变，参考书目[3]在169页~171页分别给出了两种考虑后的功率方程、修正方程及雅可比矩阵的表达式，对于不同的潮流算法，这些表达式也各不相同。

（二）PV 结点与 PQ结点的相互转化

在潮流计算中，系统中的某些 PV 结点为了维持给定的电压，它们的无功出力可能超过容许范围，特别是系统无功电源不大充裕时。因此，在迭代计算过程中，必须对 PV 结点的无功功率加以监视，必要时需加以干与，将 PV 结点转化为 PQ 结点。

与 PV 结点无功功率越界相对应，在潮流计算中也可能出现 PQ 结点电压越界的问题，这时 PQ 结点转化为 PV 结点。

这种 PV 结点和 PQ 结点的相互转化，必然引起修正方程的改变及计算程序的变动，参考书目[3]在172页~174页分别对牛顿法和 P-Q 分解法进行了处理，并指出应当在潮流计算的迭代过程逐步平稳收敛时进行这个处理。

（三）其他问题

利用潮流计算对电力系统的基本运行方式进行计算之后，往往还会要求进行一些特殊运行方式的计算，以分析系统中某些机组退出运行或线路开断后的运行状态，这对于确保电力系统可靠运行、合理安排检修计划是必要的。

发电机组退出运行时，网络结构及参数均未发生变化，这在潮流计算中容易处理。而系统因故障或检修开断线路或变压器时，要引起网络参数及局部系统结构发生变化，需要修改导纳矩阵，在

P - Q 分解法中还要重新形成因子表。参考书目[3]还介绍了一种网络处理方法——补偿法的原理,有兴趣者可阅读。

潮流计算是非线性方程组的求解问题,从数学的观点来看,它应该有很多组解。但在实际计算中,待求量是各结点电压的幅值及角度,只有实数解才有意义。如果给出的运行条件使得潮流计算无实数解,我们认为这样的潮流问题无解。

潮流计算有时可能出现迭代不收敛,这里有两种可能:一是所计算的潮流问题有实数解,但由于算法不完善使得迭代不收敛;一是运行方式本身不合理(给出的计算条件不合理),使得所计算的潮流问题无实数解,因而迭代过程不可能收敛。

潮流问题实数解的存在性问题较为复杂,对于一个单机无穷大系统,当线路上输送功率较大时,潮流问题的两个解逐渐变成一个重根,这常常对应于电压不稳定问题,对此参考书目[3]也有讨论。

此外,参考书目[3]在183页~184页还介绍了潮流计算中一些影响收敛的因素,及克服不收敛现象可以采取的一些措施。

小结

本节的基本内容,例如潮流计算的功率方程、修正方程,牛顿法和 P - Q 分解法等,在本科阶段已经学过,详见参考书目[1],这些基本概念和基本算法要牢固掌握。本节指出的参考书目[1]给出的牛顿法和 P - Q 分解法的原理框图要掌握,参考书目[1]介绍的算法技巧(特别是稀疏技术)和一些特殊问题的处理,其基本概念要掌握。

第四节 电力系统短路电流与不对称分析

电力系统在发生短路故障时,短路电流较正常电流大许多倍,导致一些结点的电压降低(影响负荷的正常工作),使得流过短路

电流的电气设备受到损害；短路故障还可能破坏电力系统的运行稳定性，导致大面积停电；发生不对称短路时，可能干扰邻近的通信线路。

电力系统发生短路故障时，伴随着复杂的电磁和机电暂态过程，因此电流和电压都随时间变化，不仅包括幅值随时间变化的工频周期分量，同时还有随时间衰减的非周期分量，以及其他频率的周期分量。这些内容在本科阶段已有介绍（未计及机电暂态过程），详见参考书目[2]，这些基本概念要牢固掌握。在一般解决电气设备的选择、继电保护的整定及运行方式的分析等问题时，往往只需要计算短路后某一瞬间（例如 $t=0\text{s}$ 时）电压和电流的周期分量，本节只讨论这类问题。

在实际运行中，单相接地短路故障所占的百分比最大，其次是两相接地和两相短路故障，出现三相对称短路的机率很小，但常常用三相短路作为最严重故障来校验电气设备的承受能力。

一、对称短路计算

对称短路计算有两种方法。第一种方法在电力系统的三相短路点上直接短接，或经过一个很小的阻抗（如电弧电阻）三相短路。因这种短路不破坏整个系统的对称性，故其计算与一般的对称三相电路的计算没有什么本质的差别，但要计及短路发生时系统参数的突然变化，因磁链守恒的缘故发电机的次暂态电动势 \dot{E}'' （或无阻尼绕组时的暂态电动势 \dot{E}' ）保持不变。该电动势经发电机阻抗 $(R_i + jX''_{di})$ 加于发电机结点 i ，为了不增加结点，可用电流源等值电路代替。第二种方法是应用叠加原理，一是故障前的计算结果，一是将电源电动势短接并在故障点加一个负的 V_d （ V_d 为故障前的该点电压）再计算，总的短路电流是两者计算结果的叠加。

（一）用阻抗矩阵的对称短路电流计算

当采用第一种方法计算时，有 $ZI=V$ ，据此可求出各结点的电压。这里 I 为各结点注入电流，其中发电机用等值电流源的电流； Z

为结点阻抗矩阵,由前述方法形成。需增加故障点的阻抗,特别当短路发生在线路中任意一点时(非结点上),相应的阻抗矩阵要增加一阶,详见参考书目[2]。求出各结点电压后,可求出各支路的电流,即短路电流。参考书目[2]在88页给出计算程序原理框图。

当采用第二种方法时,参考书目[3]对算法作了介绍,还介绍了简化计算的情况。

(二) 用导纳矩阵的对称短路电流计算

由于导纳矩阵的稀疏特性,其短路计算在内存容量和计算速度方面都优于用阻抗矩阵的方法。

各结点的电压与电流关系用导纳矩阵表示 $YV=I$, 其中 Y 是对称的稀疏导纳矩阵,将其三角分解为三个矩阵的乘积 $Y=LDL^T$, 这里 L 是稀疏的下三角矩阵, D 是对角矩阵。根据给定的 I , 利用三角分解后的导纳矩阵,通过前代和回代计算就可求得 V , 进而求出各支路的短路电流, 详见参考书目[2]的88页~90页。参考书目[2]在90页给出用结点导纳矩阵计算短路电流的原理框图。

计算结点 d 上发生三相对称短路时的短路电流, 可根据故障前潮流计算结果首先得到故障前的结点电压。然后,在故障结点注入一单位电流(其他各结点电流均为零),按 $YV=I$ 关系求出各结点电压,其数值等于故障点 d 与其他结点 k 之间的互阻抗 Z_{dk} 和自阻抗 Z_{dd} ,即可按上述直接用阻抗矩阵的方法求出短路时各结点电压和流过各支路的短路电流。

(三) 网络结构变更时的对称短路计算

在短路电流计算中,往往要考虑断开或投入部分线路后的系统短路电流,参考书目[3]在193页介绍了修改方法。

有时还要考虑各种运行方式和主接线改变(例如母联开关的闭合与断开)情况下的短路电流,参考书目[3]在194页介绍了修改方法。

二、不对称运行时网络的等效电路

电力系统中的短路故障大多数是不对称的，一般采用对称分量法来计算。关于对称分量法，其基本概念在参考书目[2]已作介绍，要牢固掌握。用对称分量法分析和计算系统不对称短路时，所采用的参数是电力系统各元件的相序参数。对称分量法实质上是一种叠加的方法，所以只能适用于线性系统。

参考书目[2]指出，系统中各元件的正序阻抗，就是各元件在正常对称运行状态下的阻抗；对于静止的元件，例如线路、变压器等，其负序阻抗和正序阻抗是相等的。对于旋转的电机，其负序阻抗和正序阻抗不相等。经分析可知，发电机的负序电抗可取 X''_d 和 X''_q 的平均值，即 $X_2 = \frac{1}{2}(X''_d + X''_q)$ 。作为近似估计值，汽轮发电机和具有阻尼绕组的水轮发电机 $X_2 = 1.22X''_d$ ；没有阻尼绕组的水轮发电机 $X_2 = 1.45X''_d$ 。

(一) 电力系统元件的零序参数及零序网络的形成

发电机的零序电抗一般为次暂态电抗的15%~60%，可由制造厂提供的数据中查到。

电力负荷的零序阻抗一般可不考虑。

三相变压器当接成三角形(Δ)和中性点不接地的星形(Y)时，其零序电抗为无穷大(因为零序电流不能流通)；当接成中性点接地的星形(Y_0)时，零序电抗为有限值，参考书目[3]在198页用图4-10给出三相双绕组变压器和三绕组变压器的零序电抗。

架空线路的零序电抗与它们的结构和布置有关，单回架空线的零序电抗一般为正序电抗的2~3.5倍。

在零序网中，除参数与正、负序不同外，零序网络的结构也与正、负序网络不同。由于零序电流一般不流经发电机及负荷，所以零序网中不包含发电机及负荷；由于架空线路的零序电抗相对

较大，可忽略零序网中的电阻，通常的零序网只由电抗组成。

参考书目[3]在198页~199页分别就不对称短路和不平衡断线时的零序网络的特点作了介绍，还介绍了两种零序网络的构成和结点编号的方法。

(二) 计及线路互感时的电力网络模型

在输电线路中，当两回或多回线路很邻近时，相邻线路间有磁的联系存在。当线路中有零序电流通过时，所产生的磁场将在邻近线路上感应电动势，这个互感将使每回线路中的电压和电流关系发生变化。

当零序网络中出现这种有互感的支路时，应当修正前述的电力网络的阻抗矩阵或导纳矩阵，以反映支路互感的作用。参考书目[3]在200页~203页对于应用支路追加法形成零序网络结点阻抗矩阵，分别介绍了追加有互感的“树支”和“链支”的方法。

在实际运行中，还会遇到断开与其他线路有互感联系的线路的情况，这时就要修正零序网络的结点阻抗矩阵或导纳矩阵，参考书目[3]在207页介绍了修正导纳矩阵的步骤。

三、不对称故障计算

电力系统不对称故障包括不对称短路(单相接地短路、两相接地短路、两相短路)和非全相断线(单相断线和两相断线)两种。

在对称分量分析法中，不对称的三个矢量 \dot{F}_a 、 \dot{F}_b 、 \dot{F}_c 可以分解为三个对称的矢量系统(正序、负序和零序)，它们以A相为基准(\dot{F}_{a0} 、 \dot{F}_{a1} 、 \dot{F}_{a2})，其间的关系是：

$$\begin{bmatrix} \dot{F}_a \\ \dot{F}_b \\ \dot{F}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{F}_{a0} \\ \dot{F}_{a1} \\ \dot{F}_{a2} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

当电力系统中发生不对称故障时，将故障处的电压分解为三个对称分量，因此有

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_{a0} &= 0 + Z_0 \dot{I}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_{a1}^{(0)} + Z_1 \dot{I}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= 0 + Z_2 \dot{I}_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (3-12)$$

式中 $\dot{V}_{a1}^{(0)}$ 为正序网络的开路电压。

式(3-12)中包含六个未知量,只有三个方程式,必须根据故障类型(或故障边界条件)再列出三个方程式,才能解出三个序网的电压和电流的分量,然后根据(3-11)求出各相的电压和电流的实际值。

(一) 不对称短路计算

在发生不对称短路情况下,式(3-12)中的阻抗 Z_0 、 Z_1 、 Z_2 应等于各序网故障结点的自阻抗 Z_{dd0} 、 Z_{dd1} 、 Z_{dd2} ,因此式(3-12)改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_{d0} &= 0 + Z_{dd0} \dot{I}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_{a1}^{(0)} + Z_{dd1} \dot{I}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= 0 + Z_{dd2} \dot{I}_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (3-13)$$

然后根据不对称短路类型可列写出故障点的边界条件,与式(3-13)联立求解,便可求出各序网在故障点的电压和电流值。参考书目[2]分别在120页、126页、123页列写了单相接地、两相接地和两相短路时故障点的边界条件,并得到它们的复合序网。

参考书目[2]在150页给出了计算程序的原理框图,参考书目[3]在217页~218页给出的原理框图稍细致些。

(二) 非全相断线计算

在发生非全相断线的情况下,式(3-13)中的 \dot{V}_{a0} 、 \dot{V}_{a1} 、 \dot{V}_{a2} 是各序网中故障端口的电压差; Z_0 、 Z_1 、 Z_2 是从零序、正序、负序网故障端口看进去的等值阻抗,为了区别于不对称短路的情况,用 $Z_{DD'0}$ 、 $Z_{DD'1}$ 、 $Z_{DD'2}$ 表示,其值可由前述的方法求出,因此式(3-12)可改写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_{a0} &= 0 + Z_{DD'0} I_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_{a1}^{(0)} + Z_{DD'1} I_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= 0 + Z_{DD'2} I_{a2} \end{aligned} \right\} \quad (3-14)$$

参考书目[2]分别在144页、145页列写了单相断线、两相断线时故障点的边界条件,并得到它们的复合序网,将它与式(3-14)联立求解可得各序网在断线处的电流和电压。

小结

关于同步发电机突然三相短路分析(计及电磁暂态过程)、电力系统三相短路电流计算、不对称故障的对称分量法等基本概念在参考书目[2]已讲过,应当牢固掌握。本节指出的对称短路电流计算、不对称运行时网络的等效电路、不对称故障计算等的基本概念,参考书目[2]给出的计算程序的计算步骤,应当掌握。

第五节 电力系统的稳定性分析

电力系统的稳定性(电力系统机电暂态过程分析)一般分为两类:静态稳定性和暂态稳定性。所谓的电力系统静态稳定性是指电力系统在某个运行状态下,突然受到任意的小干扰后,恢复到原来的(或是与原来的很接近)运行状态的能力。这里所指的小干扰,是在这种干扰作用下,系统的状态变量的变化很小,因此可将描述系统的状态方程线性化。电力系统暂态稳定性则是在大干扰作用下,系统能够过渡到一个新的稳态运行状态(包括回到原来运行状态)的能力。由于受到大干扰,系统的状态方程不能线性化,并且在受到大干扰的过程中往往伴随着系统的结构和参数的改变,也即系统的状态方程是有变化的。

一、电力系统元件的动态特性及其描述

电力系统的机电暂态过程及其稳定性与电力系统各元件的动

态特性有密切的关系。根据所研究问题的性质和对计算精度的要求, 对各元件的动态特性可以采用不同的数学模型, 或粗略些或精确些。下面分别对发电机、励磁调节系统、原动机调速系统及负荷的数学模型作简要介绍, 具体应用时需进一步了解。

(一) 同步发电机的数学模型

电力系统稳定计算中采用的发电机模型, 包括转子运动方程、电流电压方程和电磁暂态过程。

在机电暂态过程中, 系统各发电机转子之间相对角度的变化是电力系统稳定性的主要标志。因此, 计算电力系统稳定, 必须求解发电机转子运动方程。参考书目[2]在156页~158页经推导得到了用标么值表示的转子运动方程

$$\left. \begin{aligned} T_J \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\Delta P}{\omega} = \Delta M \\ \frac{d\delta}{dt} &= (\omega - 1)\omega_0 \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

并对式中各文字符号作了说明。

要求解式(3-15)需先求出电磁转矩, 这需要先得到定子的电流和电压, 故需把描述发电机电动势和定子电流、电压之间关系的方程式与网络方程式联立求解。参考书目[3]在254页~256页经推导得到沿 d 、 q 轴方向的电流、电压方程式

$$\left. \begin{aligned} E_q &= V_q + I_q R_a + I_d X_d \\ 0 &= V_d + I_d R_a - I_q X_q \end{aligned} \right\} \quad (3-16)$$

式中 E_q 为空载电动势, 这里未考虑电磁暂态过程。此外, 参考书目[3]还给出了假定 E'_q 不变, 以及考虑电磁暂态过程的电流电压方程式。

参考书目[3]在259页对发电机五绕组模型, 按照规定的正方向及坐标系统, 列写了电磁暂态过程、磁链方程和电磁转矩方程式共11个。由于方程式中用到的电机参数不易取得, 并且定子回路的电磁暂态过程时间常数很小, 经适当简化后得到电磁暂态过程

方程式

$$\left. \begin{aligned} T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt} &= E_{fq} - [E'_q + I_d(X_d - X'_d)] \\ T''_{d0} \frac{dE''_q}{dt} &= -E''_q - I_d(X'_d - X''_d) + E'_q + T'_{d0} \frac{dE'_q}{dt} \\ T''_{q0} \frac{dE''_d}{dt} &= -E''_d + I_q(X_q - X''_q) \end{aligned} \right\} \quad (3-17)$$

此外，为了提高模拟的精度，必须计及饱和的情况，参考书目[3]也有介绍。

(二) 励磁调节系统的数学模型

励磁调节系统包括主励磁系统和励磁调节器。直流励磁机和交流励磁机都可用一阶惯性环节模拟。典型的晶闸管励磁调节器由量测滤波、综合放大、移相触发、可控整流及转子电压软负反馈等环节组成，前四个环节的时间常数很小而合并为一个一阶惯性环节；转子电压软负反馈的作用是为了提高励磁调节系统的稳定性并改善调节品质，其输出与转子电压的变化率成比例，因此它是一个惯性微分环节（或称实际的微分环节）。带有晶闸管励磁调节器的励磁系统是一个三阶的系统，参考书目[2]在171页给出其传递函数框图。

(三) 原动机调速系统的数学模型

原动机特性和调速器特性都对暂态过程中原动机的机械转矩产生影响，必须建立其数学模型。

对原动机特性的模拟一般采用比较简化的方法。水轮机动态特性计入了水锤效应，其动态特性用下式表示

$$P_T = \frac{1 - T_w p}{1 + 0.5 T_w p} \mu \quad (3-18)$$

式中， p 为微分算子， T_w 为水流时间常数， μ 为导水叶开度。汽轮机动态特性计入了蒸汽容积的影响，它可用下式表示

$$P_T = \frac{1}{T_{CH} p + 1} \mu \quad (3-19)$$

对于中间再热式汽轮机，需更精确地模拟，参考书目[3]在271页有介绍。

水轮机调速器主要有离心飞摆机械调速器及电气液压调速器两类；汽轮机液压调速器有旋转阻尼和高速弹簧片两种类型，为适应大功率中间再热机组的要求，功频电液调速器做了相应的改进。参考书目[3]对上述调速器均有介绍和分析。

(四) 电力负荷的数学模型

电力负荷是由感应电动机、同步电动机、整流设备以及照明、电热设备等组成的，它们分布于电力系统各处，各负荷结点的组成各不相同，不同类型的负荷特性相差甚远，这使得精确模拟十分困难。

在潮流计算、短路电流计算及稳定性计算中，负荷模型最简单的是采用恒定阻抗或恒定功率，也可以采用静态模型(例如二次多项式模型)。

更精确地模拟电力负荷的动态特性，是考虑感应电动机机械暂态过程(即滑差变化的影响)，而忽略电动机的电磁暂态过程，这对于电力系统稳定计算已有足够的精度。

二、电力系统暂态稳定计算

(一) 概述

1. 电力系统暂态稳定的概念

电力系统暂态稳定计算的主要目的是：确定系统受到大扰动(如短路故障、负荷瞬间发生较大突变、切除大容量发电、输电或变电设备等)以后，系统各发电机组是否能维持同步运行；分析影响电力系统暂态稳定的各种因素；研究提高电力系统暂态稳定的措施。

在电力系统遭受大扰动之后，系统的结构及参数发生变化，因而系统潮流及发电机出力发生变化。与此同时，原动机和调速系统因时间常数较大，其输出的机械功率延迟改变，导致发电机与原

动机之间的功率平衡被破坏，大轴上出现不平衡转矩，致使机组转速发生变化。由于遭受扰动后各发电机组的不平衡功率不同，且各机组的转动惯量不同，故各机组转速变化也不相同。这样，在各发电机转子之间将产生相对运动（又称为相对摇摆），这是暂态过程中最突出的现象。如果在暂态过程中，某些发电机之间的相对角度随时间不断增大，导致系统功率和电压的强烈振荡，使一些发电机和负荷不能继续运行，称为电力系统失去暂态稳定性。

为了判断遭受大扰动之后电力系统是否稳定，可计算出扰动后各发电机转子间相对角度随时间的变化曲线（又称摇摆曲线），根据这些曲线的变化规律即可进行判断（例如两机组间相对角度大于 180° 作为失去稳定的判据）。

2. 暂态稳定计算的数学模型、计算方法的一般描述

电力系统遭受大扰动后，除了大轴上功率不平衡引起发电机转子的摇摆过程之外，在电力系统中还伴随其他的暂态过程：发电机的电磁暂态过程和励磁调节系统的动态调节过程；原动机调速系统的动态调节过程；电力负荷的机械暂态过程等。这些暂态过程相互牵连，并在不同程度上影响摇摆过程。因此，在完整的电力系统暂态稳定计算中，其数学模型包括：发电机的机械暂态过程方程式、励磁调节系统方程式、原动机调速系统方程式、发电机电磁暂态方程式以及适当的电力负荷数学模型。电力网络的电磁暂态过程非常短暂可以忽略，因而采用代数方程。因此，描述电力系统暂态稳定计算的数学模型一般有如下形式：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= \Phi(X, Y) \\ 0 &= F(X, Y) \end{aligned} \right\} \quad (3-20)$$

式中，第一式为微分方程组，第二式为代数方程组， Y 为电力网络运行参数， X 为状态变量。

在电力系统暂态稳定计算过程中，由于电力网络的结构和参数可能因某些操作而改变；由于改善稳定性的某些措施动作（如投

入强行励磁、切机等),使得有关元件的结构或参数发生变化,需要相应修改式(3-20)中的某些方程式。

电力系统暂态稳定计算的实质是:以遭受大扰动时刻的运行状态作为初始状态(此时刻定为 $t=0s$),对式(3-20)的微分方程和代数方程运用某种数值解法,推算出 $t=0s$ 以后的系统运行状态的变化过程(据此可判断稳定与否),并及时根据系统故障的演变及操作去修改式(3-20)的具体内容。

电力系统暂态稳定计算的基本过程是:先用潮流计算程序算出扰动前系统的运行状态,求出电力网络的运行参数 $Y(0)$,并以此求出状态变量的初始值 $X(0)$;形成式(3-20)各方程;利用数值解法求出 (X_i, Y_i) ;判断系统是否稳定。参考书目[3]在292页给出了计算过程的基本程序框图,并做了说明。

对于一般电力系统,通常暂态过程的发展很快,在遭受扰动后 $1\sim 2s$ 之内就能判断系统是否失去稳定,因而其数学模型可以简化,这是本节的主要内容。在有远距离输电或弱联系的联合电力系统中,有时系统失去稳定的过程发展较慢,需计算到几秒甚至十秒以上才能作出判断,因而各元件需精确模拟,对此不作要求,参考书目[3]有详细介绍,有兴趣者可自行阅读。

(二) 暂态稳定计算用的网络数学模型

式(3-20)中有关元件动态特性及微分方程已如前述,这里只讨论电力网络的数学模型。和潮流、短路计算一样,在暂态稳定计算中电力网络可用阻抗矩阵或导纳矩阵来描述,这里着重讨论以导纳矩阵为基础的网络 $YV=I$ 。这里的导纳矩阵 Y 由电力网络的接线和参数决定,不包括发电机和负荷的参数。

1. 发电机结点与负荷结点的处理

在暂态稳定计算中,如能给出每一时刻的发电机及负荷向电力网络注入的电流,则容易求出电力网络的电压。但是,发电机及负荷的注入电流均与相应结点的电压有关,因此必须对网络方程作适当变换才能求解。

对发电机结点的处理方法,大致可归纳为三类:首先是忽略发电机的凸极效应,即近似认为 \dot{E}' 的幅值在计算过程中保持不变, \dot{E}' 的相角随发电机转子的摇摆而变化,一旦转子角度求出, \dot{E}' 就完全确定了。在暂态稳定计算过程较短和计算精度要求不高时,可以采用这种方法。其次,一般发电机存在着凸极效应,参考书目[3]对其影响进行了讨论,但考虑到暂态稳定过程较短时,可以忽略励磁调节系统的作用,近似认为 E' 。在计算过程中保持不变,网络方程的求解可以简化。作为第三类处理方法,在考虑发电机凸极效应的情况下,也可以像潮流计算一样,对网络方程采用迭代解法,参考书目[3]还介绍了一种可以加速收敛的凸极效应补偿法。

对于负荷结点的处理,采用不同的负荷模型有不同的处理方法:当负荷用恒定阻抗模拟时,可将该阻抗直接并入网络,这时相应的结点已转化为联络结点。当考虑异步电动机的机械暂态过程时,负荷仍然用阻抗来模拟,但这个阻抗要随滑差 s 而变化,使得网络导纳矩阵的对角元素在计算过程中不断变化。当负荷采用二次多项式静态模型时,电力网络的数学模型类似于考虑负荷静特性时的潮流计算情况,这时网络方程是非线性的,其求解需采用迭代解法,而前述的处理方法假设电力网络方程是线性的。

2. 网络操作及故障的处理

电力系统中发生的短路故障和断线情况绝大部分是不对称的,因此要涉及零序、负序网络。但在电力系统暂态稳定计算时,我们关心的是电力网络中各结点电压和电流的正序分量,一般不要求详细计算零序、负序网络中电压、电流的分布情况。因此在暂态稳定计算中,只需在正序网络中追加适当的综合等值阻抗,以模拟零序、负序网络的影响。参考书目[3]详细介绍了网络不对称故障的综合阻抗矩阵的基本概念和计算方法,有兴趣者可自行阅读。

对称的故障及操作的处理方法比较简单,它包括三相短路、三相断线,也包括电气制动电阻的自动投入、串联补偿电容的分组

投切等。处理的方法可以分为两类：一是所谓的横向对称故障或操作，例如三相短路和电气制动，可在该点与地之间追加一个小阻抗(或制动电阻)的支路来模拟。一是所谓的纵向对称故障或操作，例如三相断线和串联补偿电容的分组投切，可用前述的方法修改导纳矩阵。

(三) 电力系统暂态稳定计算

1. 计算程序概况和初值计算

对于地区性电力系统来说，失去暂态稳定的过程发展很快，分析扰动后第一个摇摆周期(一秒左右)就可判断电力系统是否能维持稳定运行。这时的暂态稳定计算可不考虑原动机调速系统的作用，而对于励磁调节系统的作用，可粗略地用发电机的暂态电动势 E'_0 或 E' 保持不变来模拟，采用这些简化条件的计算可称为简化的暂态稳定计算。

这种简化的暂态稳定计算在设计或运行中有广泛应用，例如研究电力系统运行方式和结线方式，计算输电线路的最大输送功率，确定系统故障切除的临界时间，以及研究某些提高电力系统稳定措施的效果等。

在简化的暂态稳定计算程序中，可以采用不同的数学模型，例如发电机采用 E'_0 或 E' 保持恒定，负荷采用恒定阻抗或考虑异步电动机转子机械暂态过程，电力网络采用阻抗矩阵或导纳矩阵等。在计算程序中也可采用不同的算法，例如求解代数方程(电力网络方程)采用直接解法或迭代解法，求解微分方程(这里只有转子运动方程)采用改进欧拉法或龙格-库塔法等。

由上述不同的数学模型和计算方法可以组合构成各种计算程序，整个计算程序包括两部分：第一部分做暂态稳定计算的准备工作，在输入原始数据之后根据潮流程序计算扰动前的运行参数作为初始条件，并修改导纳矩阵以适应暂态稳定计算的需要；第二部分做暂态稳定计算。参考书目[3]在324页给出了计算程序总框图，并作了说明，应当仔细阅读并掌握。

初值计算就是确定求解微分方程所需的初值,它包括扰动瞬间发电机的暂态电动势、转子角度、原动机的机械功率、以及综合负荷中电动机的滑差、等值导纳等。这些参数在扰动期间不会突变,可由扰动前的正常运行状态计算得到,根据潮流计算的结果,并根据参考书目[3]在326页推导的公式,就可确定所需的初始条件。

2. 常微分方程的数值解法

高阶微分方程容易转换为一阶微分方程组,因此掌握了一阶微分方程组的数值解法也就学会高阶微分方程的解法。一阶线性微分方程容易用积分方法求得通解,再根据初值可确定其特解。但工程实际问题的微分方程较复杂,其函数往往是不可积的,难以用解析的形式求出通解,而只能用数值解法。

对于非线性一阶微分方程 $\frac{dY}{dt} = f(Y, t)$, 数值解法从已知的初始状态 $(t=0, Y=Y_0)$ 开始, 离散地逐点求出和某一时间序列 $t_0, t_1, t_2, \dots, t_m$ 相对应的函数的近似值 $Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$, 故又称逐步计算法。参考书目[3]在311页~312页介绍了欧拉法, 它将积分曲线用折线代替, 而每段直线的斜率由该段的初值代入微分方程求得, 即 $\left. \frac{dY}{dt} \right|_i = f(Y_i, t_i)$, 对于第 $i+1$ 点函数值的递推公式为

$$Y_{i+1} = Y_i + \left. \frac{dY}{dt} \right|_i \cdot h \quad (3-21)$$

式中, h 为步长(即时间分段)。参考书目[3]还分析了由折线代替曲线造成的误差。

由于代替积分曲线的各折线段的斜率仅由相应段的起始点决定, 所以欧拉法的计算误差较大。如果各折线段的斜率取该时段起始点导数值与终点导数值的平均值, 可以期望得到较精确的计算结果, 改进欧拉法就是根据这个原则提出来的, 参考书目[2]在217页给出其递推公式, 参考书目[3]在314页有类似的表达式, 并讨论了误差情况。

改进欧拉法用 $[t_i, t_{i+1}]$ 区间两点的导数推算 Y_{i+1} , 这实际上拟

合了积分函数泰勒级数的前三项,因而减小了误差。可否利用 $[t_i, t_{i+1}]$ 区间上更多点的导数去推算 Y_{i+1} ,从而得到更精确的解?常用的四阶龙格-库塔法,用 $[t_i, t_{i+1}]$ 区间四个点的导数去推算 Y_{i+1} ,从而拟合了泰勒级数的前五项,显著提高了精度,但计算工作量也增大了。参考书目[3]在317页给出了四阶龙格-库塔法的递推公式。

微分方程的数值解法可分为显式解法与隐式解法两大类,上面介绍的都属于显式解法,从式(3-21)可以看出,公式等号的右端都是已知量,利用此递推公式可以直接计算出相应时段终点的函数值 Y_{i+1} 。隐式解法不给出递推公式,而是先把微分方程化为差分方程,然后利用求解差分方程来确定函数值 Y_{i+1} 。参考书目[3]介绍了这类方法中的隐式积分法。

3. 暂态稳定计算的流程

如前所述,暂态稳定计算分为两个部分,参考书目[3]在324页用图6-17给出暂态稳定计算的程序总框图,并介绍了计算程序的第一部分。

计算程序的第二部分,即进入机电暂态过程的计算后,首先用改进欧拉法求解微分方程。在简化的暂态稳定计算中,微分方程只包括各发电机的转子运动方程(和负荷电动机的转子运动方程),根据该时刻有无故障或操作做完处理后,即可求解微分方程。在对微分方程解的初值进行估算后,尚需转入对网络方程求解,然后再返回对微分方程的解进行终值计算,参考书目[3]在330页给出用改进欧拉法解微分方程的程序原理框图。

在用直接法求解网络方程时,每个时段也需要求解两次,分别对应于初值估算和终值计算,并可采取措施(例如消去联络结点,分块消去等)降低网络方程阶数,提高计算速度。

三、电力系统静态稳定计算简介

(一) 概述

电力系统静态稳定是指电力系统受到小扰动后,不发生自发

振荡或非周期性失步,自动恢复到起始运行状态的能力。电力系统中微小扰动的存在是经常的和绝对的,电力系统静态稳定是确定某个运行方式能否保持的问题,因此不稳定的运行方式在实际运行中是不可能存在的。这就要求电力系统的正常运行和事故后的稳态运行必须是静态稳定的,而判断某一运行方式是否稳定则是静态稳定计算的最基本的任务。为了保证电力系统安全、可靠地运行,要求具有一定的静态稳定裕度。此外,通过分析某些参数对静态稳定的影响,以寻找不稳定的根源及改善稳定性的途径、确定调节系统某些参数的整定值等,也是静态稳定计算的任务之一。

电力系统静态稳定计算主要有两种方法,一种是小振荡法,一种是实用算法。小振荡法的计算过程是:列写出描述电力系统运动的非线性微分方程组,将它进行线性化得到“一次近似”的微分方程组,再根据它的特征方程式的根的性质来判断稳定性。这种方法在理论上比较严格,它适用于任何系统并可考虑各种因素,但其计算工作量较大。实用算法利用对单机一无穷大系统和两机系统的分析结果,对多机系统进行适当简化,再根据系统结构的特点,采用不同的实用判据来判断系统的稳定性。这种方法有简化假定,限制了它的应用,但计算工作量小,适用于设计阶段,可以较快地对结果作出估计。除此之外,还可以应用暂态稳定计算程序来计算静态稳定问题,即根据求出的状态变量的变化曲线来判断稳定性,这是在时域进行研究,一般作辅助应用。

(二) 静态稳定实用算法简介

实用算法通常采用的假定条件是:不考虑自发振荡的产生(不考虑发电机的阻尼),系统只可能非周期地失去稳定;发电机以 E_q' 或 E' 保持恒定来模拟;不考虑原动机调速系统。实用判据是应用电力系统中某一运行参数对另一运行参数的导数的符号来判断稳定性。

如所周知,功率特性曲线的上升部分对应于稳定运行,各对

应运行点的 $\frac{dP}{d\delta} > 0$ ；下降部分的各运行点 $\frac{dP}{d\delta} < 0$ ，对应于不稳定运行，可应用 $\frac{dP}{d\delta}$ 来判断系统的稳定性。在临界点上 $\frac{dP}{d\delta} = 0$ ，即稳定极限运行情况，在单机一无穷大系统中，稳定极限与功率极限是一致的，可通过计算功率极限来求得稳定极限。在多机系统中，计算稳定极限时有一个重要概念——过渡方式，即如何从正常运行情况过渡到稳定极限运行。

当电力系统中无功功率不足，运行电压水平较低，如果某些结点的无功负荷的微小变化导致结点电压不断下降，即发生电压崩溃现象，这种电压不稳定在实用计算中用 $\frac{dQ}{dV}$ 来进行判断。当 $\frac{dQ}{dV} = 0$ 时为电压稳定极限，对应的运行电压 V_{LJ} 称为临界电压，为保证系统安全可靠地运行，各结点电压要高于 V_{LJ} 并有一定的裕度，要检验稳定裕度需计算 V_{LJ} 数值，在多机系统中同样要考虑过渡方式的问题。

（三）小振荡法的基本概念及分析方法

小振荡法的基本分析过程是：首先列写描述系统运动的方程组，它包括微分方程组和代数方程组；将这些方程组在所研究的运行点附近线性化，求出“一次近似”方程组（其系数与稳态运行参数有关）；消去其中的代数方程组，得到一组常系数线性微分方程；根据这一微分方程组的特征方程的根来判断系统的稳定性，稳定的充分必要条件是全部特征根都具有负实部。

在需要计算静态稳定裕度时，可以拟定过渡方式，使运行情况逐步恶化求得稳定极限，而稳定极限对应于特征根出现零根或纯虚根。

小振荡法在用系统简化模型计算时，不考虑原动机调速系统的影响，近似地用发电机某一内电动势保持恒定来模拟电磁暂态过程及励磁调节系统的作用，因此系统的微分方程组只由发电机的转子运动方程式组成。

如果考虑调节系统的作用,则需用到前述各元件的动态特性。由于网络中的电磁暂态过程不考虑,故相应的发电机定子绕组的电磁暂态过程也不考虑。而转子绕组的电磁暂态过程,可用定子绕组相应的暂态、次暂态电动势的变化来近似地模拟。再加上调节系统的暂态过程,全系统的微分方程组的阶数较高,经处理和推导后可得到 $p\Delta X=A\Delta X$, 应用 QR 方法可计算出 A 阵的所有特征根并判断稳定性。

在电力系统设计和运行中,如果要分析某些参数对稳定性的影响,可以采用灵敏度分析方法。它首先求出 A 阵的特征值及特征向量,然后计算当某个参数 α 有微小变化 $\Delta\alpha$ 时,相应的各特征值的变化 $\Delta\lambda_i$,即求出特征值对参数的变化率 $\lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \frac{\Delta\lambda_i}{\Delta\alpha} = \frac{\partial\lambda_i}{\partial\alpha}$, 这就是特征值对参数的灵敏度。经推导,特征值灵敏度的计算公式如下:

$$\frac{\partial\lambda_i}{\partial\alpha} = \frac{\left[\frac{\partial A}{\partial\alpha} X_i \right]^T V_i}{X_i^T V_i} \quad (3-22)$$

式中, $\frac{\partial A}{\partial\alpha}$ 为 A 对参数 α 的偏导数, X_i 、 V_i 为与特征值 λ_i 相对应的 A、 A^T 的特征向量。

小结

参考书目[2]介绍的电力系统稳定性的基本概念、基本方法要牢固掌握。本节重点介绍的电力系统暂态稳定计算,对其基本计算方法及程序框图要掌握。此外,本节指出的电力系统元件的动态特性及其描述、静态稳定计算涉及的内容,其基本概念要了解。

思考题

- 3-1 对电力系统运行的基本要求是什么?
- 3-2 什么是有功负荷最优分配?简述其计算方法与步骤。
- 3-3 简述电压调整与频率调整的差异。
- 3-4 简述三段式电流保护的配合关系。

- 3-5 简述电力系统监控系统的基本组成和功能。
- 3-6 结点导纳矩阵的物理意义及特性是什么？
- 3-7 导纳矩阵的稀疏特性及程序技巧有哪些？
- 3-8 简述形成导纳矩阵的程序框图。
- 3-9 列写潮流计算的基本方程。
- 3-10 简述牛顿-拉夫逊法的求解过程。
- 3-11 简述 P - Q 分解法的基本原理及特点。
- 3-12 用导纳矩阵如何计算对称短路时的短路电流？
- 3-13 什么是对称分量法？
- 3-14 简述单相接地时的不对称短路计算过程。
- 3-15 简述暂态稳定计算的一般过程。
- 3-16 四阶龙格-库塔法与改进欧拉法相比较有何特点？
- 3-17 试根据参考书目[2]给出的励磁调节系统传递函数框图列写出相应的方程式。
- 3-18 实用判据 $\frac{dP}{d\delta}$ 和 $\frac{dQ}{dV}$ 有何物理含义及用途？
- 3-19 简述小振荡法的基本计算过程。

参 考 书 目

- [1] 陈珩编. 电力系统稳态分析(第二版). 北京: 水利电力出版社, 1995
- [2] 李光琦编. 电力系统暂态分析(第二版). 北京: 中国电力出版社, 1995
- [3] 西安交通大学等合编. 电力系统计算. 北京: 水利电力出版社, 1978
- [4] 何市赞等编. 电力系统分析. 武汉: 华中理工大学出版社, 1995

第四章 电机学

第一节 变 压 器

一、基本内容和知识点

(一) 变压器的基本工作原理

变压器的工作是建立在电磁感应原理基础上的。主要的部件是铁心和绕组。在原绕组上外施一交流电压,便有电流 i_1 流入,因而在铁心中激励一交变磁通 Φ 。磁通同时也与副绕组相匝链,由于磁通 Φ 的交变作用,在副绕组中便感应出电动势 e_2 。绕组的感应电动势正比于它的匝数。因此只要改变副绕组的匝数,便能改变感应电动势 e_2 的数值。副绕组接上用电设备,便有电能输出。

(二) 变压器的额定值

变压器的额定值有额定电压、额定电流、额定容量及额定频率。额定容量同额定电压及额定电流的关系是:

对于单相变压器

$$S_N = U_{1N} \cdot I_{1N} \times 10^{-3} = U_{2N} \cdot I_{2N} \times 10^{-3} \quad \text{kVA} \quad (4-1)$$

式中 U_{1N} ——一次侧额定电压;

I_{1N} ——一次侧额定电流;

U_{2N} ——二次侧额定电压,是指空载电压;

I_{2N} ——二次侧额定电流。

对于三相变压器

$$S_N = \sqrt{3} U_{1N} \cdot I_{1N} \times 10^{-3} = \sqrt{3} U_{2N} \cdot I_{2N} \times 10^{-3} \quad \text{kVA} \quad (4-2)$$

在三相变压器中，额定电压都是指线电压，额定电流都是指线电流。

(三) 变压器的基本电磁理论

1. 主磁通和漏磁通

变压器中存在着主磁通和漏磁通。同时与一次和二次绕组相匝链的磁通，称为主磁通。由一次侧到二次侧的能量传递过程，依赖于主磁通的交变作用。分别与一次侧绕组或二次侧绕组单独相匝链的磁通称为漏磁通。漏磁通虽然也影响变压器的电磁过程(产生电压降)，但并不参与一次侧到二次侧的能量传递。

2. 电动势计算公式，变比，电动势平衡方程式

变压器接在电网上运行，铁心中的主磁通 Φ_m 是正弦变化的，其大小是由电网电压及频率及变压器一次侧绕组的匝数决定的。对于一台具体变压器， Φ_m 可以认为是常值，其关系是

$$\dot{U}_1 \approx -\dot{E}_1 = j4.44fN_1 \dot{\Phi}_m \quad (4-3)$$

式中 U_1 ——电网电压；

E_1 ——变压器一次侧感应电动势；

N_1 ——变压器一次侧绕组匝数；

f ——电网频率；

Φ_m ——铁心中主磁通的幅值。

主磁通在一次侧、二次侧绕组的感应电动势 \dot{E}_1 和 \dot{E}_2 为

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= -j4.44fN_1 \dot{\Phi}_m \\ \dot{E}_2 &= -j4.44fN_2 \dot{\Phi}_m \end{aligned} \quad (4-4)$$

式中 E_2 ——二次侧绕组感应电动势；

N_2 ——二次侧绕组匝数。

变压器一次侧、二次侧绕组的感应电动势之比等于变压器的变比 K ，而变压器运行时，由于绕组漏阻抗较小， $U_1 \approx E_1$ ， $U_2 \approx E_2$ ，因此

$$\frac{U_1}{U_2} \approx \frac{E_1}{E_2} = K \quad (4-5)$$

式中 K ——变压器的变比。

变压器一次绕组、二次绕组的漏磁通在绕组中的感应电动势可以看成是绕组中电流在电抗元件上漏磁压降的负值，这个电抗就是绕组的漏电抗，即

$$\dot{E}_{1\sigma} = -j \dot{I}_1 X_{1\sigma} \quad (4-6)$$

$$\dot{E}_{2\sigma} = -j \dot{I}_2 X_{2\sigma} \quad (4-7)$$

式中 $E_{1\sigma}, E_{2\sigma}$ ——分别为一次绕组、二次绕组漏磁通在绕组中感应电动势；

\dot{I}_1, \dot{I}_2 ——分别为一次绕组、二次绕组中的电流；

$X_{1\sigma}, X_{2\sigma}$ ——分别为一次绕组、二次绕组的漏电抗。

一次侧、二次侧的电动势平衡方程式为

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 (R_1 + jX_{1\sigma}) = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_{1\sigma} \quad (4-8)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 (R_2 + jX_{2\sigma}) = \dot{E}_2 - \dot{I}_2 Z_{2\sigma} \quad (4-9)$$

式中 R_1, R_2 ——分别为一次侧、二次侧绕组的电阻；

$Z_{1\sigma}, Z_{2\sigma}$ ——分别为一次侧、二次侧绕组的漏阻抗。

3. 磁通势平衡方程

变压器的负载对原绕组的作用是通过副绕组的磁通势起作用的。当副绕组电流 \dot{I}_2 增加时，副绕组的磁通势 $N_2 \dot{I}_2$ 倾向于改变铁心中的主磁通 $\dot{\Phi}_m$ 及感应电动势 \dot{E}_1 ，破坏了主绕组的电动势平衡关系。此时主绕组侧会自动增加一个电流分量 \dot{I}_{1F} ，产生磁通势 $N_1 \dot{I}_{1F}$ ，去抵偿副绕组侧磁通势 $N_2 \dot{I}_2$ 作用，使主绕组侧电动势得到新的平衡。因此，副绕组电流增加时，主绕组电流一定会伴随增加。通过电动势与磁通势的平衡关系，一定的能量从主绕组侧传送到副绕组侧。磁通势平衡方程为

$$N_1 \dot{I}_1 + N_2 \dot{I}_2 = N_1 \dot{I}_0 \quad (4-10)$$

式中 I_0 ——变压器的励磁电流。

也就是负载运行时，原、副边绕组磁通势的合成磁通势为励磁磁通势。

4. 等效电路及相量图

等效电路是分析计算变压器性能的一个最有效的工具。建立等效电路，必须采用归算的方法，即把实际的副绕组用一个和原绕组具有相同匝数的等效副绕组来代替（所谓等效副绕组，就是当副绕组更换后对变压器原边的运行丝毫没有影响）。经过归算后，由于原、副绕组匝数相同，故它们的电动势相同，因此就可能把它们联结成为一个等效电路。这样，变压器原来具有的两个电路和一个磁路的复杂问题可以简化成为一个等效的纯电路问题。这种归算方法只是人们处理问题的一种方法。归算以后的方程式表达形式和归算前相似，将归算后的副边各量加上一撇（'）

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1 Z_{1\sigma}$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - \dot{I}'_2 Z'_{2\sigma}$$

$$\dot{E}_1 = \dot{E}'_2$$

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0$$

由方程式和等效电路可以画出相量图。

基本方程式是电磁关系出发推导出来的，相量图是基本方程式的一种图示表示法，而等效电路则是从基本方程式出发用电路来模拟实际的变压器。三者是完全一致的，并且紧密地互相联系着。

5. 变压器的参数

激磁电抗 X_m 和漏电抗 $X_{1\sigma}$ 及 $X_{2\sigma}$ 是变压器的重要参数，电路中的每一个电抗都与磁场中的一个磁通相对应。 X_m 同主磁通对应。 $X_{1\sigma}$ 和 $X_{2\sigma}$ 则分别同原、副绕组的漏磁通相对应。由于主磁通沿铁心闭合，受磁路饱和影响，故 X_m 不是常数。漏磁通主要通过非磁性物质闭合，基本上不受铁心饱和的影响，所以 $X_{1\sigma}$ 和 $X_{2\sigma}$ 基本上是常数。对于已制成的变压器的参数可以通过空载试验与稳态短路试验求出。

（四）三相变压器

1. 三相变压器的分析方法及磁路结构

实际运行时,三相变压器各相之间的电流及电压都是对称的,因此可以从三相中取出任何一相,作为单相问题来研究。三相变压器需注意的特点是,磁路、联结组和谐波问题。在三相变压器计算时,首先找出每相的值,得出每相的结果,最后换算成线值。

三相变压器的两种基本型式为三相变压器组和三相心式变压器,三相心式变压器是一个Y联结的磁路,任何一个铁心中的磁通都经过其他两个铁心柱流回,而不另需独立的回路,用铁量少。三相变压器组每相磁路单独分开,互不关联,三相之间只有电的联系而无磁的联系。不同的磁路系统和线圈联结方法对空载电动势的波形有很大影响。

2. 三相变压器的联结组

高、低压侧之间相电动势的相位关系,由高、低压绕组的标号和绕向所决定。首端同极性,则相电动势同相位;首端异极性,则相电动势反相位。线电动势间的相位关系,除了绕向及标号这两个因素以外,还同三相绕组的连结方式有关。根据高、低压侧线电动势的相位差,把变压器的线圈联结分成各种不同的联结组。

3. 三次谐波磁通和电动势

三相变压器相电动势的波形与三相线圈的联结方法和三相磁路系统有关,为了得到正弦波相电动势,三相变压器组不能采用Y, y联结。

(五) 变压器的运行性能

1. 电压调整率

由于负载电流在变压器中产生电阻压降和漏抗压降,因此二次侧电压会随负载电流的增减而变化。二次侧端电压的变化用电压调整率来表示,它的计算公式为

$$\Delta U = U_X \sin \varphi_2 + U_r \cos \varphi_2 \quad (4-11)$$

式中 U_X ——电抗压降;

U_r ——电阻压降;

φ_2 ——负载功率因数角。

因此端电压的变化程度除与负载大小有关外，还受功率因数的影响。 ΔU 的大小表明了变压器运行时二次侧电压的稳定性。

2. 变压器的效率

输出功率与输入功率之比就是效率，即 $\eta = P_2/P_1$ ，效率表明变压器运行的经济性。效率的计算公式为

$$\eta = \frac{\beta S_N \cos \varphi_2}{\beta S_N \cos \varphi_2 + P_{Fe} + \beta^2 P_{KN}} \quad (4-12)$$

式中 β ——负载因数， $\beta \approx \frac{I_2}{I_{2N}}$ ；

P_{Fe} ——铁心损耗；

P_{KN} ——短路损耗。

当功率因数不变时，变压器的效率随负载而变化， $P_{Fe} = \beta^2 P_{KN}$ 时，变压器效率最大。

3. 并联运行

为了提高电能供应的经济性和可靠性，变压器总是并联在一起运行的。为了得到并联运行的理想情况，各变压器之间的变压比、联结组标号、阻抗电压等必须相等。

4. 变压器空载合闸电流

由于饱和剩磁的影响，变压器在空载合闸时，会产生很大的冲击电流，其数值可达稳态时空载电流的几十倍。这个冲击电流对变压器并无多大危害，但往往使过电流保护装置动作而跳闸。

5. 突然短路电流及机械力的基本概念

绕组处于漏磁场中，绕组中的电流与漏磁场相互作用而产生力。突然短路时，一般电力变压器短路电流能够达到额定电流的 30 多倍，绕组各部分可能因此受到强大的电磁力。

(六) 对称分量法

分析不对称运行最有效的工具是对称分量。它是将原来三个变量，例如三相不对称电流 \dot{I}_a ， \dot{I}_b ， \dot{I}_c ，用三个新的变量，即正序、负序和零序分量来代替。这三个新的变量组成了三个对称系统。此

时与三相对称运行情况相同，可以从中取出任何一相，作为单相问题来处理，最后把计算结果叠加起来，就得到原来不对称运行的三相值。变压器的不对称运行即用对称分量法来分析计算。

二、重点和难点

(一) 变压器基本理论是本节的重点内容，重点掌握变压器内部存在的电动势平衡关系和磁通势平衡关系。归算是建立变压器分析研究方法的重要概念。电动势平衡方程、相量图及等效电路是分析变压器性能的有力工具。对于等效电路中各参数的物理概念应清晰理解。根据空载试验及稳态短路试验数据，计算其参数，在工程上是一种常用方法，必须重点掌握。

(二) 三相变压器是一种最重要的变压器，三相变压器的研究方法及其特点是重点内容。

三相变压器的磁路系统和联结组是其二个重要特点。根据三相变压器联结组标号画出三相绕组的接线图，又根据三相绕组实际接线图确定联结组标号，在实际中很有用，应重点掌握。

(三) 变压器的运行特性、电压调整率及变压器效率的计算是重点内容。三相变压器并联运行的条件、方法及二台变压器并联运行时负荷分配必须掌握。

(四) 变压器空载合闸从物理概念上理解冲击电流产生的原因。变压器突然短路了解短路电流的数量概念及对变压器的影响。

三、例题分析

例 4-1 有一台 630kVA、35/6.6kV、50Hz 的单相变压器，空载试验与稳态短路试验数据如下表所示：

试验名称	电压加于	电 压	电 流	功 率
空载试验	低压侧	6.6kV	5.1A	3.8kW
短路试验	高压侧	2.27kV	17.2A	9.5kW

求：(1) 归算到高压侧的励磁阻抗及短路阻抗；

(2) 假定 $R_1 = R'_2$, $X_{1\sigma} = X'_{2\sigma}$, 绘出 T 型等效电路；

(3) 当低压侧接负载 $Z_L = 57 + j43.5$ 时，利用 T 型等效电路与简化等效电路求高压侧电流及其功率因数。

解

$$(1) \text{ 励磁阻抗 } Z_m = \frac{U_0}{I_0} = \frac{6\,600}{5.1} \Omega = 1\,294 \Omega$$

$$\text{励磁电阻 } R_m = \frac{P_0}{I_0^2} = \frac{3\,800}{5.1^2} \Omega = 146 \Omega$$

$$\text{励磁电抗 } X_m = \sqrt{Z_m^2 - R_m^2} = \sqrt{1\,294^2 - 146^2} \Omega = 1\,285 \Omega$$

$$\text{变压比 } K = \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{35}{6.6} = 5.3$$

归算到高压侧：

$$Z'_m = K^2 \cdot Z_m = 5.3^2 \times 1\,294 \Omega = 36\,348 \Omega$$

$$X'_m = K^2 \cdot X_m = 5.3^2 \times 1\,285 \Omega = 36\,095 \Omega$$

$$R'_m = K^2 \cdot R_m = 5.3^2 \times 146 \Omega = 4\,100 \Omega$$

利用稳态短路试验数据计算可得：

$$Z_k = \frac{U_k}{I_k} = \frac{2\,270}{17.2} \Omega = 132 \Omega$$

$$R_k = \frac{P_k}{I_k^2} = \frac{9\,500}{17.2^2} \Omega = 32.2 \Omega$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{132^2 - 32.2^2} = 128 \Omega$$

$$(2) X_{1\sigma} = X'_{2\sigma} = \frac{1}{2} X_k = \frac{1}{2} \times 128 \Omega = 64 \Omega$$

$$R_1 = R'_2 = \frac{1}{2} R_k = \frac{1}{2} \times 32.2 \Omega = 16.1 \Omega$$

T 型等效电路如图 4-1 所示：

(3) 负载阻抗 $Z_L = 57 + j43.5$ ，归算到高压侧以后，则

$$Z'_L = K^2 \cdot Z_L = 5.3^2 \times (57 + j43.5) = 1\,600 + j1\,222$$

T 型等效电路的总阻抗为

$$Z = (16.1 + j64) +$$

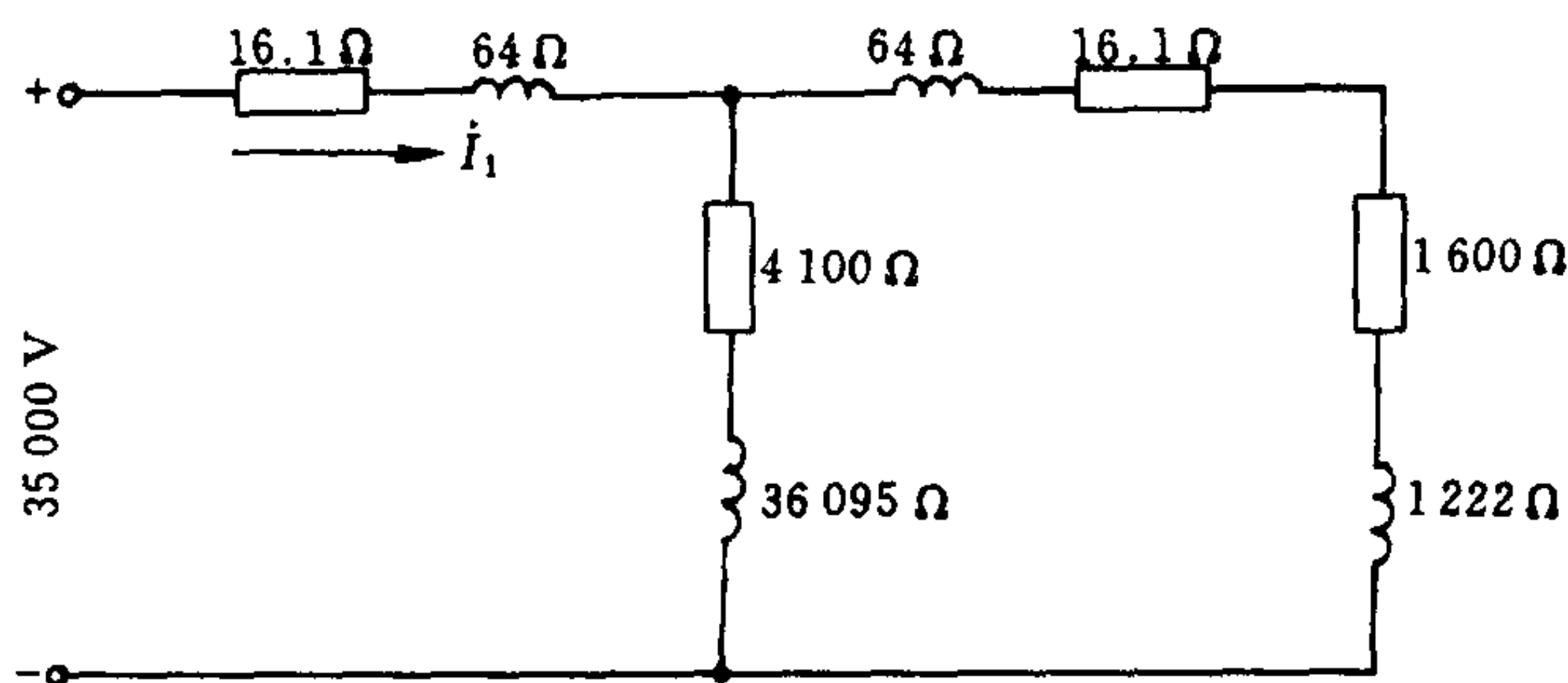


图 4-1 例 4-1T 型等效电路

$$\frac{(4\,100 + j36\,095)[(16.1 + j64) + (1\,600 + j1\,222)]}{(4\,100 + j36\,095) + (16.1 + j64) + (1\,600 + j1\,222)}$$

$$= 2\,040 \angle 42.2^\circ \, \Omega$$

高压侧电流为

$$I_1 = \frac{U_1}{Z} = \left| \frac{35\,000}{2\,040} \right| \text{ A} = 17.1 \text{ A}$$

高压侧功率因数为

$$\cos \varphi_1 = \cos 42.2^\circ = 0.74$$

利用简化等效电路：

总阻抗为

$$Z = Z_k + Z_L = [(32.2 + j128) + (1\,600 + j1\,222)] \Omega =$$

$$2\,118 \angle 39.59^\circ \, \Omega$$

高压侧电流为

$$I_1 = \frac{U_1}{Z} = \frac{35\,000}{2\,118} \text{ A} = 16.5 \text{ A}$$

高压侧功率因数为

$$\cos \varphi_1 = \cos 39.59^\circ = 0.77$$

例 4-2 试判断图 4-2 联结组的标号。

解 首先在绕组图上画出假定的电动势参考方向，如图中箭头所示。根据假定的电动势参考方向及高、低压侧的对应端，画出高、低压侧的相电动势相量图，如图 4-3 所示。

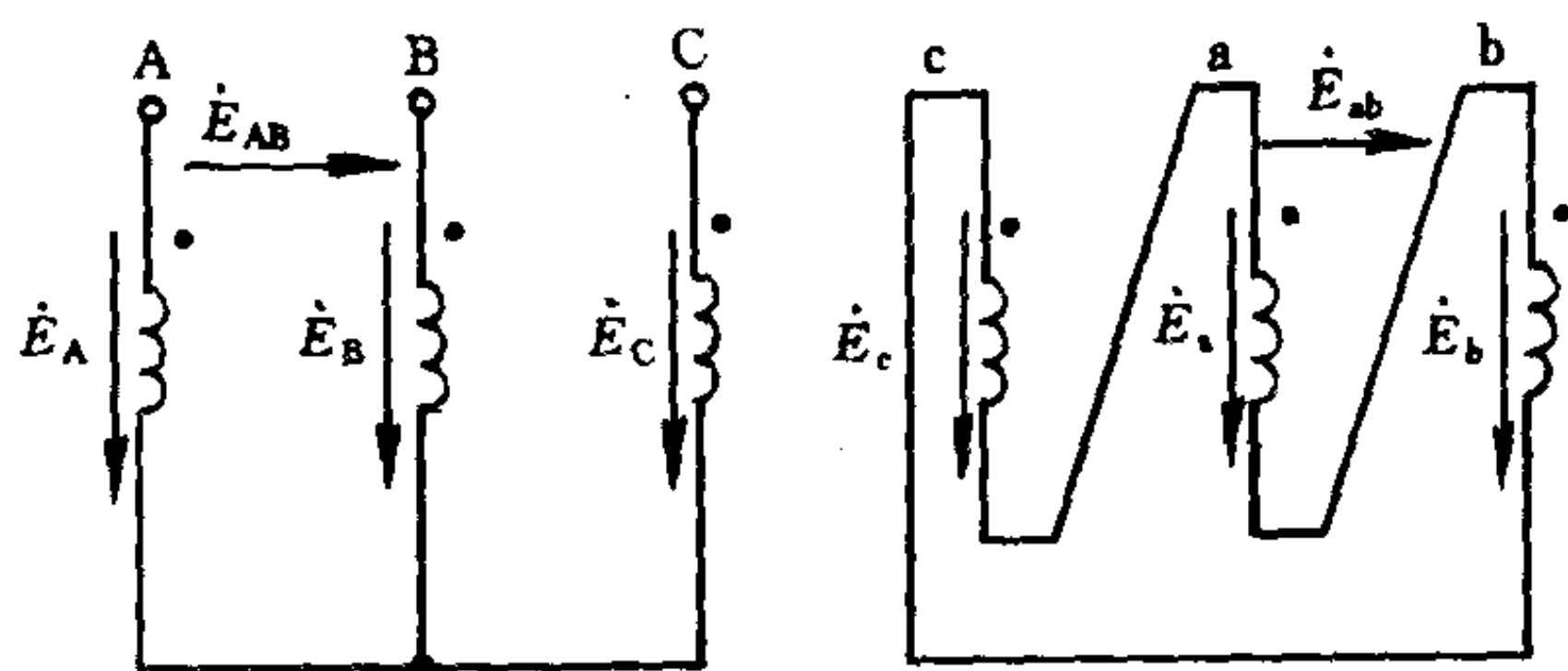
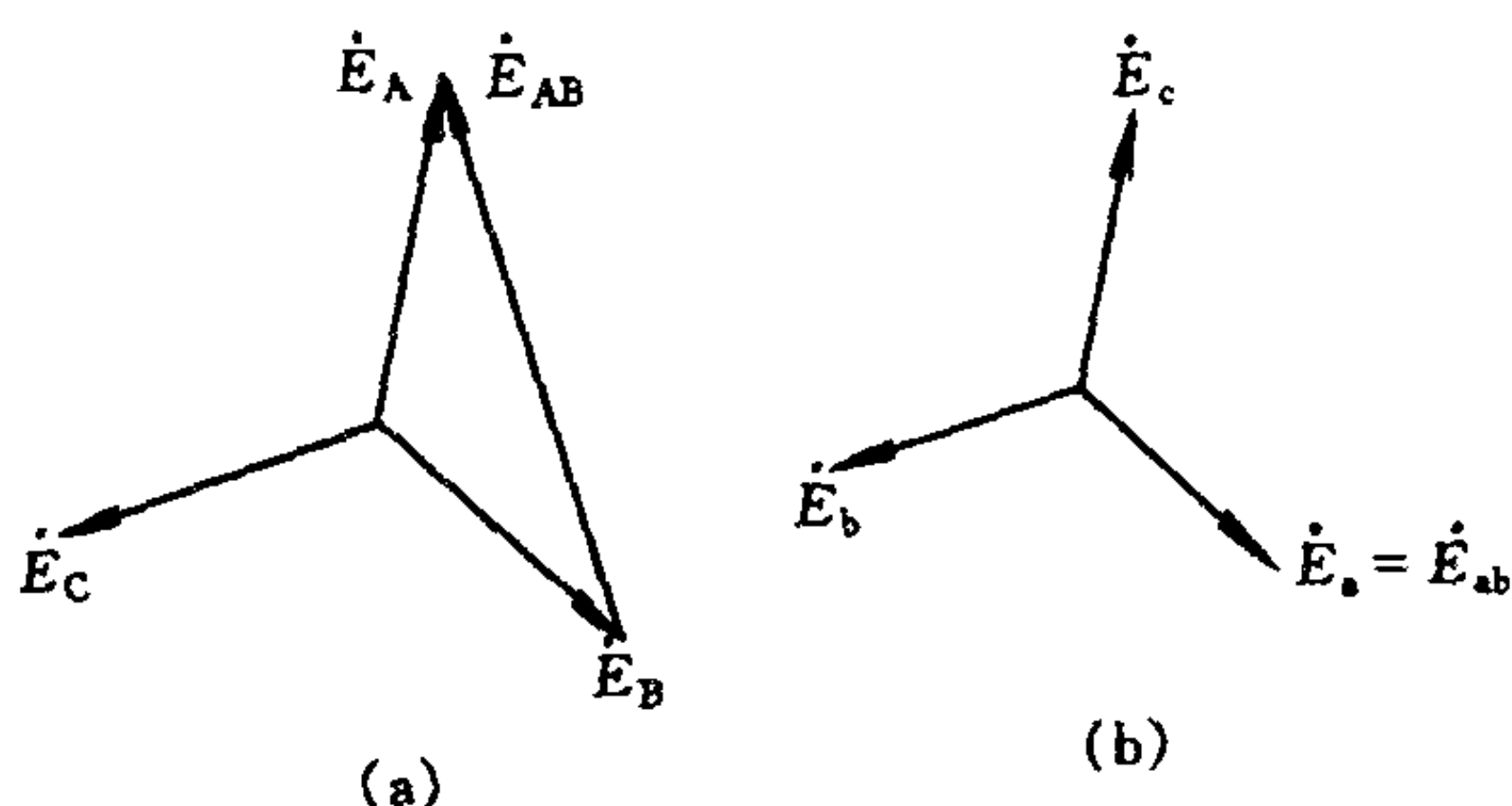


图 4-2 例 4-2 图示联结组



(a) 高压侧相电动势相量图

(b) 低压侧相电动势相量图

图 4-3 高、低压侧的相电动势相量图

从假定的电动势参考方向可以看出：对于高压侧， $\dot{E}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B$ ；对于低压侧， $\dot{E}_{ab} = \dot{E}_a$ 。 \dot{E}_{AB} 与 \dot{E}_{ab} 之间的夹角为 150° ，所以联结组的标号为 Y，d5。

例 4-3 应用例 4-1 中已经求得的参数，试计算：

- (1) $\cos \varphi_2 = 0.8$ (滞后) 的电压调整率；
- (2) $\cos \varphi_2 = 0.8$ (超前) 的电压调整率。

解 一次侧额定电流为

$$I_{1N} = \frac{S_N}{U_{1N}} = \frac{630 \times 10^3}{35 \times 10^3} \text{ A} = 18 \text{ A}$$

$$\text{即： } U_x = \frac{I_{1N} X_k}{U_{1N}} \times 100\% = \frac{18 \times 128}{35\,000} \times 100\% = 6.58\%$$

$$U_r = \frac{I_{1N} R_k}{U_{1N}} \times 100\% = \frac{18 \times 32.2}{35\,000} \times 100\% = 1.66\%$$

(1) $\cos \varphi_2 = 0.8$ (滞后) 时

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_x \sin \varphi_2 + U_r \cos \varphi_2 \\ &= 6.58\% \times 0.6 + 1.66\% \times 0.8 \\ &= 5.28\%\end{aligned}$$

(2) $\cos \varphi_2 = 0.8$ (超前) 时

$$\begin{aligned}\Delta U &= U_x \sin \varphi_2 + U_r \cos \varphi_2 \\ &= -6.58\% \times 0.6 + 1.66\% \times 0.8 \\ &= -2.62\%\end{aligned}$$

例 4-4 三相变压器额定数据为: $S_N = 1\,000\text{kVA}$, $U_{1N}/U_{2N} = 10\,000/6\,300\text{V}$, 绕组联结 Y, d11。已知空载损耗 $p_0 = 4.9\text{kW}$, 短路损耗 $P_{kN} = 15\text{kW}$ 。求:

(1) 当该变压器供给额定负载且 $\cos \varphi = 0.8$ (滞后) 时的效率;

(2) 当负载 $\cos \varphi = 0.8$ (滞后) 时的最高效率;

(3) 当负载 $\cos \varphi = 1$ 时的最高效率。

解

(1) 因负载因数 $\beta = 1$

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{S_N \cos \varphi}{S_N \cos \varphi + P_0 + P_{kN}} \times 100\% \\ &= \frac{1\,000 \times 0.8}{1\,000 \times 0.8 + 4.9 + 15} \times 100\% = 97.57\%\end{aligned}$$

(2) 最高效率时的负载因数为

$$\beta_m = \sqrt{\frac{P_0}{P_{kN}}} = \sqrt{\frac{4.9}{15}} = 0.571\,5$$

最高效率为

$$\begin{aligned}\eta_{\max} &= \frac{\beta_m S_N \cos \varphi}{\beta_m S_N \cos \varphi + P_0 + \beta_m^2 P_{kN}} \times 100\% \\ &= \frac{0.571\,5 \times 1\,000 \times 0.8}{0.571\,5 \times 1\,000 \times 0.8 + 2 \times 4.9} \times 100\% \\ &= 97.90\%\end{aligned}$$

(3) $\cos \varphi=1$ 时的最高效率(变压器可能运行的最高效率)

$$\begin{aligned}\eta_{\max} &= \frac{0.5715 \times 1000}{0.5715 \times 1000 + 2 \times 4.9} \times 100\% \\ &= 98.31\%\end{aligned}$$

第二节 直流电机

一、基本内容和知识点

(一) 直流电机的工作原理

1. 工作原理

直流电机是指发出直流电流的发电机, 或通以直流电流而转动的电动机。常用的直流电机是换向器式电机, 其电枢导体感应的电动势是交变的, 经过换向器和电刷作用才得到直流电压。为了得到平稳的直流电压, 电枢绕组由许多分布于电枢表面的线圈组成。

2. 重要结论

对直流发电机可以得到下面几个重要结论:

- (1) 电刷应该与位于几何中性线处的导体相接触;
- (2) 电枢绕组一定是一条闭合回路;
- (3) 电枢每根导体的感应电动势是交流的, 只是借换向器之助, 才在电刷上得到直流电动势。

电枢绕组是电机中的重要组成部件之一, 电磁——机械能量的转换, 就是通过电枢绕组而实现的。

3. 电机可逆性原理

如果转子输入机械能, 而电枢绕组输出电能, 这就是发电机运行, 即发电机是将机械能转换成电能。如果电枢绕组输入电能, 转子输出机械能, 这就是电动机运行, 即电动机是将电能转换成机械能。任何一台直流电机既可运行在发电机状态, 也可运行在电动机状态, 这就是电机运行的可逆性。电机可逆性原理, 不仅

适用于直流电机，也适用于交流电机。

(二) 直流电机的基本理论与直流发电机运行

1. 电枢反应

直流电机带上负载后，电枢里有电流流过，电枢电流产生的磁通势叫电枢磁通势。电枢磁通势的出现有可能使空载时的气隙每极磁通和气隙磁密分布波形发生变化，这种影响叫电枢反应。

研究电枢反应，可以得到下面两个结论：

(1) 考虑饱和影响后，磁场畸变会使每极磁通略有减少。

(2) 磁场畸变后，使换向器片间电压升高，严重时，会使换向器上出现火花。

消除电枢反应最有效的方法是采用补偿绕组，它安放在磁极表面之下，并与电枢回路相串联，而且磁场方向与电枢磁通势永远相反。

2. 感应电动势和电动势平衡方程式

在发电机及电动机中，均存在感应电动势 E_a ，它们都是由于电枢旋转时，导体切割磁通而产生。感应电动势公式为

$$E_a = C_e n \Phi \quad (4-13)$$

式中 C_e ——常数， $C_e = \frac{p \cdot N}{60a}$ ， p 极对数， N 电枢总导体数， a 并联支路对数；

n ——电枢转速；

Φ ——每极磁通。

在发电机中，感应电动势向外输出电流，电动势与电流方向相同，并且 $E_a > U$ 。在电动机中，感应电动势则反抗电流流入电枢绕组，电动势与电流方向相反，称为反电动势，并且 $E_a < U$ 。

发电机的电动势平衡方程式为

$$U = E_a - I_a R_a - 2\Delta U_s \quad (4-14)$$

式中 U ——端电压；

I_a ——电枢绕组电流；

R_a ——电枢回路总电阻；

$2\Delta U_s$ ——表示正负电刷的接触电压降落，在额定负载时，一般取 2V。

电动机的电动势平衡方程式为

$$U = E_a + I_a R_a + 2\Delta U_s \quad (4-15)$$

根据电动势平衡方程式，可以分析直流发电机及电动机的运行特性。

3. 损耗和效率

各种电机损耗和效率的性质大同小异，基本类似。

当原动机拖动发电机转动时，发电机输入机械功率的功率平衡方程式为

$$P_1 = P_2 + P_f + P_a + P_b + P_m + P_{Fe} \quad (4-16)$$

式中 P_1 ——输入机械功率；

P_2 ——输出电功率；

P_f ——励磁损耗；

P_a ——电枢绕组铜损耗；

P_b ——电刷接触压降而引起的损耗；

P_m ——机械损耗；

P_{Fe} ——铁心损耗。

输出功率 P_2 与输入功率 P_1 之比就是电机的效率 η ，即

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_1} \quad (4-17)$$

4. 电磁转矩

电枢上的载流导体处于磁场中，产生电磁转矩。在发电机中，电磁转矩是制动转矩，而在电动机中，电磁转矩为拖动转矩。电磁转矩表达式为

$$T = C_T I_a \Phi \quad (4-18)$$

式中 C_T ——常数， $C_T = \frac{p \cdot N}{2a\pi}$ ；

I_a ——电枢电流；

Φ ——每极磁通。

电磁功率为

$$P_M = T \cdot \Omega = E_a \cdot I_a \quad (4-19)$$

式中 Ω ——电机转子角速度。

它显示了机械功率与电磁功率间的转换关系。

直流发电机从原动机输入的拖动转矩 T_1 与发电机内部的电磁制动转矩 T_M 和空载制动转矩 T_0 相平衡，

$$T_1 = T_M + T_0 \quad (4-20)$$

该式是直流发电机的转矩平衡方程式。对于直流电动机，电动机的电磁拖动转矩 T_M 与机械负载制动转矩 T_2 和空载制动转矩 T_0 相平衡

$$T_M = T_2 + T_0 \quad (4-21)$$

该式是直流电动机的转矩平衡方程式。

5. 并励直流发电机电压建立及直流发电机的外特性

并励直流发电机的建压条件：有剩磁，励磁绕组接法正确，励磁绕组电阻小于建压临界电阻。

直流发电机主要的特性是外特性 $U = f(I)$ ，即当负载变化时，端电压的变化情况。对应于各种励磁方式，发电机外特性曲线的形状是有差异的。同一台直流发电机他励与并励时，外特性曲线是不一样的。他励时引起端电压下降的原因有二：一为电枢回路电阻上的压降；二为电枢反应的去磁效应。并励时，除上述两个原因外，尚有随着端电压的下降励磁电流也在减小，致使并励直流发电机电压下降更大一些。

(三) 直流电动机

表示直流电动机性能好坏的主要指标是：起动电流、起动转矩、调速范围及运行效率等。计算电动机性能时，主要依靠下面三个公式，即 $U = E_a + I_a \cdot R_a + 2\Delta U_s$ ， $E_a = C_e \cdot n \cdot \Phi$ ， $T = C_T I_a \Phi$ 。这里的 Φ 决定于励磁方式。励磁方式的不同，电动机的工作性能

有很大的差别。

1. 直流电动机的起动方法

直流电动机的起动特性根据电动势平衡方程式 $U = E_a + I_a R_a + 2\Delta U_s$, 考虑电动机起动瞬间 $n=0$, $E_a=0$ 的条件, 为了限制起动电流而必须采取降压起动或在电枢回路串联电阻的方法。

起动方法有全压起动、电枢回路串联电阻起动及降压起动。

在起动时, 为了得到尽可能大的起动转矩, 应使主磁通尽可能大些。起动时, 必须将串联在磁场回路内的电阻全部切除, 以使励磁电流有最大的数值。

2. 直流电动机的工作特性与机械特性

工作特性是表征电动机的转速 n , 电磁转矩 T , 效率 η 与输出功率 P_2 之间的关系。并励电动机在负载变化时其转速基本不变, 而串励电动机的转速则随着负载的增加而急剧下降, 空载或负载很轻时有飞速的危险。复励电动机的特性介乎二者之间。串励电动机不允许空载运行, 并励电动机磁场回路绝对不能开路。

机械特性表征电动机最重要的两个物理量——转速和转矩之间的关系

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_a}{C_e \cdot C_T \cdot \Phi^2} \cdot T \quad (4-22)$$

式中 n ——直流电动机的转速;

T ——直流电动机的电磁转矩。

从机械特性可以了解电动机与已知负载的机械特性是否匹配, 整个机组能否稳定运行。改变电动机的端电压、在电枢回路串接电阻以及改变励磁电流均可改变电动机的机械特性。

3. 直流电动机的调速及稳定运行条件

调速实际上是用改变外施电压 U , 改变励磁电流 I_f 和改变串接于电枢回路的电阻等方法来改变电动机的机械特性, 使它与负载的机械特性有不同的交点, 从而获得不同的转速。

判断机组能否稳定运行的一般法则是:

$\frac{dT_2}{dn} > \frac{dT}{dn}$ 能够稳定运行； $\frac{dT_2}{dn} < \frac{dT}{dn}$ 不能稳定运行。

在一般负载情况下，只要电动机的机械特性是下降的，整个机组就能够稳定运行。

二、重点和难点

(一) 直流电机工作原理中，换向器的作用，导体电动势与电刷电动势的区别，电枢绕组为自成闭路，电刷位置对电机性能的影响是重要的概念。

(二) 直流电机电枢反应概念及对电机性能的影响应有所了解。

(三) 各种直流电机尤其是各种直流电动机(他励,并励,串励及复励)的特性是本节中重点内容,必须牢固掌握。改变励磁方式并不改变基本方程,但对工作特性却有显著的影响。

(四) 并励直流发电机自励条件、感应电动势大小正比转速 n 和每极磁通 Φ , 电磁转矩正比于电枢电流 I_a 和每极磁通 Φ , 应透彻了解。同一台直流电机可以运行在发电机状态,也可以运行在电动机状态。

(五) 直流电动机不仅掌握调速的方法,而且要弄清调速的物理过程,即调速过程中电流、转矩及转速的动态变化过程。

三、例题分析

例 4-5 一台额定功率为 20kW 的并励直流发电机, 额定电压 230V, 额定转速 1 500r/min, 电枢回路总电阻 R_a 为 0.156Ω , 励磁回路总电阻 R_f 为 73.3Ω , 已知机械损耗和铁耗 $P_m + P_{fe}$ 为 1kW, 求额定负载情况下绕组的铜损耗、电磁功率、总损耗及效率各为多少?

$$\text{解 } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{20 \times 10^3}{230} \text{A} = 86.96 \text{A}$$

$$I_f = \frac{U_N}{R_f} = \frac{230}{73.3} \text{A} = 3.14 \text{A}$$

$$I_a = I_N + I_f = (86.96 + 3.14) \text{ A} = 90.1 \text{ A}$$

$$P_a = R_a \cdot I_a^2 = 0.156 \times 90.1^2 \text{ W} = 1\,266 \text{ W}$$

$$P_f = R_f \cdot I_f^2 = 73.3 \times 3.14^2 \text{ W} = 723 \text{ W}$$

$$P_M = P_2 + P_f + P_a = (20 \times 10^3 + 723 + 1\,266) \text{ W} \\ = 21\,989 \text{ W}$$

$$\Sigma P = P_m + P_{fe} + P_f + P_a + P_\Delta \\ = P_m + P_{fe} + P_f + P_a + P_2 \times 1\% \\ = (1\,000 + 723 + 1\,266 + 20 \times 10^3 \times 1\%) \text{ W} \\ = 3\,189 \text{ W}$$

$$P_1 = P_2 + \Sigma P = (20 \times 10^3 + 3\,189) \text{ W} = 23\,189 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{20 \times 10^3}{23\,189} \times 100\% = 86.25\%$$

例 4-6 一台串励直流电动机，在某一制动转矩时， $n = 1\,000 \text{ r/min}$ ， $I_a = 40 \text{ A}$ 。如果制动转矩增加到 4 倍，则电流及转速应为多少？该电动机电枢电阻与励磁绕组电阻之和为 0.1Ω ，线路电压为 115 V 。分析时假定磁路不饱和，并略去电枢反应的去磁作用。

解 由 $T = C_T \Phi I_a$ 可知，当磁路不饱和时，

$\Phi \propto I_a$ ，所以 $T \propto I_a^2$

转矩上升 4 倍，电流便上升 2 倍，即

$$I'_a = 80 \text{ A}$$

当 $I_a = 40 \text{ A}$ ， $n = 1\,000 \text{ r/min}$ 时，由于

$$E_a = U - I_a \cdot R_a - 2\Delta U_s \\ = (115 - 40 \times 0.1 - 2) \text{ V} \\ = 109 \text{ V}$$

$$\text{所以 } C_e \Phi = \frac{E_a}{n} = \frac{109}{1\,000} = 0.109$$

因为 $\Phi \propto I_a$

所以 $I'_a = 80 \text{ A}$ 时， $C_e \Phi' = 2 \times 0.109 = 0.218$

$$E'_a = U - I'_a R_a - 2\Delta U_s \\ = (115 - 80 \times 0.1 - 2) \text{ V}$$

$$=105 \text{ V}$$

$$n' = \frac{E'_a}{C_e \Phi'} = \frac{105}{0.218} = 481 \text{ r/min}$$

例 4-7 一台他励直流电动机，带有恒转矩负载，额定功率 $P_N = 22\text{kW}$ ，额定电压 $U_N = 220\text{V}$ ，额定电流 $I_N = 115\text{A}$ ，额定转速 $n_N = 1\,500 \text{ r/min}$ ，电枢回路总电阻 $R_a = 0.1\Omega$ ，忽略空载转矩 T_0 ，电动机带额定负载运行时，要把转速降到 $1\,000\text{r/min}$ 。（忽略电刷和换向器接触电阻）

求：（1）采用串电阻法需串多大电阻？

（2）采用降压法时， U 应降到多少？

（3）两种情况下的 P_1 、 P_2 各为多少？

解

（1）电机带有恒转矩负载，忽略空载转矩，所以

$$T = C_T \Phi I_a \text{ 恒定}$$

即 $I_a = I_N = 115\text{A}$ 恒定不变，

$$E_a = U - R_a I_a = C_e \Phi n$$

$$C_e \Phi = \frac{U - R_a I_a}{n} = \frac{220 - 0.1 \times 115}{1\,500} = 0.139$$

转速降到 $1\,000\text{r/min}$ 时，

$$E'_a = U - I_a (R_a + R_p) = C_e \Phi n'$$

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{U - C_e \Phi n'}{I_a} - R_a \\ &= \left(\frac{220 - 0.139 \times 1\,000}{115} - 0.1 \right) \Omega \\ &= 0.604 \Omega \end{aligned}$$

（2）因 T 不变， Φ 不变， I_a 不变，所以

$$\begin{aligned} U'_1 &= E'_a + I_a R_a = C_e \Phi n' + I_a \cdot R_a \\ &= (0.139 \times 1\,000 + 115 \times 0.1) \text{V} \\ &= 150.5 \text{V} \end{aligned}$$

（3）当 $n_N = 1\,500 \text{ r/min}$ 时，

$$P_2 = P_N = 22 \text{ kW}$$

$$T_2 = \frac{P_N}{\Omega} = \frac{22\,000}{2\pi \times \frac{1\,500}{60}} = 140.1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

当 $n = 1\,000 \text{ r/min}$ 时,

$$P_2 = T_2 \cdot \Omega = 140.1 \times \frac{1\,000}{60} \times 2\pi = 14\,670 \text{ W}$$

对于第一种情况

$$P'_1 = 220 \times 115 \text{ W} = 25\,300 \text{ W}$$

对于第二种情况

$$P''_1 = 150.5 \times 115 \text{ W} = 17\,308 \text{ W}$$

例 4-8 一台并励直流电动机, $P_N = 10 \text{ kW}$, $U_N = 220 \text{ V}$, $I_{fN} = 1.17 \text{ A}$, $\eta_N = 84.5\%$, $n_N = 1\,500 \text{ r/min}$, 电枢回路电阻(包括电刷接触电阻) $R_a = 0.316 \Omega$, 电机拖动恒定不变的负载转矩且在额定运行情况下, 调节励磁电阻使磁通减少 15% , 试求:

- (1) 磁通突然减少瞬间的电枢电流;
- (2) 电动机进入新的稳定运行后的电枢电流和转速。

解 $P_N = U_N I_N \eta_N$

$$\begin{aligned} \text{额定电流 } I_N &= \frac{P_N}{U_N \cdot \eta_N} \\ &= \frac{10 \times 10^3}{220 \times 84.5\%} \text{ A} \\ &= 53.79 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{额定电枢电流 } I_{aN} &= I_N - I_{fN} \\ &= (53.79 - 1.17) \text{ A} \\ &= 52.62 \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{额定电枢电动势 } E_{aN} &= U_N - R_a \cdot I_{aN} \\ &= (220 - 0.316 \times 52.62) \text{ V} \\ &= 203.37 \text{ V} \end{aligned}$$

- (1) 磁通突然减少瞬时, 转速因惯性未变

此时 $E_a \propto \Phi$

$$\begin{aligned}
 E_a &= E_{aN} \times 85\% \\
 &= 203.37 \times 85\% \\
 &= 172.87 \text{ V}
 \end{aligned}$$

因 $U_N = E_a + R_a I_a$, 所以

$$\begin{aligned}
 I_a &= \frac{U_N - E_a}{R_a} \\
 &= \frac{220 - 172.87}{0.316} \text{ A} \\
 &= 149.16 \text{ A}
 \end{aligned}$$

(2) 因为负载转矩未变,

$T = T'$ (磁通改变前后电磁转矩未变)

$$C_T \Phi_N \cdot I_{aN} = C_T I'_a \Phi' = C_T I'_a 85\% \cdot \Phi_N$$

$$I'_a = \frac{I_{aN}}{85\%} = \frac{52.62}{85\%} \text{ A} = 61.91 \text{ A}$$

$$\begin{aligned}
 E'_a &= U_N - R_a \cdot I'_a \\
 &= (220 - 0.316 \times 61.91) \text{ V} \\
 &= 200 \text{ V}
 \end{aligned}$$

因 $E_{aN} = C_e n_N \Phi_N$

$$E'_a = C_e n' \Phi' = C_e n' \cdot \Phi_N 85\%$$

$$\frac{E_{aN}}{E'_a} = \frac{C_e n_N \Phi_N}{C_e n' \cdot \Phi_N 85\%}$$

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } n' &= \frac{E'_a \cdot n_N}{E_{aN} \cdot 0.85} = \frac{200 \times 1500}{203.37 \times 0.85} \\
 &= 1735 \text{ r/min}
 \end{aligned}$$

第三节 交流电机的电动势、绕组及磁通势

一、基本内容和知识点

(一) 交流绕组中的感应电动势

1. 感应电动势的有效值

相绕组基波电动势有效值

$$E_1 = 4.44 f N_1 K_{w1} \Phi_m \quad (4-23)$$

式中 f ——感应电动势频率；

N_1 ——每相串联匝数；

Φ_m ——每极磁通；

K_{w1} ——相对基波磁场绕组因数， $K_{w1} = K_{y1} \cdot K_{q1}$ 。

节距因数 $K_{y1} = \cos \frac{1}{2} \beta < 1$ ，这是因为短距线圈的两个圈边并不同时位于磁极中心之下，电动势达到最大值的时间有先后，因而短距线圈中的总电动势就不像整距线圈那样为导体电动势的两倍，而是略小一些数值。 K_{y1} 就表示了短距线圈电动势的减少程度。

分布因数 $K_{q1} = \frac{\sin \frac{1}{2} q \cdot \alpha}{q \sin \frac{1}{2} \alpha} < 1$ ，这是因为 q 个分布线圈的电动势不同相，按相量相加而求得的总电动势就不像集中绕组那样是一个线圈电动势的 q 倍，而是略小一些的数值。 K_{q1} 就表示了分布绕组电动势的减少程度。

2. 基波感应电动势的频率

$$f_1 = \frac{p \cdot n_1}{60} \quad (4-24)$$

式中 p ——磁极对数；

n_1 ——磁场转速。

3. 感应电动势的波形

气隙中磁通密度分布波形决定了导体中感应电动势的波形。对于交流绕组中的感应电动势，为了获得正弦波形，采用绕组的短距、分布以及三相连接来削弱谐波电动势。

(二) 交流绕组

三相绕组的构成原则是力求获得较大的基波电动势而尽量削弱谐波电动势，并保证电动势对称，同时还应考虑节省材料和工

艺方便。

(三) 交流绕组的磁通势

1. 单相绕组的磁通势——脉动磁通势

(1) 单相绕组磁通势的特点

磁通势轴线(即磁通势幅值所在的位置)在空间固定不动,而各点磁通势的大小则随着时间在变化。

(2) 一个在空间按正弦分布,且振幅随时间作正弦变化的脉动磁通势,可以分解为两个以相同速率但向相反方向旋转的圆形旋转磁通势。

2. 三相绕组的磁通势——旋转磁通势

(1) 三相绕组磁通势的特点

① 转速为 $n_1 = 60 \frac{f_1}{p}$, 称基波旋转磁通势的转速, n_1 为同步转速。

② 轴线总是与电流达到最大值的那一相绕组的中心线相重合。

③ 转向总是从超前电流的相转向滞后电流的相。

④ 对称的三相绕组通入三相对称电流,三相旋转磁通势的幅值为单相脉动磁通势最大幅值的 $3/2$ 倍,其中 $1/2$ 是由每相的脉动磁通势分解为两个旋转磁通势得来,其中 3 则是由三相相加而得到。

(2) 对称 m 相绕组通入 m 相对称电流产生的旋转磁通势

它的幅值为单相脉动磁通势最大幅值的 $m/2$ 倍,其幅值为

$$F_m = \frac{m}{2} 0.9 \frac{NI}{p} \quad \text{单位为 A} \quad (4-25)$$

3. 交流绕组的磁通势和电动势共性及特点

在学习交流电机绕组的磁通势时,应注意和电动势对比,就是说,要注意它们的共性和特点。电动势和磁通势既然是同一绕组中发生的电磁现象,那么绕组的短距、分布将同样地影响电动势和磁通势的大小与波形,这是共性。但是不论导体电动势还是相电动势,仅是时间的函数(即大小随时间变化);而磁通势既是

时间的函数又是空间的函数，这是交流绕组磁通势的特点。

二、重点和难点

(一) 交流绕组感应电动势公式推导过程及分布因数 K_{q1} 、节距因数 K_{y1} 的物理意义是本节的重点内容，同时应明确影响电动势大小、频率、相位与波形的各因素。

(二) 旋转磁通势是电机理论中十分重要的概念

1. 掌握旋转磁通势大小、转向、转速及相位。
2. 掌握一个脉振磁通势可以等效地用两个振幅相等，转向相反的旋转磁通势来代替的概念。

3. 掌握绕组因数 K_{w1} 既可以适用电动势计算公式又可适用于磁通势计算公式的理由。

(三) 交流绕组产生的磁通势是一个空间函数，又是时间函数，这一概念是本节的难点。

分析交流电机绕组产生的磁通势大小及波形这一问题时，要从两方面来考虑：首先是绕组在定子空间所在的位置，即所谓空间问题；再考虑该绕组流过的电流，在时间上是如何变化的问题。绕组在空间的位置，也就是该绕组里电流在空间的分布，当然由电流产生的磁通势就有个空间分布的问题。但是流过绕组的电流，在不同的时间里，大小又是不一样的。可见产生的磁通势，随着时间的不同，又是有区别的。因此可以说：交流绕组产生的磁通势，既是空间函数，又是时间函数。若流过的电流是正弦电流，这样磁通势又可以用相量来表示，即交流绕组的磁通势是时间相量又是空间相量。

三、例题分析

例 4-9 一台三相同步发电机， $f=50\text{Hz}$ ， $n=1\,000\text{r/min}$ ，定子铁心长 $l=40.5\text{cm}$ ，定子铁心内径 $D=270\text{cm}$ ，定子槽数 $z=72$ ， $y_1=10$ 槽，每相串联匝数 $N=144$ ，磁通密度的空间分布波形的表

示式为 $B = 7\,660 \times 10^{-4} \sin x \text{ T}$ 。试求：

- (1) 绕组因数 K_{w1} ；
- (2) 每相感应电动势的有效值。

解

$$(1) \quad f = \frac{pn}{60}$$

$$\text{所以 } p = \frac{60f}{n} = \frac{60 \times 50}{1\,000} = 3$$

$$\tau = \frac{z}{2p} = \frac{72}{2 \times 3} = 12 (\text{槽})$$

$$\beta = (\tau - y_1) \cdot \frac{\pi}{\tau} = (12 - 10) \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$$K_{y1} = \cos \frac{1}{2} \beta = \cos \left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \right) = 0.965\,9$$

$$q = \frac{z}{2pm} = \frac{72}{2 \times 3 \times 3} = 4$$

$$\alpha = \frac{p \cdot 360^\circ}{z} = \frac{3 \times 360^\circ}{72} = 15^\circ$$

$$K_{q1} = \frac{\sin q \cdot \frac{\alpha}{2}}{q \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin 4 \times \frac{15^\circ}{2}}{4 \sin \frac{15^\circ}{2}} = 0.957\,7$$

$$\text{所以 } K_{w1} = K_{y1} \cdot K_{q1} = 0.965\,9 \times 0.957\,7 = 0.925\,0$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \Phi_m &= B_p \cdot l \cdot \tau = \left(\frac{2}{\pi} \cdot B_m \right) \times l \cdot \frac{\pi D}{2p} \\ &= \frac{B_m \cdot D \cdot l}{p} \\ &= \frac{(7660 \times 10^{-4}) \times (270 \times 10^{-2}) \times (40.5 \times 10^{-2})}{3} \text{ Wb} \\ &= 0.28 \text{ Wb} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 4.44 f N \Phi_m K_{w1} \\ &= 4.44 \times 50 \times 144 \times 0.28 \times 0.925\,0 \\ &= 8\,280 \text{ V} \end{aligned}$$

例 4-10 有一台三相同步发电机， $P_N = 6\,000 \text{ kW}$ ， $U_N =$

6.3kV, $\cos \varphi = 0.8$, $2p=2$, Y 接法, $Z=36$ 槽, $N=72$ 匝, $q=6$, $y_1=15$ 槽, $f=50\text{Hz}$, $I=I_N$ 。试求:

- (1) 一相绕组所产生的基波磁通势幅值;
- (2) 三相绕组所产生的合成磁通势的基波幅值及其转速。

解

$$(1) \quad \tau = \frac{z}{2p} = \frac{36}{2} = 18 (\text{槽})$$

$$\beta = (\tau - y_1) \cdot \frac{\pi}{\tau} = (18 - 15) \times \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{6}$$

$$K_{y1} = \cos \frac{1}{2}\beta = \cos \left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{6} \right) = 0.9659$$

$$\alpha = \frac{p \cdot 360^\circ}{z} = \frac{1 \times 360^\circ}{36} = 10^\circ$$

$$K_{q1} = \frac{\sin q \cdot \frac{\alpha}{2}}{q \cdot \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{\sin \left(6 \times \frac{10^\circ}{2} \right)}{6 \sin \frac{10^\circ}{2}} = 0.9561$$

$$K_{w1} = K_{y1} \cdot K_{q1} = 0.9659 \times 0.9561 = 0.9235$$

$$I = I_N = \frac{P_N}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi_N} = \frac{6000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 6.3 \times 10^3 \times 0.8} \text{A} = 687.32 \text{A}$$

$$F_\phi = 0.9 \frac{I \cdot N}{p} K_{w1} = 0.9 \times \frac{687.32 \times 72}{1} \times 0.9235 \text{A}$$

$$= 41131.2 \text{A}$$

$$(2) \quad F'_\phi = \frac{3}{2} F_\phi = 41131.2 \times \frac{3}{2} = 61696.8 \text{A}$$

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{1} = 3000 \text{r/min}$$

例 4-11 图 4-4 是一个空间相隔 90 电角度的两相绕组, 它们的每相匝数为 N , 绕组因数为 K_{w1} , 极对数为 p 。如果通入的电流为

$$i_A = I_m \cos \omega t$$

$$i_B = I_m \cos(\omega t - 90^\circ)$$

试计算两相绕组合成磁通势的幅值、转速,

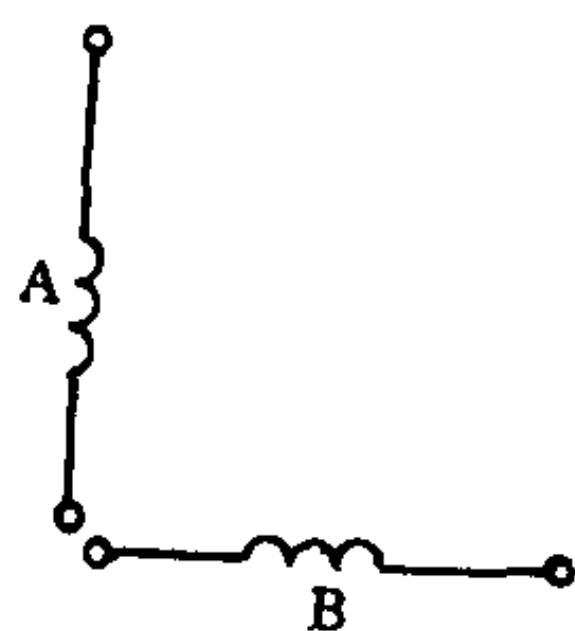


图 4-4 空间相隔 90 电角度两相绕组

并指明磁通势的旋转方向。

$$\text{解 } F_{\phi} = 0.9 \frac{I \cdot N}{p} \cdot K_{w1} = 0.9 \frac{I_m \cdot N}{p} \cdot K_{w1}$$

$$f_A(x, t) = F_{\phi} \cos x \cos \omega t$$

$$f_B(x, t) = F_{\phi} \cos(x - 90^{\circ}) \cos(\omega t - 90^{\circ})$$

$$f_A(x, t) = \frac{1}{2} F_{\phi} \cos(x - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi} \cos(x + \omega t)$$

$$f_B(x, t) = \frac{1}{2} F_{\phi} \cos(x - \omega t) + \frac{1}{2} F_{\phi} \cos(x + \omega t - 180^{\circ})$$

$$\begin{aligned} f(x, t) &= f_A(x, t) + f_B(x, t) \\ &= F_{\phi} \cos(x - \omega t) \end{aligned}$$

$$\text{所以合成磁通势幅值为 } F_{\phi} = 0.9 \frac{I_m \cdot N}{\sqrt{2} p} \cdot K_{w1}$$

$$\text{转速 } n = \frac{60f}{p} = \frac{60}{p} \cdot \frac{\omega}{2\pi} (\text{r/min})$$

磁通势旋转方向为顺时针方向，
从 A 相绕组转向 B 相绕组。

例 4-12 有一个三相单层同心式绕组， $2p=2$ ， $z=24$ 槽，属于同一相带的线圈出槽后端接线分别向两侧弯走，若每个线圈的匝数相等，试求：基波绕组因数。

解 依题意导体电动势星形图如图 4-5 所示。

每极每相槽数

$$q = \frac{z}{2p \cdot m} = \frac{24}{2 \times 1 \times 3} = 4$$

槽距角

$$\alpha = \frac{p \cdot 360^{\circ}}{z} = \frac{1 \times 360^{\circ}}{24} = 15^{\circ}$$

由绕组因数的物理概念知：绕组因数实质上就是每相导体电动势的相量和与导体电动势的代数和之比。

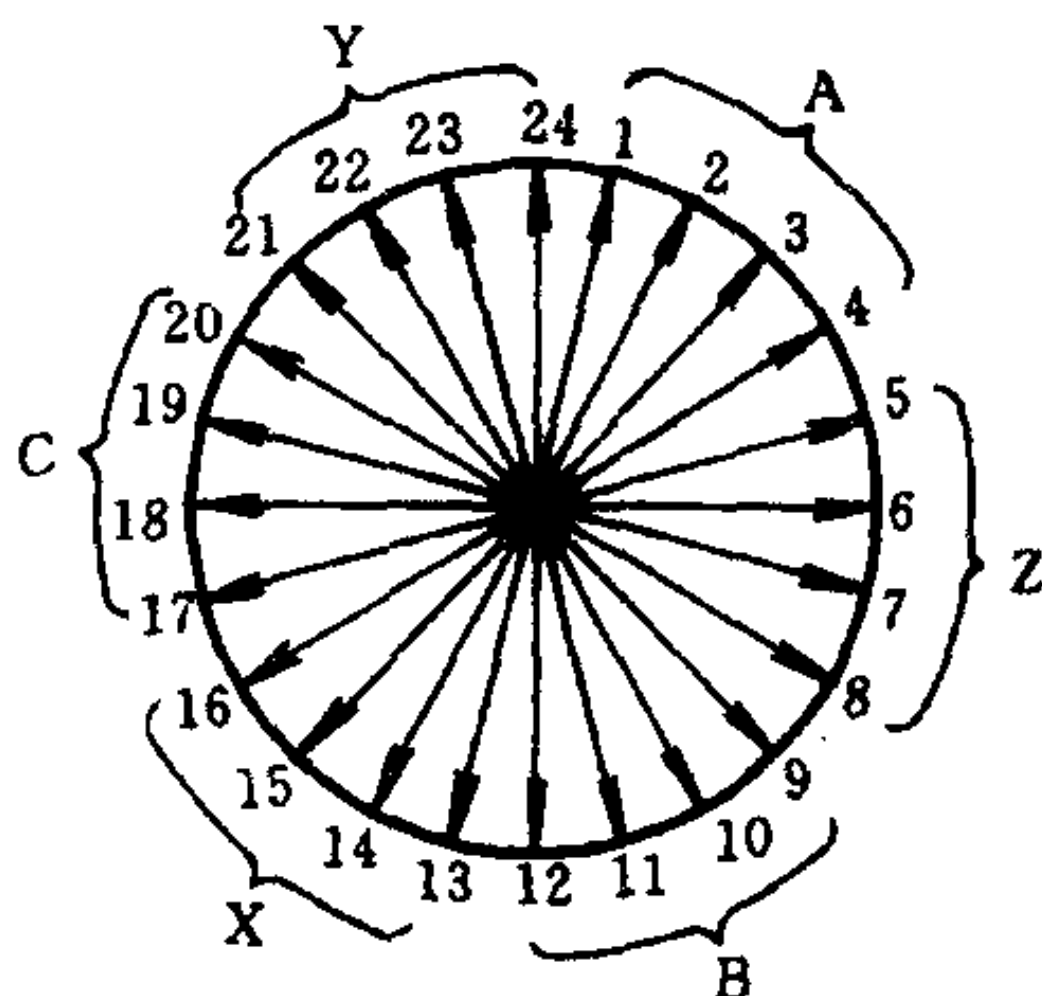


图 4-5 例 4-12 导体电动势星形图

设每根导体电动势为 E_d

$$\begin{aligned}K_{w1} &= \frac{(2E_d \cos 7.5^\circ + 2E_d \cos 22.5^\circ) \times 2}{8E_d} \\&= \frac{1}{2} (\cos 7.5^\circ + \cos 22.5^\circ) \\&\approx 0.9576\end{aligned}$$

第四节 感应电动机

一、基本内容和知识点

(一) 感应电动机工作原理及额定值

1. 感应电动机的工作原理是：定子绕组所产生的旋转磁场，以转差速率切割转子导体，于是在转子导体中感应电动势，产生电流，转子导体中的电流与旋转磁场相作用而产生电磁转矩，使转子旋转，呈电动机状态。当 $n > n_1$ 时，为发电机状态运行；而当转子逆着磁场方向旋转时，便是制动状态运行。

转差率 $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$ 。根据转差率可以计算感应电动机的转速，推断感应电动机的运行方式。感应电动机的许多性能与 s 有关，因此它是感应电动机的一个极为重要的基本变量。

转子转速与定子旋转磁场的转速（即同步转速）不相等，是感应电动机运行的基本条件，也是感应电动机与同步电机的基本差别。

2. 感应电动机的额定值有：额定功率 P_N 、额定电压 U_N 、额定频率 f_N 、额定电流 I_N 、额定转速 n_N 。其中电动机的额定功率是指：在额定运行时，转轴上输出的机械功率。

(二) 感应电动机的基本理论

1. 定子电动势平衡方程式

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(R_1 + jX_{1\sigma}) \quad (4-26)$$

式中 U_1 ——端电压；

E_1 ——定子绕组每相电动势；

I_1 ——定子电流；

R_1 ——定子绕组每相电阻；

$X_{1\sigma}$ ——定子绕组每相漏抗。

2. 转子电动势平衡方程式

(1) 转子绕组电动势及其频率

转子绕组中电动势的频率为

$$f_2 = sf_1$$

转子绕组的感应电动势为

$$E_{2s} = 4.44f_2 N_2 K_{w2} \Phi_m \quad (4-27)$$

式中 N_2 ——转子绕组每相串联匝数；

K_{w2} ——转子绕组因数；

Φ_m ——每极磁通。

(2) 转子绕组的阻抗

转子绕组漏电抗为

$$X_{2\sigma s} = sX_{2\sigma} \quad (4-28)$$

式中 s ——转差率；

$X_{2\sigma}$ ——转子静止时，转子绕组每相漏抗。

转子绕组的阻抗为

$$Z_{2\sigma s} = R_2 + jsX_{2\sigma}$$

式中 R_2 ——转子绕组每相电阻。

(3) 转子电动势平衡方程式

$$\dot{E}_{2s} = s \dot{E}_2 = \dot{I}_2 (R_2 + jsx_{2\sigma}) \quad (4-29)$$

3. 磁通势平衡方程式

(1) 转子磁通势的转向，转速与幅值

① 转子磁通势 \dot{F}_2 的转向和定子磁通势 \dot{F}_1 转向相同。

② 转子磁通势相对于定子的转速为

$$n_2 + n = (n_1 - n) + n = n_1 \quad (4-30)$$

式中 n_2 ——转子磁通势相对于转子的转速；

n ——转子的转速；

n_1 ——定子旋转磁场的转速。

③ 转子磁通势的幅值

$$F_2 = 0.9 \frac{m_2}{2} \frac{N_2 K_{w2}}{p} I_2 \quad (4-31)$$

式中 m_2 ——转子绕组的相数；

p ——转子绕组极对数。

(2) 磁通势平衡方程

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = \dot{F}_m$$

式中 \dot{F}_1 ——定子绕组产生的磁通势；

\dot{F}_2 ——转子绕组产生的磁通势；

\dot{F}_m ——励磁磁通势。

4. 感应电动机归算概念

从感应电动机的电动势及磁通势平衡规律来看，虽然转子绕组中电动势及电流的大小和频率都随着转差率而变化，但是转子电流产生的磁通势总是与定子磁通势具有同样的转速，这就使我们有可能进行频率归算，用一个等效静止的转子去代替实际旋转的转子，它们产生完全相同的转子磁通势，所以对定子边的作用也完全相同。等效静止转子的频率与转差率无关，它与定子频率相等。在此基础上，再把转子的绕组归算到定子，就能导出感应电动机的等效电路。归算是一种等效的计算方法，不论频率归算或绕组归算，替代原转子的等效转子均是虚拟的。

归算以后，感应电动机的基本方程为

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + \dot{I}_1(R_1 + jX_{1\sigma}) \quad (4-32)$$

$$\dot{E}_2' = \dot{I}_2' \left(\frac{R_2'}{s} + jX_{2'\sigma} \right) \quad (4-33)$$

$$\dot{I}_m = \dot{I}_1 + \dot{I}_2' \quad (4-34)$$

式中 \dot{E}_2' —— 归算到定子边转子绕组每相电动势；

\dot{I}_2' —— 归算到定子边转子绕组每相电流；

R_2' —— 归算到定子边转子绕组每相电阻；

$X'_{2\sigma}$ —— 归算到定子边转子绕组每相漏抗。

5. 感应电动机的等效电路和相量图

经过频率归算以后，定、转子边便有相同的频率，即 $f_2 = f_1$ 。经过绕组归算以后，定、转子边的感应电动势也具有同样的大小，即 $E_1 = E_2'$ 。可以得到归算以后的感应电动机的方程式，见式(4-32)，式(4-33)和式(4-34)。由方程式即可以画出等效电路及相应的相量图。

6. 感应电动机与变压器

从感应电动机的分析方法来看，感应电动机与变压器极为类似。它们的电动势、磁通势平衡方程式以及等效电路、相量图，不论形式或推导过程都很相同。不过，在了解感应电动机和变压器原理相似的同时，还必须注意它们之间的差别。差别的主要方面有：

(1) 由于感应电动机的转子是旋转的，因此转子中的电动势频率不仅与电源频率有关，还决定于转子的转速，即与转差率有关，转差率是感应电机的基本变量；

(2) 感应电动机气隙中的主磁场是旋转磁场，而变压器中是脉动磁场；

(3) 感应电动机是分布短矩绕组，而变压器则是集中绕组，因此感应电动机的电动势计算公式与变压器有些差别。

(三) 感应电动机的转矩

与各种机械功率相对应的便是转矩。作用在转子上的电磁转矩与电磁功率成正比，它是电机中能量形态变换的基础。电磁转矩的表达式为

$$T = C_T \Phi_m I_2' \cos \varphi_2 \quad (4-35)$$

可用以分析感应电动机在各种运行状态下的物理过程，而电磁转矩的参数表达式

$$T = \frac{1}{\Omega_1} \frac{m_1 U_1^2 \frac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + (x_{1\sigma} + x_{2\sigma}')^2} \quad (4-36)$$

则反映转矩与端电压，转差率以及参数的关系，可以用分析各参数对电动机性能的影响。

当外加电压及频率不变时，电磁转矩是转差率 s 的函数。电磁转矩随转差率变化的曲线称为感应电动机的机械特性。

(四) 感应电动机的基本性能

感应电动机的性能，由工作特性、起动特性和调速特性来综合判断。

1. 工作特性：当负载变化时，电动机的转速 n 、电磁转矩 T 、定子电流 I_1 、功率因数 $\cos \varphi_1$ 及效率 η 随输出功率 P_2 而变化的关系曲线称为感应电动机的工作特性。

(1) 转速特性： $n = f(P_2)$

电动机的转差率和转速公式是分析的基础，即

$$s = \frac{P_{\text{cu2}}}{P_M} \quad (4-37)$$

$$n = n_1 (1 - s) \quad (4-38)$$

(2) 定子电流特性： $I_1 = f(P_2)$

电动机的定子电流 $\dot{I}_1 = \dot{I}_m + (-\dot{I}_2')$ 公式是分析该条曲线的基础。

(3) 功率因数特性： $\cos \varphi_1 = f(P_2)$

(4) 转矩特性： $T = f(P_2)$

稳态运行时，感应电动机的电磁转矩 T 与负载转矩 T_2 及空载转矩 T_0 之和相平衡

$$T = T_0 + T_2 = T_0 + \frac{P_2}{\Omega} \quad (4-39)$$

该式是分析转矩特性的基础。

(5) 效率特性: $\eta = f(P_2)$

由于在低负荷时, 功率因数和效率都很低, 所以感应电动机应该避免长期在低负载下运行。

2. 感应电动机的起动方法

(1) 普通感应电动机起动性能的特点是: 最初起动电流很大, 但最初起动转矩并不大。

起动时, $n=0$, $s=1$, 旋转磁场以同步速切割转子, 在短路的转子绕组中感应很大的电动势和电流, 引起定子电流的负载分量急剧增加, I_1 很大, 起动电流很大, 但起动转矩并不大, 可以由公式 $T = C_T \Phi_m I_2 \cos \varphi_2$ 来说明。

(2) 起动方法

绕线型感应电动机是在转子回路内串入电阻起动。由于转子电阻的增大, 在减少最初起动电流的同时增大了最初起动转矩。对于笼型感应电动机, 如果电网容量允许, 应尽量采用全压起动。在不允许全压起动时, 便采用降压起动。降压起动的方法有: 自耦变压器降压; 星-三角转换开关降压; 串联电抗器。降压起动时, 最初起动电流减少, 但最初起动转矩减少得更多。

3. 感应电动机的调速方法

感应电动机的转速为

$$n = n_1(1-s) = \frac{60f_1}{p}(1-s) \quad (4-40)$$

可以从三个方面调节感应电动机的转速:

- (1) 改变定子绕组的极对数 p ;
- (2) 改变电动机的转差率 s ;
- (3) 改变电源频率 f_1 。

改变定子绕组的极对数调速用在笼型感应电动机。

改变电动机的转差率 s 调速, 可以采用以下方法:

- ① 改变电动机端电压;

② 转子绕组串电阻(仅用于绕线转子感应电动机);

③ 串级调速。

改变电源频率,电动机的同步转速 n_1 将随频率正比变化,于是转子转速将随之而变化。

二、重点和难点

(一) 感应电动机的等效电路、方程式及相量图是分析电机特性的重要工具,因此其建立过程是本节的重点内容。

1. 方程式着重掌握归算前后其变化的过程,并能根据方程式及等效电路计算电机的特性。

2. 等效电路着重掌握其参数的意义: $R_1, X_{1\sigma}, R_2', x_{2\sigma}', \frac{1-s}{s}R_2', R_m, X_m$ 。

3. 相量图着重掌握各量之间相位关系,能根据方程式画出相量图。

(二) 转差率是感应电动机一个很重要的变量,从转差率的不同数值可以判断感应电机的各种运行状态,应十分重视。

(三) 电磁转矩是感应电机的重要概念,下面的一些概念应重点掌握:

1. 转差率等于转子电损耗与电磁功率之比

$$s = \frac{P_{\text{cu2}}}{P_M} \quad (4-41)$$

2. 电磁转矩正比于电磁功率

$$T = \frac{P_M}{\Omega_1} \quad (4-42)$$

3. 改变转子电阻可以改变转矩曲线的形状,最大转矩不会随转子电阻而改变,但起动转矩往往随着转子电阻增大而增大。

三、例题分析

例 4-13 有一台三相 4 极感应电动机,接到 50Hz 电源,若转

子的转差率 $s=0.0387$ ，试求：

- (1) 转子电流的频率；
- (2) 转子磁通势相对于转子的转速；
- (3) 转子磁通势在空间的转速。

解

- (1) 转子电流的频率 f_2 为

$$f_2 = s \cdot f_1 = 0.0387 \times 50 \text{ Hz} = 1.935 \text{ Hz}$$

- (2) 转子磁通势相对于转子的转速 n_2 为

$$n_2 = \frac{60f_2}{p} = \frac{60 \times 1.935}{2} = 58 \text{ r/min}$$

- (3) 转子转速 n 为

$$n = (1 - 0.0387) \times 1500 = 1442 \text{ r/min}$$

转子磁通势在空间的转速 $(n_2 + n)$ 为

$$n_2 + n = 58 + 1442 = 1500 \text{ r/min}$$

例 4-14 一台三相感应电动机，额定功率 $P_N = 4 \text{ kW}$ ，额定电压 $U_N = 380 \text{ V}$ ， \triangle 形联结，额定转速 $n_N = 1442 \text{ r/min}$ 。定、转子的参数如下：

$$R_1 = 4.47 \Omega; R_2' = 3.18 \Omega; R_m = 11.9 \Omega;$$

$$X_{1\sigma} = 6.7 \Omega; X_{2\sigma}' = 9.85 \Omega; X_m = 188 \Omega。$$

试求额定运行时的定子电流及功率因数。

解 画出 T 型等效电路如图 4-6 所示：

同步速 $n_1 = 1500 \text{ r/min}$

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1500 - 1442}{1500} = 0.0387$$

$$Z_{1\sigma} = R_1 + jX_{1\sigma} = 4.47 + j6.7$$

$$Z_{2s}' = \frac{R_2'}{s} + jX_{2\sigma}' = \frac{3.18}{0.0387} + j9.85 = 82.2 + j9.85$$

$$Z_m = R_m + jX_m = 11.9 + j188$$

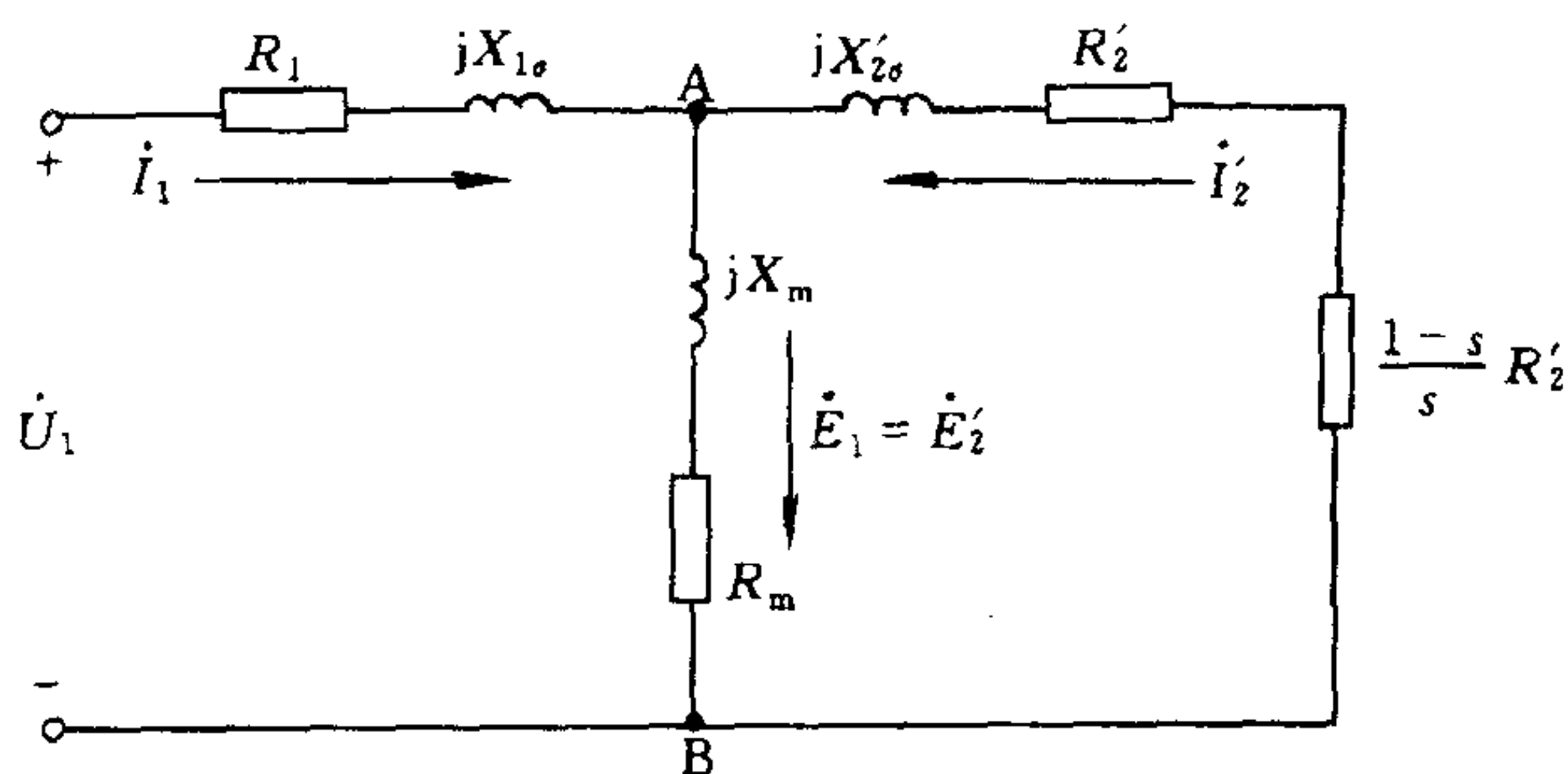


图 4-6 例 4-14 T 型等效电路

$$\begin{aligned}
 \text{所以 } \dot{I} &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{1\sigma} + \frac{Z'_{2s} Z_m}{Z'_{2s} + Z_m}} \\
 &= \frac{380}{(4.47 + j6.7) + \frac{(82.2 + j9.85)(11.9 + j188)}{(82.2 + j9.85) + (11.9 + j188)}} \\
 &= 4.85 \angle -31.49^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

定子线电流为

$$I_{1\text{线}} = \sqrt{3} \times 4.85 \text{ A} = 8.4 \text{ A}$$

由 T 型等效电路可知：

转子电流

$$\begin{aligned}
 -\dot{I}'_2 &= \frac{Z_m}{Z'_{2s} + Z_m} \dot{I}_1 \\
 &= \frac{11.9 + j188}{(82.2 + j9.85) + (11.9 + j188)} \times 4.85 \angle -31.49^\circ \text{ A} \\
 &= 4.17 \angle -9.58^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

励磁电流

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_m &= \frac{Z'_{2s}}{Z'_{2s} + Z_m} \dot{I}_1 \\
 &= \frac{82.2 + j9.85}{(82.2 + j9.85) + (11.9 + j188)} \times 4.85 \angle -31.49^\circ \text{ A} \\
 &= 1.83 \angle -89.13^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

功率因数

$$\cos \varphi = \cos 31.49^\circ = 0.853$$

画出简化等效电路如图 4-7 所示：

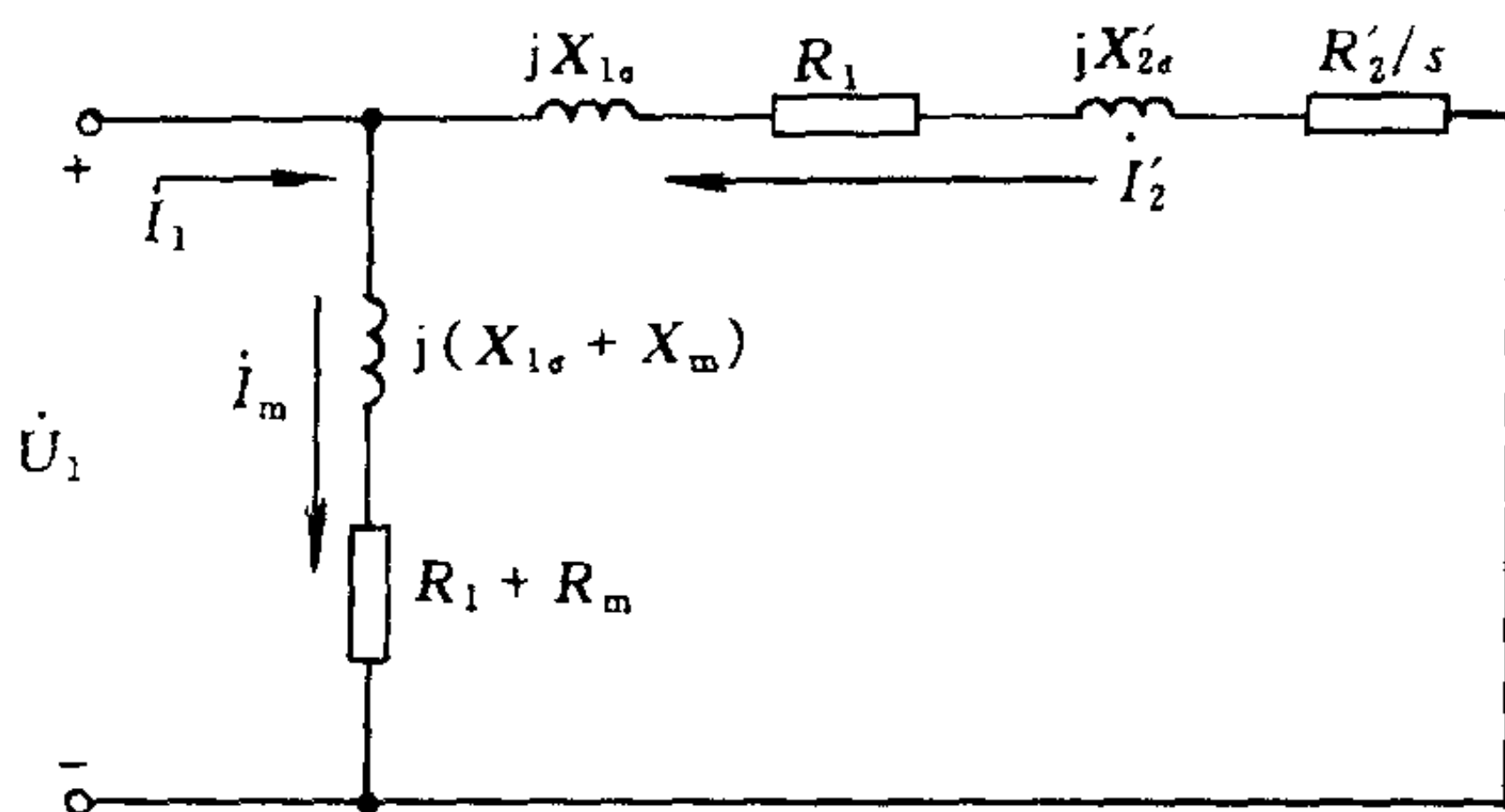


图 4-7 例 4-14 简化等效电路

$$\begin{aligned} -\dot{I}'_2 &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{1\sigma} + Z'_{2s}} = \frac{380}{(4.47 + j6.7) + (82.2 + j9.85)} \\ &= 4.32 \angle -10.17^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_m &= \frac{\dot{U}_1}{Z_{1\sigma} + Z_m} = \frac{380}{(4.47 + j6.7) + (11.9 + j188)} \text{ A} \\ &= 1.945 \angle -85.19^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_m + (-\dot{I}'_2) \\ &= (1.945 \angle -85.19^\circ + 4.32 \angle -10.17^\circ) \text{ A} \\ &= 5.17 \angle -31.47^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

$$\cos \varphi_1 = \cos 31.47^\circ = 0.853$$

例 4-15 利用例 4-14 数据，并假定 $P_n + P_\Delta = 80\text{W}$ ，

- (1) 试求该电动机的输入功率、输出功率和效率；
- (2) 试求在额定转速时的电磁转矩、最大转矩、最初起动电流和最初起动转矩。

解 根据 T 型等效电路求解

(1) 输入功率

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 3 \times 380 \times 4.85 \times 0.853 \text{ W} = 4716 \text{ W}$$

定子铜耗

$$P_{Cu1} = 3R_1 I_1^2 = 3 \times 4.47 \times 4.85^2 \text{ W} = 315.4 \text{ W}$$

转子铜耗

$$P_{Cu2} = 3R'_2 I_2'^2 = 3 \times 3.18 \times 4.17^2 \text{ W} = 165.9 \text{ W}$$

铁耗

$$P_{Fe} = 3R_m I_m^2 = 3 \times 11.9 \times 1.83^2 \text{ W} = 119.6 \text{ W}$$

总损耗

$$\begin{aligned} \Sigma P &= P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_{\Omega} + P_{\Delta} \\ &= (315.4 + 165.9 + 119.6 + 80) \text{ W} \\ &= 680.9 \text{ W} \end{aligned}$$

输出功率

$$P_2 = P_1 - \Sigma P = (4\,716 - 680.9) \text{ W} = 4\,035.1 \text{ W}$$

效率

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{4\,035.1}{4\,716} \times 100\% = 85.6\%$$

(2) 额定转速时的电磁转矩

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{3U_1^2 \cdot \frac{R'_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2} \\ &= \frac{1}{\frac{2\pi \times 1\,500}{60}} \cdot \frac{3 \times 380^2 \times \frac{3.18}{0.0387}}{\left(4.47 + \frac{3.18}{0.0387}\right)^2 + (6.7 + 9.85)^2} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 30.191 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

最大转矩

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{3U_1^2}{2 \left[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2} \right]} \\ &= \frac{1}{\frac{2\pi \times 1\,500}{60}} \cdot \frac{3 \times 380^2}{2 \times \left[4.47 + \sqrt{4.47^2 + (6.7 + 9.85)^2} \right]} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 63.83 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

最初起动电流(相电流)

$$\begin{aligned}
 I_{st} &= \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2}} \\
 &= \frac{380}{\sqrt{(4.47 + 3.18)^2 + (6.7 + 9.85)^2}} \\
 &= 20.84 \text{ A}
 \end{aligned}$$

最初起动转矩

$$\begin{aligned}
 T_{st} &= \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{3U_1^2 \cdot R'_2}{(R_1 + R'_2)^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2} \\
 &= \frac{1}{\frac{2\pi \times 1500}{60}} \cdot \frac{3 \times 380^2 \times 3.18}{(4.47 + 3.18)^2 + (6.7 + 9.85)^2} \text{ N} \cdot \text{m} \\
 &= 26.39 \text{ N} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

例 4-16 一台绕线型感应电动机，定子绕组为 \triangle 形联结，有关数据如下： $U_N = 380\text{V}$ ， $n_N = 722\text{r/min}$ ， $R_1 = 0.143\Omega$ ， $X_{1\sigma} = 0.262\Omega$ ， $R'_2 = 0.134\Omega$ ， $X'_{2\sigma} = 0.328\Omega$ ，变比 $K_e = K_t = 1.342$ 。要求在最初起动时 $T_{st} = T_m$ ，问在转子回路中应串入多大的起动电阻？此时起动电流和起动转矩的数值又为多少？

解

(1) 起动电阻

$$\begin{aligned}
 R'_{st} &= \sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2} - R'_2 \\
 &= (\sqrt{0.143^2 + (0.262 + 0.328)^2} - 0.134) \Omega \\
 &= 0.473 \Omega
 \end{aligned}$$

转子回路中每相实际应该串入的电阻为

$$R_{st} = \frac{R'_{st}}{K_z} = \frac{R'_{st}}{K_e \cdot K_t} = \frac{0.473}{1.342^2} \Omega = 0.262 \Omega$$

(2) 起动转矩

根据 $n_N = 722\text{r/min}$ ，可知 $2p = 8$ ， $n_1 = 750\text{r/min}$

$$\begin{aligned}
 T_{st} &= \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{m_1 U_1^2 (R'_2 + R_{st})}{(R_1 + R'_2 + R_{st})^2 + (X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})^2} \\
 &= \frac{1}{\frac{2\pi \times 750}{60}} \cdot \frac{3 \times 380^2 \times (0.134 + 0.473)}{(0.143 + 0.134 + 0.473)^2 + (0.262 + 0.328)^2} \text{ N} \cdot \text{m}
 \end{aligned}$$

$$= 3\,738 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(3) 起动电流

$$\begin{aligned} I_{\text{st}} &= \frac{U_1}{\sqrt{(R_1 + R_2' + R_{\text{st}}')^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}} \\ &= \frac{380}{\sqrt{(0.143 + 0.134 + 0.473)^2 + (0.262 + 0.328)^2}} \text{ A} \\ &= 398 \text{ A} \end{aligned}$$

例 4-17 一台三相感应电动机, $U_N = 400 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $2p = 4$, \triangle 形联结, 等效电路的参数为: $R_1 = 0.2 \Omega$, $R_2' = 0.18 \Omega$, $X_{1\sigma} = X_{2\sigma}' = 0.58 \Omega$, 如果电压及频率降低到额定值的 40%, 它能产生的最大转矩为多少? 如果在额定电压及额定频率下欲达到此转矩值, 它的转速为多少? 这时它的输出功率是多少? (空载损耗、附加损耗略去不计)

解

(1) 电压及频率降低到额定值的 40% 时, 电压及参数

$$U_1 = U_N \times 40\% = 400 \times 40\% \text{ V} = 160 \text{ V}$$

$$X_{1\sigma} = X_{2\sigma}' = 0.58 \times 40\% \Omega = 0.232 \Omega$$

$$n_1 = 1\,500 \times 40\% \text{ r/min} = 600 \text{ r/min}$$

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{m U_1^2}{2[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}]} \\ &= \frac{1}{\frac{2\pi \times 600}{60}} \cdot \frac{3 \times 160^2}{2[0.2 + \sqrt{0.2^2 + (0.232 + 0.232)^2}]} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 866.995 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

(2) 由电磁转矩参数表达式得

$$T = \frac{1}{\Omega_1} \cdot \frac{m \cdot U_1^2 \cdot \frac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_{1\sigma} + X_{2\sigma}')^2}$$

$$= \frac{1}{\frac{2\pi \times 1\,500}{60}} \cdot \frac{3 \times 400^2 \times \frac{0.18}{s}}{\left(0.2 + \frac{0.18}{s}\right)^2 + (0.58 + 0.58)^2}$$

$$T = 866.995$$

联立上二式，解得

$$s_1 = 0.069\,45$$

$$s_2 = 0.336\,7 \text{ (此运行点不稳定, 舍去)}$$

此时转子转速

$$n = (1-s)n_1 = (1-0.069\,45) \times 1\,500 = 1\,395.8 \text{ r/min}$$

$$(3) \quad T = \frac{P_\Omega}{\Omega}$$

$$P_\Omega = T \cdot \Omega = 866.995 \times \frac{2\pi \times 1\,395.8}{60} = 126.67 \text{ kW}$$

$$P_\Omega = P_2 + P_\Omega + P_\Delta = P_2 \text{ (略去机械损耗及附加损耗)}$$

$$P_2 = 126.67 \text{ kW}$$

第五节 同步电机

一、基本内容和知识点

(一) 同步发电机的基本理论

1. 对称负载时的电枢反应

同步发电机在负载情况下，定子三相电流产生电枢磁通势，将使气隙中磁场的大小及位置发生变化，这就是电枢反应。电枢反应的性质（即去磁，增磁，交磁）取决于负载性质和电机内部的参数，它主要取决于 E_0 与 I_a 的夹角 ψ 的数值。

2. 隐极同步电机的同步电抗，电动势平衡方程式和相量图

在磁路不饱和时，电枢磁通势与磁极磁通势各自产生相应的磁通，并在电枢绕组内分别产生感应电动势。磁极磁通势所感应的电动势为 E_0 。电枢磁通势所感应的电动势可以表示为

$$\dot{E}_a = -j\dot{I}_a X_a \quad (4-43)$$

式中 X_a ——电枢反应电抗，它的大小反映电枢反应的强弱。

隐极同步发电机的电动势平衡方程为

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{U} + j\dot{I}_a (X_a + X_{l\sigma}) \\ &= \dot{U} + j\dot{I}_a X_s \end{aligned} \quad (4-44)$$

式中 X_s ——隐极同步发电机的同步电抗。

这样，同步发电机在负载下，电枢反应的效应及漏磁通所产生的作用，可以用同步电抗压降的形式来表示，将同步电机内部电磁相互作用过程化为一简单的电路来研究。

根据电动势平衡方程可以画出隐极同步发电机的相量图及等效电路。

相量图是分析同步电机的有力工具，在相量图中， \dot{E}_0 和 \dot{I}_a 之间的夹角用 Ψ 表示； \dot{E}_0 与 \dot{U} 之间夹角用 δ 表示； \dot{U} 和 \dot{I}_a 之间的夹角为功率因数角 φ 。三个角之间的关系为

$$\Psi = \delta + \varphi \quad (4-45)$$

$$\Psi = \arctan \frac{I_a X_s + U \sin \varphi}{U \cos \varphi} \quad (4-46)$$

这里需注意，以上关系仅适用磁路不饱和的情况。

3. 凸极同步电机的同步电抗，电动势平衡方程式和相量图

在凸极电机中，沿着空气隙各点的磁阻是不均匀的，所以电枢磁通势作用在气隙中不同位置，产生不相同的电枢磁通。对于凸极电机中电枢磁通势的作用，可以将 F_a 分解为直轴分量 F_{ad} 及交轴分量 F_{aq} 。 F_{ad} 固定作用在直轴磁路上， F_{aq} 固定作用在交轴磁路。

凸极同步电机在平衡负载下运行，不计及磁路的饱和，电枢绕组中感应电动势有： $\varphi_f \longrightarrow E_0$ ； $\varphi_{ad} \longrightarrow E_{ad}$ ； $\varphi_{aq} \longrightarrow E_{aq}$ 。

$$\dot{E}_0 + \dot{E}_{ad} + \dot{E}_{aq} = \dot{U} + j\dot{I}_a X_{l\sigma} \quad (4-47)$$

其中 $\dot{E}_{ad} = -j\dot{I}_d X_{ad}$ ； $\dot{E}_{aq} = -j\dot{I}_q X_{aq}$ ， X_{ad} ， X_{aq} 分别为直轴及交轴

电枢反应电抗,它们的大小各表示直轴及交轴上电枢反应的强弱。

凸极同步发电机电动势平衡方程式为

$$\dot{E}_0 = \dot{U} + j\dot{I}_d X_d + j\dot{I}_q X_q \quad (4-48)$$

式中 $X_d = X_{ad} + X_{l\sigma}$ 称为直轴同步电抗;

$X_q = X_{aq} + X_{l\sigma}$ 称为交轴同步电抗。

根据以上的方程式可以画出凸极同步发电机的相量图。

4. 同步电机参数测定

同步电抗是同步电机非常重要的参数。对于隐极同步电机有 $X_s = X_a + X_{l\sigma}$; 对于凸极同步电机有 $X_d = X_{ad} + X_{l\sigma}$, $X_q = X_{aq} + X_{l\sigma}$ 。

对于已经制造好的同步电机可以通过试验方法求得,如空载短路试验、转差试验等。

5. 同步发电机的外特性和电压调整率

(1) 外特性:是指当 $I_f = \text{常数}$, $n = \text{同步速度}$, 改变负载电流 I_a 时,端电压 U 的变化曲线 $U = f(I_a)$ 。在感性负载和纯电阻负载时,外特性是下降的;在容性负载且 ψ 角超前时,外特性是上升的。

(2) 电压调整率:发电机保持额定负载时励磁电流和转速不变,卸去负载,读取空载电动势 E_0 。同步发电机的电压调整率为

$$\Delta U\% = \frac{E_0 - U_N}{U_N} \times 100\% \quad (4-49)$$

(二) 同步发电机的并联运行

1. 同步发电机与电网并联运行时,它的特性受到电网的影响。如果发电机的容量较电网的容量小得多,调节并联在电网上的发电机有功功率与无功功率时,对电网的电压及频率影响极小,可以认为不变。所以我们可以认为发电机的电压、频率、转速及合成磁动势不变。

2. 并联运行的条件及方法

三相同步发电机与电网进行并联时,必须满足相序、频率、电压相同等条件,否则将引起严重的冲击电流。电压是否相等,可

用电压表来测量。频率及相序是否相同,可用同步指示器来确定。

3. 隐极同步发电机的功角特性

(1) 功率平衡方程式

$$P_1 = P_2 + P_{Cu} + P_{Fe} \quad (4-50)$$

电磁功率 $P_M = P_2 + P_{Cu} \approx P_2 = mUI_a \cos \varphi$

(2) 功角特性

电磁功率 P_M 的大小,取决于 δ 角的大小, δ 称为功角, $P_M = f(\delta)$ 称为功角特性,即

$$P_M = m \frac{UE_0}{X_s} \sin \delta \quad (4-51)$$

4. 凸极同步发电机的功角特性

$$P_M = m \frac{U \cdot E_0}{X_d} \sin \delta + m \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (4-52)$$

凸极同步发电机电磁功率是由二部分组成,基本电磁功率和附加电磁功率。附加电磁功率是由于直轴与交轴磁阻不相等而引起的一项电磁功率。

5. 功角及静态稳定概念

同步发电机输出功率的大小以及能否稳定运行,与功角有密切关系。

功角表示电动势 E_0 和 \dot{U} 之间的夹角,在空间等于转子磁极轴线和合成磁场之间的夹角。

由同步发电机功角特性曲线知,功角 $\delta = 90^\circ$ 时,这是发电机能够稳定运行的极限值。如果再增加输入功率,转子得到加速功率,转速增加,使得 $\delta > 90^\circ$,此时,电磁功率反而下降,输入功率 P_1 一直大于 P_M ,转子不断加速, $n > n_1$,这个现象称为失步。此时发电机和电网间的保护开关产生动作。功角 $\delta = 0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内,是发电机稳定运行区域。

6. 同步发电机有功功率及无功功率的调节。

(1) 有功功率的调节

增加发电机原动机的输入功率，就可以增加发电机输出的有功功率(在稳定范围内)。有功功率增加时，将引起无功功率相应降低。

(2) 无功功率调节

改变发电机的励磁电流，可以改变无功功率的输出，但不能改变其有功功率。欠励时，输出容性电流；过励时，输出感性电流。同步发电机能够很方便地调节功率因数。

(三) dq0 变换

1. 坐标变换

随着电机控制和调节系统的进步，旋转电机的动态分析日益重要。“动态”亦可称为“瞬态”，它是一种电磁场储能和转子动能随时间而变化的状态。此时传统的稳态分析方法已不再适用。要描述电机的动态行为和特性，首先应当列出电机的运动方程，并根据具体情况采用适当的求解方法，坐标变换是配合建立和求解运动方程常用方法之一。

坐标变换，从数学角度来说，就是将方程式中原来的一组变量，用一组新的变量来代替，使分析计算得到简化。交流电机的电压方程通常是一组变系数的微分方程组，其电抗矩阵是一个含有时变元素的满阵，直接求解比较困难；在转速恒定的情况下，通过适当的坐标变换，可以把电抗矩阵变成常数阵和对角线阵，使求解得以简化。dq0 变换就是一种常用的坐标变换。

2. dq0 变换的变换公式

dq0 变换是一种实变换(变换矩阵的元素是实数)，它把固定轴线上的电流、电压和磁链变换到旋转轴线上。通过此变换，可以把凸极电机中随转子转角 θ 而变化的自感和互感所组成的电感矩阵，变换成元素为常值的对角线矩阵；使恒速运行时电机的电压方程，从时变系数的微分方程变换为常系数微分方程，使求解大为简化。

以电流为例，dq0 变换的变换公式为

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} [i_A \cos \theta + i_B \cos(\theta - 120^\circ) + i_C \cos(\theta + 120^\circ)] \\ i_q &= -\frac{2}{3} [i_A \sin \theta + i_B \sin(\theta - 120^\circ) + i_C \sin(\theta + 120^\circ)] \\ i_0 &= \frac{1}{3} (i_A + i_B + i_C) \end{aligned} \right\} (4-53)$$

其变换矩阵 c 为

$$c = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \quad (4-54)$$

其中 θ ——为 d 轴(主极轴线)与 A 相轴线的夹角, 如图 4-8 所示;

i_A, i_B, i_C ——为图 4-8 所示定子三相绕组(固定轴线)的电流;

i_d, i_q, i_0 ——新的直轴电流和交轴电流, 零序电流。

dq0 变换代表一种固定轴线与转子一起旋转的旋转轴线之间的变换。

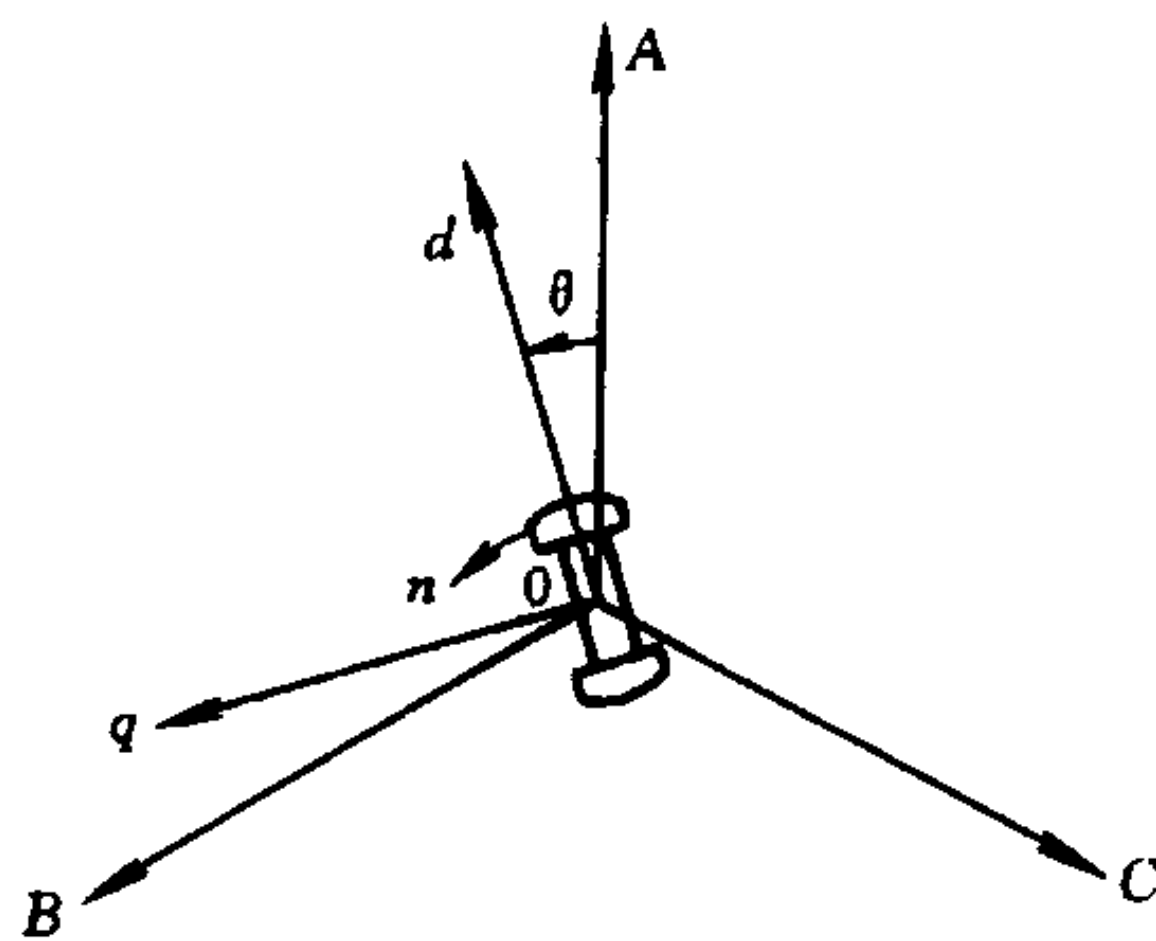


图 4-8 dq0 变换

二、重点和难点

(一) 同步电机电枢反应概念是本节的重点内容。在同步电机中同时存在着两种磁场: 由直流励磁的机械旋转磁场和由交流励

磁的电气旋转磁场。这两个旋转磁场的相对位置与负载性质有关, 并对电机性能有大的影响。

(二) 同步电机的相量图是研究同步电机的一个重要工具, 各相量的空间关系和时间关系是一个难点。

(三) 同步电抗是同步电机一个极其重要参数, 对它的物理概念应重点了解。

(四) 同步发电机和电网并联运行是该节重点内容, 着重掌握

以下内容：

1. 并联运行的条件；
2. 有功功率及无功功率的调节方法；
3. 功角 δ 的概念。

(五) 利用相量图和方程式的结合求解同步发电机有关电参数(如功角 δ 、感应电动势 E_0 、内功率因数角 ψ 等)是本节的重点。

(六) dq0变换是分析研究电机瞬态问题的一种重要方法，是本节的难点。

三、例题分析

例 4-18 有一台三相凸极同步发电机，定子绕组 Y 形联结，额定相电压 $U_N = 230\text{V}$ ，额定相电流 $I_N = 9.06\text{A}$ ，额定功率因数 $\cos \varphi_N = 0.8$ (滞后)。如果电机在额定状态下运行，并知其相电动势 $E_0 = 410\text{V}$ ， $\psi = 60^\circ$ ，如不计电阻压降，试求： I_d 、 I_q 及 X_d 、 X_q 各为多少？

解： $I_d = I_a \sin \psi = 9.06 \sin 60^\circ = 7.85 \text{ A}$

$I_q = I_a \cos \psi = 9.06 \cos 60^\circ = 4.53 \text{ A}$

$\varphi = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$

功角 $\delta = \psi - \varphi = 60^\circ - 36.87^\circ = 23.13^\circ$

由 $\dot{E}_0 = \dot{U} + j\dot{I}_d X_d + j\dot{I}_q X_q$ 有

$$\frac{410 \angle 23.13^\circ}{1} = \frac{230 \angle 0^\circ}{1} + j7.85 \angle 23.13^\circ - 90^\circ \cdot X_d + j4.53 \angle 23.13^\circ \cdot X_q$$

利用实、虚部分别相等得

$$X_d = 25.3 \Omega$$

$$X_q = 19.9 \Omega$$

或利用相量图，利用几何关系可知：

$$\begin{aligned} X_d &= \frac{E_0 - U \cos \delta}{I_d} \Omega \\ &= \frac{410 - 230 \cdot \cos 23.13^\circ}{7.85} \Omega \end{aligned}$$

$$= 25.3 \Omega$$

$$\begin{aligned} X_q &= \frac{U \sin \delta}{I_q} \\ &= \frac{230 \times \sin 23.13^\circ}{4.53} \Omega \\ &= 19.9 \Omega \end{aligned}$$

例 4-19 三相隐极同步发电机，Y 形联结， $S_N = 60 \text{ kVA}$ ， $U_N = 380 \text{ V}$ ，同步电抗 $X_s = 1.55 \Omega$ ，电枢电阻略去不计。当 $\cos \varphi = 0.8$ (滞后)、 $S_2 = 37.5 \text{ kVA}$ 时，试求：

- (1) 电动势 E_0 及功角 δ ；
- (2) 拆除原动机，不计损耗，求电枢电流。

解

- (1) 当 $S_2 = 37.5 \text{ kVA}$ 时

$$I = \frac{S_2}{\sqrt{3} U_N} = \frac{37.5 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 380} \text{ A} = 57 \text{ A}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{U} + j \dot{I}_a X_s \\ &= \left(\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ + j 57 \times 1.55 \angle -36.87^\circ \right) \text{ V} \\ &= 282 \angle 14.58^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

电动势 $E_0 = 282 \text{ V}$ ，功角 $\delta = 14.58^\circ$

- (2) 拆除原动机后，有 $\delta = 0$ ，则 \dot{E} 与 \dot{U} 同相位，电枢电流为

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_0 - \dot{U}_N}{j X_s} = \frac{282 - 220}{j 1.55} \text{ A} = -j 40 \text{ A}$$

例 4-20 有一台并联于大电网上运行的同步发电机，其有关数据如下： $P_N = 75\,000 \text{ kW}$ ， $U_N = 13\,800 \text{ V}$ ，Y 形联结， $\cos \varphi_N = 0.85$ (滞后)，同步电抗的标么值为 $X_d^* = 1.05$ ， $X_q^* = 0.65$ ， $R_a = 0$ ，假定开路特性为一直线，试求：

- (1) 当输出功率为 $15\,000 \text{ kW}$ ， $\cos \varphi = 1$ 时，发电机励磁电流的标么值 I_f^* 及功角 δ ；

- (2) 如保持有功功率不变，发电机失去励磁，此时的功角 δ 等

于多少？还能稳定运行吗？

解

$$\begin{aligned}(1) \quad I_N &= \frac{P_N}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi_N} \\&= \frac{75\,000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 13\,800 \times 0.85} \text{ A} \\&= 3\,692 \text{ A}\end{aligned}$$

$$\text{相电压 } U_{N\phi} = \frac{U_N}{\sqrt{3}} = \frac{13\,800}{\sqrt{3}} \text{ V} = 7\,968 \text{ V}$$

$$X_d = X_d^* \cdot \frac{U_{N\phi}}{I_N} = 1.05 \times \frac{7\,968}{3\,692} \Omega = 2.266 \Omega$$

$$X_q = X_q^* \cdot \frac{U_{N\phi}}{I_N} = 0.65 \times \frac{7\,968}{3\,692} \Omega = 1.4 \Omega$$

内功率因数角

$$\begin{aligned}\psi &= \arctan \frac{I_N X_q + U \sin \varphi}{U \cos \varphi} \\&= \arctan \frac{3\,692 \times 1.4 + 7\,968 \sin 31.78^\circ}{7\,968 \times 0.85} \\&= 54^\circ\end{aligned}$$

由相量图有：

$$\begin{aligned}E_0 &= U \cos(\psi - \varphi) + I_d X_d \\&= (7\,968 \cos(54^\circ - 31.78^\circ) + 3\,692 \times 2.266 \sin 54^\circ) \text{ V} \\&= 14\,144 \text{ V}\end{aligned}$$

当 $P = 15\,000 \text{ kW}$ ， $\cos \varphi = 1$ 时的电流为

$$I_N = \frac{P}{\sqrt{3} U_N \cos \varphi} = \frac{15\,000 \times 10^3}{\sqrt{3} \times 13\,800 \times 1} \text{ A} = 627.6 \text{ A}$$

$$\begin{aligned}\psi' &= \arctan \frac{I X_q + U \sin \varphi}{U \cos \varphi} \\&= \arctan \frac{627.6 \times 1.4 + 0}{7\,968} \\&= 6.29^\circ\end{aligned}$$

$$E'_0 = U \cos(\psi' - \varphi) + I_d X_d$$

$$= (7\,968 \times \cos 6.29^\circ + 627.6 \times \sin 6.29^\circ \times 2.266) \text{ V}$$

$$= 8\,076 \text{ V}$$

$$I_f^* = \frac{I_f}{I_{fN}} = \frac{E'_0}{E_0} = \frac{8\,076}{14\,144} = 0.571$$

功角为 $\delta = \psi' - \varphi = 6.29^\circ$

$$(2) \text{ 由于 } P_M = m \cdot \frac{UE_0}{X_d} \sin \delta + m \cdot \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta$$

失去励磁, $E_0 = 0$

$$15\,000 \times 10^3 = \frac{3}{2} \times 7\,968^2 \times \left(\frac{1}{1.4} - \frac{1}{2.266} \right) \sin 2\delta$$

$$\delta = 17.6^\circ$$

从上式可以看出, 当 $E_0 = 0$ 时, 稳定运行功角的最大值是 45° , 而现在功角只有 17.6° , 所以发电机能够稳定运行。

例 4-21 三相同步发电机的参数, 用标么值表示时为: $X_d^* = 0.9$, $X_q^* = 0.6$

试求: 该电机在额定电压下供给额定电流且功率因数 $\cos \varphi = 0.8$ (滞后) 时的电压调整率。(电枢电阻略去不计)

解 内功率因数角

$$\psi = \arctan \frac{I_a^* \cdot X_a^* + U^* \sin \varphi}{U^* \cos \varphi}$$

$$= \arctan \frac{1 \times 0.6 + 1 \times 0.6}{1 \times 0.8}$$

$$= 56.31^\circ$$

功率因数角

$$\varphi = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

功角:

$$\delta = \psi - \varphi = 56.31^\circ - 36.87^\circ = 19.44^\circ$$

$$E_0^* = U^* \cos \delta + I_d^* \cdot X_d^*$$

$$= U^* \cos \delta + I_a^* \sin \psi \cdot X_d^*$$

$$= 1 \times \cos 19.44^\circ + 1 \times \sin 56.31^\circ \times 0.9$$

$$= 1.692$$

$$\begin{aligned}
 \Delta U' \% &= (E_0^* - U^*) \times 100 \% \\
 &= (1.692 - 1) \times 100 \% \\
 &= 69.2 \%
 \end{aligned}$$

思 考 题

- 4-1 为什么变压器的铁心要用硅钢片叠装而成？硅钢片的厚度对变压器的铁心损耗有何影响？
- 4-2 为什么变压器的铁心与绕组通常浸在变压器油中？
- 4-3 变压器中感应电动势 E_1 、 E_2 的计算公式是如何推导出来的？ E_1 、 E_2 的大小与哪些因素有关？
- 4-4 在变压器等效电路中，电流、电压的箭头方向是如何规定的，它与相量图有怎样的配合关系？如果将等效电路中的 \dot{u}'_2 、 \dot{I}'_2 箭头反画，相量图应该引起怎样的变化？
- 4-5 分析变压器时， X_m 、 $X_{1\sigma}$ 、 $X_{2\sigma}$ 的物理意义如何？我们希望 X_m 大还是小？如果没有铁心， X_m 是增大还是减小？如果 N_1 、 N_2 增加 5% 而其余条件不变， X_m 将如何变化？如果 N_1 增加 5% 而其余条件不变， X_m 将如何变化？如果将铁心截面积增加 5% 而其余条件不变， X_m 又将如何变化？
- 4-6 在电容负载时，变压器二次侧输出的视在功率，可能会大于一次侧输入的视在功率。试从相量图解释之。
- 4-7 为什么在三相变压器组中，主磁通与三次谐波磁通所遇到的磁阻相同，而在三相心式变压器中，主磁通的磁阻很小，但三次谐波的磁阻却很大？
- 4-8 当正弦电压加到 Y、d，Y、y 联结的变压器时，问：(1) 一次侧线电流中有无三次谐波？(2) 二次侧相电流和线电流中有无三次谐波？(3) 一次侧相电压和线电压中有无三次谐波？(4) 磁通中有无三次谐波？(5) 二次侧相电压和线电压中有无三次谐波？
- 4-9 为什么在感性负载时，随着负载电流的增加，变压器二次侧端电压一定下降，而在容性负载时，随着负载电流的增加，二次侧端电压则可能上升？
- 4-10 什么叫变压器的理想并联运行？如何达到？
- 4-11 变压器当电压过零点时合闸，如果不考虑瞬态过程的衰减，为什么磁

通的最大值可以达到稳态运行时磁通的两倍?

- 4-12 变压器空载合闸的冲击电流的大小与哪些因素有关?此冲击电流有什么危害性?
- 4-13 直流发电机的工作原理与直流电动机的工作原理有什么不同?什么是电机运行的可逆性?
- 4-14 在直流电机中,为什么每根导体的感应电动势为交流,但由电刷引出的电动势却为直流?
- 4-15 电枢反应对直流电机性能会产生哪些影响?
- 4-16 直流电机作为发电机运行与作为电动机运行时,电动势平衡方程式有何不同?在这两种不同运行方式下,感应电动势起着怎样不同的作用?感应电动势的大小与哪些因素有关?
- 4-17 他励、并励和复励发电机它们的开路特性和外特性有何区别?为什么?
- 4-18 若把直流发电机的转速升高 20%,当:(1)他励方式运行;(2)并励方式运行。试问哪一种运行方式下空载电压升高得较多?
- 4-19 为什么串励电动机的机械特性是软特性,而并励电动机则为硬特性?为什么电车一般采用串励电动机?
- 4-20 直流电动机有几种调速方法?调速的物理过程是怎样的?各种方法的优缺点如何?
- 4-21 如何判断直流机运行于发电机状态还是电动机状态,它们的 T 、 n 、 E 、 U 、 I 的方向有何不同,能量转换关系有何不同?
- 4-22 交流电机的频率、极数与转速之间有什么关系?在相同转速下,为什么极数少的电机感应电动势的频率较低?
- 4-23 为什么短距绕组的电动势小于整距绕组?为什么分布绕组的电动势小于集中绕组?为什么交流电机不采用整距集中绕组?
- 4-24 为什么说交流绕组所产生的磁通势既是时间函数,又是空间函数?
- 4-25 从物理意义来解释,为什么三相绕组所产生的磁通势是旋转磁通势?旋转磁通势的大小、转向及转速是如何确定的?怎样才能改变旋转磁通势的转向?
- 4-26 三相绕组接在三相电源上,如果有一相断路,则绕组所产生的磁通势具有怎样的性质?
- 4-27 交流绕组所产生的磁通势与直流绕组所产生的磁通势有何区别?
- 4-28 为什么笼型转子绕组不需要绝缘?

- 4-29 一台绕线转子感应电动机，如果在它的定、转子均产生旋转磁场，假定：(1)定、转子磁场旋转方向相同；(2)定、转子磁场旋转方向相反，问转子是否会旋转，转速及转向又如何确定？
- 4-30 当感应电机在发电机及制动状态运行时，定、转子磁通势之间也没有相对运动，试证明之。
- 4-31 感应电机等效电路中 $\frac{1-s}{s}R'_2$ 代表什么意义？能不能不用电阻而用一个电感或电容来表示？
- 4-32 如何推导出感应电机的电动势与磁通势平衡方程式、等效电路、相量图。它们与变压器的有何不同？
- 4-33 如果电源电压下降，而感应电机负载转矩不变，对转速、定子电流、气隙磁通、功率因数 $\cos \varphi_1$ 、功率因数 $\cos \varphi_2$ 各有何影响？
- 4-34 某感应电动机如果：(1)转子电阻增加，(2)定子漏电抗增加，(3)电源频率增加，各对最大转矩、最初起动转矩有何影响？
- 4-35 为什么感应电动机最初起动电流很大，而最初起动转矩却并不太大？
- 4-36 在绕线转子感应电动机转子回路内串电阻起动，可以提高最初起动转矩，减少最初起动电流，这是什么原因？串电感或电容起动，是否也有同样效果？
- 4-37 在绕线转子回路中串入电抗器是否能调速？此时 $T=f(s)$ 曲线、 $\cos \varphi$ 等性能会发生怎样的变化？
- 4-38 试比较同步电机与感应电机结构上主要异同之点。
- 4-39 隐极式及凸极式同步电机转子构造有什么特点？它们适用的条件是怎样的？
- 4-40 交轴及直轴电枢反应磁通势对磁极磁通势各产生什么影响？
- 4-41 同步电抗和哪些因素有关？它的大小说明什么问题？隐极同步电机和凸极同步电机的同步电抗有何异同？
- 4-42 列出凸极及隐极同步发电机在纯电容性负载下的电动势方程式，并绘出其相量图。
- 4-43 一台同步发电机的气隙比正常气隙长度偏大， X_d 和 $\Delta U\%$ 将如何变化？
- 4-44 同步发电机与电网并联时应满足哪些条件？如果不能满足其中任意一个条件时，是否能够进行并联？

- 4-45 功角 δ 在时间上及空间上各表示什么意义? 为什么电机的功率与功角有关?
- 4-46 同步发电机的静态稳定极限与哪些因素有关?
- 4-47 画出凸极同步发电机失去励磁($E_0=0$)时的相量图, 并推导其功角特性, 此时功角 δ 代表什么意义?
- 4-48 一台并联在电网上运行的三相同步发电机, 输出 $\cos \varphi=0.5$ (滞后)的额定电流, 现在要让它输出 $\cos \varphi=0.8$ (滞后)的额定电流, 应该采用什么方法?
- 4-49 一台同步发电机单独供给一电阻性负载时, 如果增加此发电机的励磁电流, 它将多输出什么性质电流?

参 考 书 目

- [1] 汪国梁主编. 电机学. 北京: 机械工业出版社, 1987
- [2] 许实章主编. 电机学(第三版). 北京: 机械工业出版社, 1996
- [3] 汤蕴璆史乃主编. 电机学. 北京: 机械工业出版社, 1999

第五章 高电压与绝缘技术

第一节 气体放电的基本物理过程

一、气体中带电质点的产生与消失

当气体中出现大量带电质点时，气体丧失绝缘性能而呈现导电状态。所以分析气体放电过程之前，首先要了解气体中带电质点是如何产生与消失的。

(一) 气体的电离与分级电离

1. 气体的电离

气体电离所需能量称为电离能 W_i ，也可用电离电位 U_i 表示，即

$$W_i = eU_i \quad (5-1)$$

式中 e 为电子的电荷量， $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。 W_i 的单位用 eV 时，其值与 U_i 是相同的。电离的过程可用下式表示。



式中 E 是外界给予分子 A 的能量， $E \geq W_i$ 。对于热电离、光辐射电离和碰撞电离，上述电离条件可分别以式(5-3)、式(5-4)和式(5-5)表示。

$$\frac{3}{2}kT \geq W_i \quad (5-3)$$

式中 T 是绝对温度， k 是波尔茨曼常数， $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ 。

$$h\nu \geq W_i \quad (5-4)$$

式中 ν 为光辐射波频率， h 是普朗克常数， $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ 。

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq W_i \quad (5-5)$$

假定式(5-5)中电子或离子的动能完全是在电场 E 作用下加速获得的, 则式(5-5)可改写为

$$eEx \geq W_i \quad (5-6)$$

式中 x 是带电质点在碰撞前走过的距离。 x 值具有随机性, 其概率函数与气体的密度有关。

对于常温下的放电过程, 碰撞电离是最重要的电离方式, 因此影响气体放电的最主要的因素是: 气体的性质、气体的密度和电场强度。

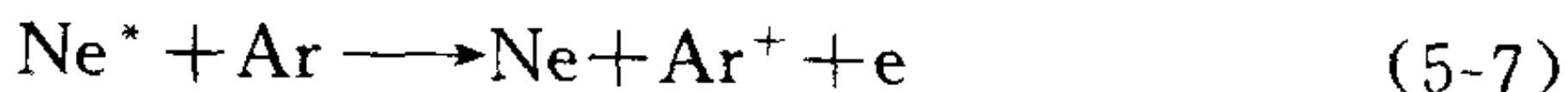
例 5-1 一紫外灯主要谱线的波长为 253.7nm, 问其紫外光的能量是否能使氮气电离($W_i=15.5\text{eV}$)?

解 由式(5-4)可得出电离的条件是 $\lambda \leq \frac{hc}{W_i} = \frac{1234}{U_i} \text{nm}$ 。将 $U_i=15.5\text{V}$ 代入, 可得 $\lambda \leq 80\text{nm}$ 。

可见, 紫外光不能使氮气电离。常见气体的电离能都在 12eV 以上, 所以紫外光不会使气体电离。

2. 气体的分级电离

气体的原子或分子在激励态(激励能为 W_e)再获能量而发生电离称为分级电离, 这种情况下电离所需能量仅为 $W_i - W_e$ 。通常只有亚稳激励态才会引起分级电离。若混合气体中甲气体的亚稳激励能高于乙气体的电离能, 则会出现潘宁(Penning)效应, 典型的例子是氖与氩的混合气体。由于 Ne 的亚稳激励态 Ne^* 的能量 (16.6eV) 高于 Ar 的电离能 (15.7eV), 所以在 Ne 中加入微量 Ar, 可使混合气体的击穿强度甚低于这两种气体各自的击穿强度, 如图 5-1 所示。Ne-Ar 混合气体中的电离过程可用下式表示。



从绝缘的观点看, 潘宁效应是很不利的; 但在气体放电的应用中, 如电光源和激光技术中, 则常常利用潘宁效应。

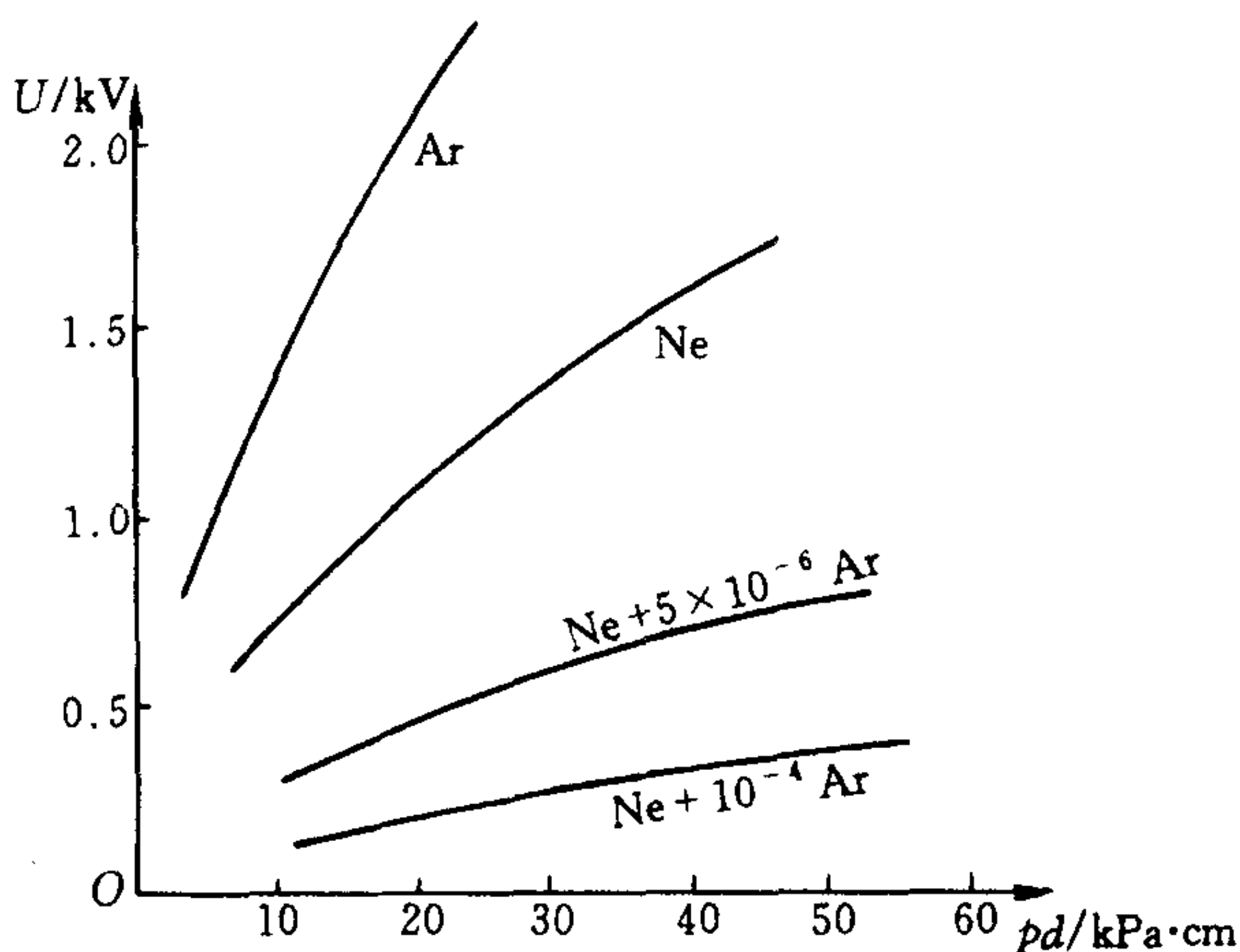


图 5-1 Ne-Ar 混合气体的潘宁效应

(二) 电极表面的电子逸出

由于电极材料的逸出功甚小于气体的电离能，因此正离子撞击阴极和紫外光照射阴极都可以使电子从阴极逸出。对于真空间隙和充压缩 SF_6 气体的间隙，则还可能发生阴极的强电场发射电子。

例 5-2 用例 5-1 中的紫外灯照射铜电极时，问是否会产生电极表面的电子发射？

解 铜的逸出功 $W_a = 3.9\text{eV}$ ，所以光电子发射的条件为

$$\lambda \leq \frac{1234}{3.9} = 319\text{nm}$$

所以此紫外灯的照射可使电极发射电子。在高电压技术中常用人工照射来减小放电时延从而减小放电的分散性。

(三) 扩散与复合

扩散与复合都是带电质点的消失过程。必须注意带电质点复合时会以光辐射形式将电离能释放出来，可导致其他原子或分子的电离，从而促使放电在整个间隙中的发展。所以复合过程在流

注放电理论中是很重要的。

二、放电的电子崩过程

电子崩过程是汤逊理论和流注理论的共同基础，是气体放电基本物理过程中十分重要的环节。

(一) 电子的碰撞电离系数

必须注意，电子碰撞电离系数 α 是一个电子沿电场方向行经 1cm 时平均发生的碰撞电离次数，这并不等于这个电子在 1cm 中产生的电子数，因为由这个电子的碰撞电离产生的电子也会在往阳极行进的过程中发生碰撞电离而产生新电子，所以由一个初始电子在 1cm 内产生的电子总数远远大于 α 。

例 5-3 一个 1cm 长的均匀场间隙，在外施电压下 $\alpha = 11\text{cm}^{-1}$ ，问一个初始电子从阴极出发到达阳极时共有多少个电子？

解 $n = e^{\alpha d} = e^{11} = 59874$

可见到达阳极时电子数已接近 6 万个，电子确实如雪崩式增加。

(二) 影响碰撞电离系数的因素

要计算单位距离内的碰撞电离次数，可先算单位距离内的碰撞次数，再算碰撞引起电离的概率，二者相乘即得单位距离内碰撞电离次数。

1. 电子的平均自由行程

电子每两次碰撞之间的自由行程具有统计性的特征(图 5-2)，因此要引入平均自由行程 λ 的概念，实际自由行程的分布函数为

$$P = e^{-\frac{x}{\lambda}} \quad (5-8)$$

式中 P 为自由行程大于 x 的概率。

例 5-4 求电子自由行程大于 λ 、 3λ 和 5λ 的概率。

解 $e^{-\lambda/\lambda} = 36.8\%$

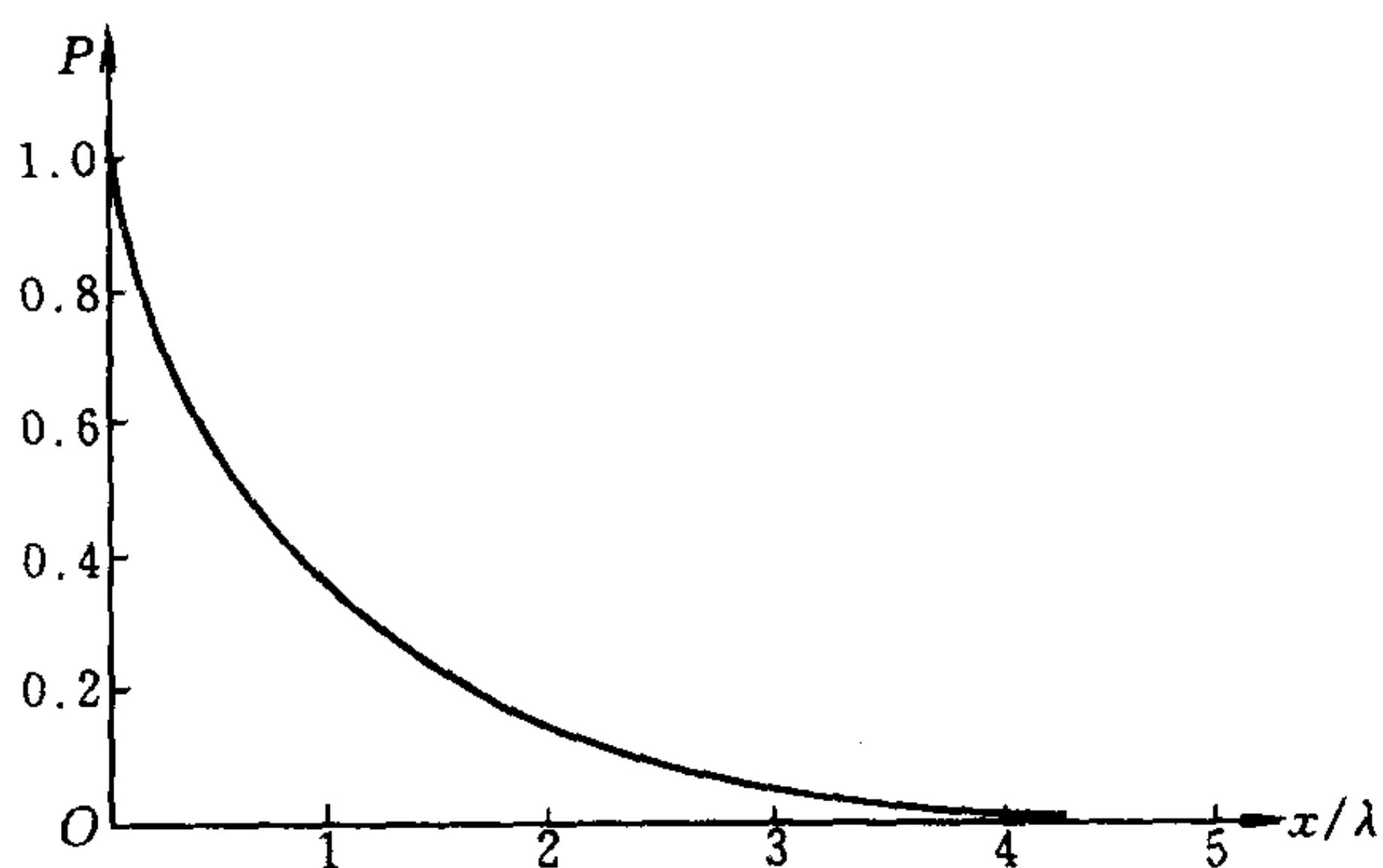


图 5-2 自由行程的分布

$$e^{-3\lambda/\lambda} = 5\%$$

$$e^{-5\lambda/\lambda} = 0.7\%$$

2. 碰撞引起电离的概率

由式(5-6)可见, 碰撞电离的条件是 $x \geq U_i/E$, 所以碰撞引起电离的概率为

$$P_i = e^{-\frac{U_i}{E\lambda}} \quad (5-9)$$

3. α 的表达式

电子在 1cm 内的平均碰撞次数为 $1/\lambda$, 所以根据式(5-9)可写出

$$\alpha = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{U_i}{E\lambda}} \quad (5-10)$$

当气压 p 变化而温度 T 不变时, 式(5-10)可写为

$$\alpha = Ape^{-\frac{Bp}{E}} \quad (5-11)$$

式中 A 为与气体性质有关的常数, $B = AU_i$ 。

由式(5-11)可见, 在温度不变的情况下, $\alpha/p = F(E/p)$ 。

三、自持放电判据

只有电子崩过程是不会发生自持放电的。自持放电的条件是放

电过程产生的二次电子能完全取代外电离因素产生的初始电子。

(一) 汤逊理论

汤逊理论认为二次电子是由正离子轰击阴极产生的，用 γ 系数表示每个正离子从阴极表面平均释放的自由电子数。

汤逊理论的自持放电判据，可以从物理概念出发直接写出而无需繁复的数学推导。对于距离为 d 的均匀场间隙，若阴极初始电子为 1 个，则到达阳极时电子数为 $e^{\alpha d}$ 个。所以碰撞电离产生的电子数，也就是正离子数为 $(e^{\alpha d} - 1)$ 。这些正离子在阴极表面产生的二次电子数为 $\gamma(e^{\alpha d} - 1)$ 。按上述自持的条件，即可写出放电的自持判据为

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1 \quad (5-12)$$

由于 $e^{\alpha d} \gg 1$ ，所以式(5-12)可改写为

$$\gamma e^{\alpha d} \approx 1$$

或
$$\alpha d = \ln \frac{1}{\gamma} = K \quad (5-13)$$

(二) 流注理论

流注理论认为二次电子是由于电子崩内部强烈的复合过程引起的空间光电离产生的。初始崩与空间光电离产生的新电子崩的汇合，形成流注放电过程。可见发生流注放电的条件是：空间电荷使初始崩前后空间的电场发生畸变而得到很大的加强，和电子崩内部发生强烈的复合过程。这两个条件都可用电子崩头部的电子数达到某一临界值 N_{cr} (空气中约为 10^8 数量级) 来表征，即

$$e^{\alpha d} = N_{cr}$$

或
$$\alpha d = \ln N_{cr} = K \quad (5-14)$$

可见流注理论与汤逊理论的放电机理并不相同，但两者的自持放电判据的形式却是一致的。

以上分析均是针对均匀场间隙的。在不均匀电场中，因为间隙中各处 α 是不相等的，所以式(5-13)和(5-14)应写为

$$\int_0^{x_c} \alpha dx = K \quad (5-15)$$

式中 x_c 为临界电子崩长度, 对于稍不均匀场间隙, $x_c = d$; 对于极不均匀场间隙, $x_c < d$ 。 $K \approx 20$ 。

(三) 汤逊理论与流注理论的比较

两种理论的共同基础是电子崩放电过程, 差别在于二次电子的产生机制。两种放电理论都是正确的, 汤逊理论适用于 pd 值较小的情况, 如辉光放电; 而流注放电则适用于 pd 值较大时的放电情况, 如大气和高气压下的放电。流注理论可以解释 pd 值较大时的放电现象, 如放电为何并不充满整个电极空间而是细通道形式, 又如放电时延为何远小于汤逊理论的估算值, 再如为何击穿电压与阴极材料无关等。

通常认为, 汤逊理论适用于 $pd < 26.66 \text{ kPa} \cdot \text{cm}$ (即 $200 \text{ Torr} \cdot \text{cm}$), 而流注理论适用于 $pd \geq 26.66 \text{ kPa} \cdot \text{cm}$ 。

(四) 气体击穿的巴申曲线

巴申曲线是在汤逊放电理论之前由实验得出的放电规律, 即气体的击穿电压 U 是 pd 乘积的函数 (实验时温度 T 保持不变), 且 $U = f(pd)$ 具有一极小值, 如图 5-3 所示。

根据汤逊自持放电判据, 可以推导出气体击穿的巴申曲线, 即

$$U = \frac{Bpd}{\ln \left[\frac{Apd}{\ln \frac{1}{\gamma}} \right]} \quad (5-16)$$

式中 A 与 B 为由实验求得的与气体性质有关的常数。

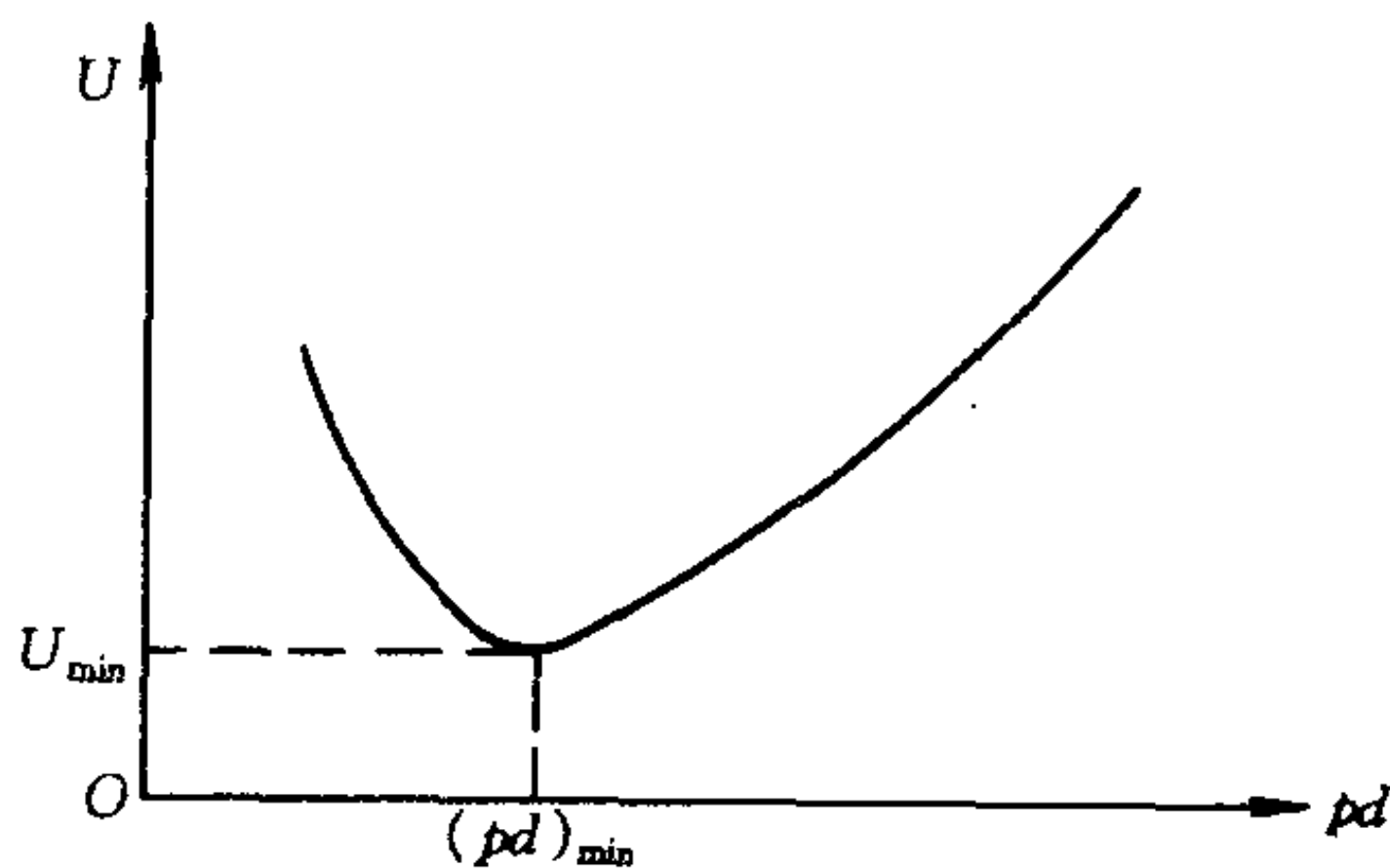


图 5-3 巴申曲线的示意图

式(5-16)所示的放电规律与由实验得出的巴申曲线的一致, 说明汤逊理论是正确的。由于流注放电的自持判据的形式与汤逊自持放电判据是相同的, 所以只要将式(5-16)中的 $\ln 1/\gamma$ 用式

(5-14)中的 K 代入, 可以从流注理论推导出相同的巴申曲线, 这说明流注理论也是正确的。

例 5-5 求式(5-16)中 U 出现极小值的条件。

$$\text{解 令 } \frac{dU}{d(pd)} = 0, B \ln \left[\frac{Apd}{\ln \frac{1}{\gamma}} \right] - Bpd \left[\frac{\ln \frac{1}{\gamma}}{Apd} \left(\frac{A}{\ln \frac{1}{\gamma}} \right) \right] = 0$$

$$\ln \left[\frac{Apd}{\ln \frac{1}{\gamma}} \right] = 1$$

$$\text{所以 } (pd)_{\min} = \frac{e \ln \frac{1}{\gamma}}{A}$$

$$U_{\min} = B(pd)_{\min} = \frac{B}{A} \times 2.718 \ln \frac{1}{\gamma}$$

对于气体温度并非恒定值的情况, 气体放电的规律要用广义的巴申曲线来描述, 即

$$U = F(\delta d) \quad (5-17)$$

式中 δ 为气体的相对密度, 即放电时的气体密度与标准大气条件下的气体密度的比值。

$$\delta = \frac{T_0}{p_0} \cdot \frac{p}{T} = 2.9 \frac{p}{T} \quad (5-18)$$

式中 $T_0 = 293\text{K}$, $p_0 = 101.3\text{kPa}$, T 为放电时气体温度(K), p 为放电时气压(kPa)。

第二节 气体间隙的放电

一、电场均匀度对放电的影响

由式(5-11)可见, 电子碰撞电离系数是电场强度的函数, 所以电场分布对放电有很大的影响。电场的不均匀程度可用电场不均匀系数表示。

(一) 电场的均匀系数

电场不均匀系数 f 是间隙中最大场强 E_m 与平均场强 E_a 的比值。

$$f = \frac{E_m}{E_a} \quad (5-19)$$

式中 $E_a = U/d$ 。

由式(5-19)可见, 电场越不均匀则 f 越大。对于均匀场间隙, $f=1$ 。

也有学者用电场利用系数 η 来描述电场的均匀度。

$$\eta = \frac{E_a}{E_m} = \frac{1}{f} \quad (5-20)$$

对于不均匀场间隙, 通常分为两种情况, 即稍不均匀场间隙和极不均匀场间隙。稍不均匀场间隙的放电特点是, 击穿前无可见电晕, 其电场不均匀系数的范围为 $1 < f \leq 2$ 。极不均匀场间隙的定义为 $f \geq 4$, 其特点是气体击穿前有可见电晕。 $2 < f < 4$ 是稍不均匀场向极不均匀场转变的过渡区, 其特点是放电电压很不稳定。

例 5-6 写出同轴圆柱电极的 f 表达式, 并计算气体绝缘开关装置(GIS)母线筒($R/r=e$)的 f 值。

解

$$E_m = \frac{U}{r \ln \frac{R}{r}}$$

$$E_a = \frac{U}{R-r}$$

所以

$$f = \frac{R-r}{r \ln \frac{R}{r}}$$

$$R/r=e \text{ 时 } f = \frac{(e-1)r}{r} = 1.72$$

所以 GIS 母线筒中是稍不均匀电场。

(二) 均匀场和稍不均匀场中放电

气体是自恢复绝缘，所以气隙放电和气隙击穿的含义是相同的，可以通用。放电取决于外施电压的峰值，所以对交流击穿电压通常也用电压峰值表示。

均匀场空气间隙的击穿电压(峰值)的经验公式为

$$U = 24.22\delta d + 6.08 \sqrt{\delta d} \quad \text{单位为 (kV)} \quad (5-21)$$

式中 d 为间隙距离(cm)， δ 为空气相对密度。

对于 1~10cm 间隙，击穿场强可按 30kV/cm(以电压峰值计算)估算。若 $\delta \neq 1$ ，则要进行修正。

对于稍不均匀场间隙的击穿电压，可按下式估算。

$$U = \frac{E_m d}{f} \quad (5-22)$$

式中 E_m 可取均匀场间隙的击穿场强。

(三) 极不均匀场中放电

极不均匀场间隙的放电特点有二，一是击穿前有稳定的电晕放电，二是击穿有明显的极性效应。

1. 电晕放电

极不均匀电场中，气体击穿前先出现电晕。电晕是自持放电，但只是气体的局部击穿，所以此时间隙仍能耐受外施电压。输电线路发生电晕时会引起电能损耗，并产生电磁干扰和噪声，所以线路设计时应保证在晴好天气不发生电晕。高压实验室中也要避免电晕放电，在电气设备局部放电测量时更要防止电晕对测量的干扰。但另一方面，电晕放电在工业中的应用日益广泛，静电除尘和烟气脱硫、脱硝等都是应用电晕放电的例子。

2. 极性效应

极不均匀场间隙的电极布置在大多数情况下是不对称的，典型的情况如棒-板间隙和导线对地的间隙。电极不对称布置时放电有极性效应。按约定俗成，极性是指曲率半径较小的电极的电压极性，例如正极性棒-板间隙是指棒电极的电压为正极性。

讨论极不均匀场间隙放电的极性效应时，必须区别电晕起始

电压的极性效应和击穿电压的极性效应，因为这两种极性效应正好是相反的。由于空间电荷对原电场分布的畸变，正棒的起晕电压略高于负棒的情况(约高 5% 左右)，然而正棒的击穿电压却甚低于负棒的情况(约低 50% 左右)。

实际上稍不均匀场间隙在两电极不对称的情况下也有不太显著的极性效应。由于在稍不均匀电场中一出现电晕就导致整个间隙击穿，所以其击穿的极性效应相当于极不均匀场间隙的起晕极性效应，亦即在稍不均匀场中负极性击穿电压略低于正极性时，恰好与极不均匀场间隙的击穿极性效应相反。有人将 GIS 的击穿极性效应与敞开式变电所外绝缘的击穿极性效应相反的事实，归结为 SF₆ 与空气绝缘性能的差别，这是完全错误的。事实上高压实验室中测量球隙的极性效应也是与棒-板间隙的击穿极性效应相反的。

二、电压波形对放电的影响

气体间隙的击穿是一个放电发展的过程，需要一定时间才能完成，因此电压作用时间对放电是有影响的。

(一) 稳态电压下的放电

稳态电压指直流电压和工频交流电压，因为后者随时间的变化相对于气体放电过程(一般以微秒计算)来说是不必考虑的。交流电压下，放电发生在电压峰值的瞬间，至于是在正半周还是负半周则要根据放电间隙的极性效应而定。

(二) 雷电冲击电压下的放电

雷电波作用时间很短，因此放电时延对间隙是否会击穿有很大的影响。放电时延具有统计性质，所以冲击放电电压有明显的分散性。

1. 放电时延

放电所需时间，即放电时延，是由统计时延及放电形成时间组成的。采用人工照射可以有效地减小统计时延，因此照射对减

小稍不均匀场短间隙的时延是很有效的。

2. 伏-秒特性

提高间隙中电场强度,可以使统计时延和放电形成时间减小。所以要使间隙在较短时间内击穿,必须提高外施电压。冲击放电电压随击穿时间减小而增大的曲线称为间隙的伏-秒特性。因为放电时延具有分散性,所以伏-秒特性实际上并不是一条曲线而是一条包带。间隙距离越大和电场分布越不均匀时,放电形成时间越长,这种情况下伏-秒特性随着击穿时间减小的上翘越明显。对于间距较短的准均匀场间隙,放电时延很小,例如测量球隙的伏-秒特性在 $t \geq 1\mu\text{s}$ 时差不多是一条水平线,即其冲击放电电压与交流放电电压(峰值)和直流放电电压是相同的。

3. 50%放电电压与冲击系数

习惯上所说的 50%放电电压指全波的 50%放电电压,即将雷电全波加在间隙上时测得的 50%放电电压(在该电压下间隙的放电概率是 50%)。采用 50%放电电压来表征间隙冲击放电特性的优点是其测量比较方便和准确。根据测得的 50%放电电压 U_{50} 和标准偏差 σ ,可以推算间隙的冲击耐受电压(或低概率击穿电压) U_0 。

$$U_0 = U_{50} - 3\sigma \quad (5-23)$$

冲击系数 β 也是一个表示冲击放电特性的重要参数。

$$\beta = \frac{U_{50}}{U_{ss}} \quad (5-24)$$

式中 U_{ss} 是间隙的稳态击穿电压。

间隙的电场分布越不均匀,则 β 越大。例如敞开式变电所外绝缘 $\beta = 1.4 \sim 1.6$, GIS 中 $\beta = 1.2 \sim 1.3$, 测量球隙 $\beta = 1$ 。冲击系数 β 在绝缘设计中是很重要的参数。

例 5-7 220kV 的 GIS 一分钟工频耐受电压(有效值)为 395kV,雷电冲击耐受电压为 950kV。问 GIS 中的气体绝缘尺寸是根据哪一种试验电压确定的?

解 该 GIS 雷电冲击耐受电压与工频耐受电压之比 K 为

$$K = \frac{950}{395 \sqrt{2}} = 1.7$$

已知 GIS 的 $\beta \leq 1.3$, 所以 $K > \beta$

可见 GIS 中气体绝缘尺寸是由雷电冲击耐受电压确定的。

(三) 操作冲击电压下的放电

长间隙 ($d > 1\text{m}$) 的操作冲击击穿电压, 不仅低于雷电冲击击穿电压, 而且比工频击穿电压 (峰值) 还低, 这是短间隙中所没有的放电现象。

对于 $1 \sim 10\text{m}$ 的间隙, 操作冲击击穿电压出现极小值的波前时间范围为 $100 \sim 400\mu\text{s}$, 所以对标准操作冲击电压的波形规定为 $250/2500\mu\text{s}$, 以便对绝缘的耐受能力有较严格的考核。

330kV 及以上电压等级的电气设备的外绝缘, 属长间隙范畴, 因而不宜象 220kV 及以下等级那样用一分钟工频耐压试验来检验绝缘耐受操作过电压的强度。国家标准规定对 330kV 及以上等级的电气设备, 要进行操作冲击耐受试验。

三、大气条件对空气击穿的影响

大气条件指气压 (p)、温度 (T) 和绝对湿度 (AH)。标准大气条件是: $p = 101.3\text{kPa}$, $T = 20^\circ\text{C}$, $AH = 11\text{g/m}^3$ 。大气条件的影响实际上就是气体密度和湿度对放电的影响。

$$u = \frac{\delta u_0}{H^n} \quad (5-25)$$

式中 u ——非标准大气条件下放电电压,

u_0 ——标准大气条件下放电电压,

δ ——相对空气密度,

H ——空气湿度校正系数,

n ——指数, 与绝缘长度有关。

(一) 空气密度的校正系数

由式(5-25)可见,空气密度的校正系数就是相对空气密度,见式(5-18)。不同海拔高度时相对空气密度可参考我国电力行业标准《交流电气装置的过电压保护和绝缘配合》(DL/T 620-1997)附录D:“外绝缘放电电压的气象条件校正”中表D1给出的数据。空气密度的校正系数有别于湿度校正系数,它适用于各种电场均匀度的间隙。

例 5-8 用球径为 15cm 的铜球测量一高压试验变压器的输出电压,当间隙距离减小至 2cm 时刚好发生放电。由球隙放电电压的表格查得该球隙放电电压(峰值)为 59.2kV,试验时 $p=97.3\text{kPa}$, $T=27\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。求试验变压器的输出电压。

解 对球隙只需进行空气密度校正。按式(5-18)可算得

$$\delta = 2.9 \times \frac{97.3}{273 + 27} = 0.94$$

$$U = \delta U_0 = 0.94 \times 59.2 = 55.6\text{kV(峰值)}。$$

(二) 湿度校正系数

湿度对电场较均匀的球隙放电没什么影响($H=1$)。湿度对不均匀场间隙的影响是,放电电压随 AH 的增大而略有提高。这是因为水蒸汽分子是弱电负性气体,它会吸附一部分电子而形成负离子从而削弱碰撞电离过程。在工频交流电压下,空气湿度校正系数 H 可由下式表示。

$$H = 1 + 0.0125(11 - AH) \quad (5-26)$$

在雷电及操作冲击波作用下,湿度影响比工频时小,此时式(5-26)中的 0.0125 要改为 0.009。至于式(5-25)中的指数 n ,在大多数情况下 $n=1$;对长间隙的工频放电和操作冲击波放电情况下的 n 值,可参考 DL/T620-1997 的附录 D。

四、SF₆ 气体中的放电

SF₆ 气体已在电气设备中广泛应用,如气体绝缘的开关装置(GIS)、充气的输电管道(GITL)。有的国家称之为气体绝缘电缆,

GIC)以及气体绝缘变压器(GIT)和充气开关柜(C-GIS)等,因此SF₆气体绝缘的重要性已不亚于空气绝缘。

(一) 电子附着系数和有效电离系数

SF₆气体具有比空气高得多的绝缘强度,是由于SF₆为强电负性气体(将电负性说成负电性是错误的)。电负性是指气体分子有吸附自由电子而形成负离子的倾向(SF₆中F有很强的电子亲和能EA)。

形成负离子时不但不需要外界能量,而且会放出能量(电子亲和能),如下式所示。



电子与负离子虽然都是带电质点,但在碰撞电离过程中所起的作用是不同的。离子的平均行程比电子小,因而不易积累足够的动能引起碰撞电离。再者离子质量大,在发生碰撞时不会象电子那样将全部动能给予被碰撞的质点。这就是汤逊理论中为何不考虑正离子的碰撞电离的原因。可见在电负性气体中由于部分电子变成负离子,因而削弱了碰撞电离过程。

电子附着系数 η 是表示电子附着过程强弱的系数,其定义与电子碰撞电离系数 α 相似,所以电负性气体中有效电离系数 $\bar{\alpha}$ 可用下式表示。

$$\bar{\alpha} = \alpha - \eta \quad (5-28)$$

由于 $\bar{\alpha} < \alpha$,所以SF₆等强电负性气体的击穿场强比一般气体高得多。

(二) 均匀场和稍不均匀场中击穿

当 $p=101.3\text{kPa}$, $T=20^\circ\text{C}$ 时,1cm的充SF₆气体的均匀场间隙的稳态击穿电压(峰值)为89kV,几乎是同样条件下空气间隙击穿电压的3倍。气压增加时,SF₆的击穿电压的提高与巴申曲线略有偏离,在 $pd < 10\text{MPa} \cdot \text{mm}$ 的范围内可按式估算。

$$U = 89(pd)^{0.9} \quad (5-29)$$

式中 pd 的单位是 $\text{MPa} \cdot \text{mm}$, U 的单位是 kV 。

稍不均匀场间隙的击穿电压，与相同 pd 值的均匀场间隙击穿电压的比值，约为 $1/f$ 。负极性击穿电压约比正极性时低 10%。

(三) 极不均匀场中放电的特点

极不均匀电场中 SF_6 的放电有一些异常现象，与工程应用关系密切的有下述两方面，即击穿电压与气压的关系为一驼峰曲线；在驼峰区击穿的冲击系数 $\beta < 1$ 。GIS 无缺陷时为稍不均匀场间隙，但若电极表面有缺陷则会出现局部极不均匀场的情况。因此在现场进行耐压试验时，不允许降低 SF_6 气压进行试验来推算工作气压下的耐受电压。驼峰区 $\beta < 1$ 是因为雷电冲击电压下电晕稳定化作用不如稳态电压时强。国家标准 GB7674-87 的附录 B 指出：“雷电冲击电压试验对检查异常的电场结构（例如电极损坏）特别敏感”，就是因为电极有缺陷的 GIS 中电场分布趋向于极不均匀电场情况。

(四) 电极表面缺陷和导电微粒的影响

电极表面粗糙或电极表面有突起物（毛刺、固定导电微粒或导体连接时安装错位等），都会使局部电场变得很不均匀而使击穿电压降低。自由导电微粒会在外施电压作用下跳动而引发击穿，是 GIS 中最危险的绝缘缺陷。自由导电微粒对雷电冲击击穿的影响不大（微粒来不及跳动），但对直流击穿电压的影响很大（比对工频交流击穿电压的影响大）。因此对 GIS 进行现场耐压试验时，不允许做直流耐压试验，以免出现不该发生的损坏。通常做工频耐压试验时采用阶梯式逐级升压的方法，使导电微粒在跳动中跌入微粒陷阱，不再对 SF_6 气体绝缘造成危害。

五、提高间隙击穿电压的措施

提高间隙击穿电压可从两方面采取措施，即改善间隙中电场分布和削弱气体中电离过程。

(一) 改善电场分布

改善电场分布有两条路径，一是改变电极形状或使用屏蔽电

极，二是采用极间屏障。

屏蔽电极的使用极为广泛，如试验变压器高压套管顶端的均压罩、超高压输电线路绝缘子链与导线连接处的均压金具等。气体绝缘装置的内部也常使用屏蔽电极以减小设备的尺寸，如 GIS 中电磁式电压互感器不仅在高压绕组的端部采用屏蔽电极，还在铁心的尖角处设置接地屏蔽电极以改善电场分布。

采用屏障是利用附着在屏障上的空间电荷来改变极间电场分布。极间障对提高正极性击穿电压尤为有效，极间障的最佳位置是，离曲率半径较小电极的距离约为整个间隙的 $1/4 \sim 1/5$ 。

（二）削弱电离过程

由式(5-10)可见，提高气压使 λ 变得很小，或抽真空使 λ 变得很大，均可使 α 减小因而使击穿电压提高(图 5-3)。应用强电负性气体则是通过电子附着来削弱电离过程，通常还同时提高气压以进一步提高击穿电压。必须注意，在高真空下碰撞电离几乎已不可能，这种情况下击穿机理已不属汤逊理论和流注理论的范畴。

第三节 气体中沿固体表面的放电

一、界面电场分布对沿面放电的影响

沿面放电的形式与闪络电压的大小，与界面电场分布有关。

（一）均匀电场中的沿面放电

这是指固体介质处于均匀电场中，且界面与电力线平行的情况，因而固体介质的引入并不影响气隙中宏观电场分布，但沿面闪络电压却低于无固体介质时的气隙击穿电压。这是因为固体介质表面不可能绝对光滑，且固体表面会吸附水分，使沿面电压分布变得不均匀，但更重要的原因是固体与电极接触面中微小气隙的放电会引发沿面闪络。

例 5-9 1cm 均匀场间隙中放入一块瓷圆柱($\epsilon_r = 6$)，问施加

20kV 的交流电压是否会发生闪络?

解 无瓷柱时气体间隙中场强 $E=20\sqrt{2}/1=28.3\text{kV/cm}$, 所以不会发生击穿 ($E<30\text{kV/cm}$)。

放入瓷柱后, 电极与瓷柱间微小气隙中场强是瓷柱中场强的 6 倍, 即 $E'=6\times 28.3=169.8\text{kV/cm}$, 所以气隙中发生放电。本题中沿面场强 (28.3kV/cm) 已接近均匀场中空气击穿场强 (30kV/cm), 所以气隙放电会引发沿面闪络。

(二) 极不均匀电场中的沿面放电

极不均匀电场中沿面放电的发展过程与电场是否有很强的垂直于界面的分量有关。

1. 电场具有强垂直分量时的沿面放电

套管和高压电机绕组出槽口的绝缘结构属此种情况。这种绝缘结构在交流或冲击电压作用下的沿面放电可用阻容链等值电路进行分析, 其特点是横向电容电流很大导致沿面电压分布极不均匀, 且在闪络前会出现具有热电离特征的滑闪放电。滑闪放电的起始电压取决于固体介质的表面比电容而与极间沿面距离无关。

直流电压下套管型绝缘的沿面放电用电阻链等值电路分析, 由于固体介质的体积绝缘电阻远大于表面绝缘电阻, 因而沿面电压分布比交流和冲击电压下要均匀些, 且直流电压下不存在横向电容电流, 所以不会发生滑闪放电, 其沿面闪络电压比交流下高得多。

2. 电场具有弱垂直分量时的沿面放电

支柱绝缘子属于这种情况, 由于界面上电场垂直分量很弱, 不会出现滑闪放电, 闪络电压随极间距离的增大而提高, 其平均闪络场强大于套管型绝缘结构的情况。

二、受潮表面的沿面放电

(一) 凝露对沿面放电的影响

环境相对湿度 (RH) 很大时, 固体介质表面会凝露, 使闪络电

压降低。 $RH < 60\%$ 时不会凝露,此时闪络电压随湿度增大会略有提高(参看第二节中三(二)湿度校正系数),当 $RH \geq 60\%$ 时出现表面凝露现象,此种情况下闪络电压随湿度的增大而明显下降。

(二) 淋雨对沿面放电的影响

介质表面被雨水完全淋湿时闪络电压很低。当雨水电导率 $\gamma = 0.01\text{S/m}$ 时(淋雨试验时水的电导率),湿闪电压仅为干闪电压的 $40\% \sim 50\%$ 。雨水电导率增大时,湿闪电压更低。

为了提高湿闪电压,在绝缘子表面设置伞裙,使淋雨时绝缘子表面仍有一部分是干燥的。伞宽和伞距之比通常为 $0.5 \sim 1$ 。

三、染污表面的沿面放电

(一) 污闪的特点

染污绝缘表面在受潮时泄漏电流很大,在电流密度大的地方污层中水分受热蒸发形成局部干区引起局部电弧放电。污闪的发展过程实际上就是局部电弧延伸的过程,因而需要相当长的时间。这一特点决定了污闪通常是在工作电压下发生的,会持续很长时间,要等不利的气象条件(雾、露、毛毛雨、融雪等)消失后才能恢复供电。

(二) 污闪的对策

从污闪过程的特点可见,主要的对策应该是减小污层的泄漏电流,大体上可分为三类方法,即减少绝缘子表面的污层沉积(避开污染源、水冲洗等);避免形成连续的水膜(对绝缘子表面进行憎水处理、采用硅橡胶等憎水性材料制造绝缘子等);加长绝缘子泄漏路径(采用特殊设计的耐污绝缘子、增加绝缘子个数等)。电力部门对不同污秽等级的地区所用瓷绝缘子的泄漏比距(泄漏距离与额定线电压的比值)有明确规定,绝缘设计时必须遵循。

例 5-10 大气中等污染地区的 220kV 输电线路如采用 XP-7

型普通悬式绝缘子(泄漏距离 $L=28\text{cm}$, 结构高度 $H=14.6\text{cm}$), 每串需多少片? 串长多少? 如改用 XWP-130 型耐污绝缘子($L=39\text{cm}$, $H=13\text{cm}$), 每串需多少片? 串长多少?

解 根据我国高压架空线路污秽分级标准, 中等污秽地区中性点直接接地的系统中, 泄漏比距应为 $2\sim 2.5\text{cm/kV}$ 。

取泄漏比距为 2.3, 则沿面泄漏距离应为 $2.3\times 220=506\text{cm}$ 。

若采用 XP-7, 则 $n=\frac{506}{28}=18$, $H=18\times 14.6\text{cm}=262.8\text{cm}$ 。

若采用 XWP-130, 则 $n=\frac{506}{39}=13$, $H=13\times 13\text{cm}=169\text{cm}$

可见采用耐污绝缘子不仅减少了串中绝缘子数, 且可降低杆塔高度近 1m , 可有效地节约建设投资。

第四节 液体与固体介质的击穿

一、液体介质的击穿

(一) 工程液体介质的小桥击穿理论

纯净液体介质中的击穿过程与气体击穿相似, 但工程液体介质的击穿则是由液体介质中杂质(气泡、水分和固体纤维等)在电场作用下排成连接两电极的小桥而引起的, 其击穿场强远低于纯净液体介质的击穿场强。

(二) 影响击穿的因素

工程中广泛应用的是矿物油。影响油击穿的因素, 实际上就是影响杂质小桥形成的因素, 所以下述影响因素对其他液体介质也是适用的。

1. 杂质的影响

杂质对均匀场中击穿影响较大。因为在极不均匀电场中杂质不易排成小桥, 所以杂质对击穿的影响较小。

油中最主要的杂质是水分。极微量水分可溶于油中, 对油击

穿没多大影响。影响击穿的是悬浮状态的水分，过量的水分会沉积于容器底部而不再影响油的击穿。气泡对油击穿也有明显影响，所以油在注入变压器前要先干燥和脱气，对大型变压器还要求在真空下注油。

2. 温度的影响

未受潮的油的击穿强度与温度关系不大(随温度上升击穿场强略有下降)，而受潮的油在均匀场和稍不均匀场中的击穿强度与温度有很大的关系。温度升高时水分在油中的溶解度增大，因此击穿场强明显提高。极不均匀电场中温度的影响不明显，这是因为此时杂质对击穿的影响不大。

3. 电压波形的影响

雷电冲击波作用下，杂质来不及排成小桥，所以油的冲击击穿电压明显高于工频击穿电压，即其 β 明显大于空气间隙的 β 值，且电场越均匀 β 越大。高压油浸变压器主绝缘 $\beta=1.7\sim 2$ 。

4. 液体介质击穿的体积效应

油击穿强度随间隙中油体积的增加而下降，这是因为形成杂质小桥的概率取决于油间隙中杂质的数量。

(三) 提高击穿强度的措施

除对液体介质进行过滤(去除固体杂质和水分)和祛气处理外，还可在绝缘结构设计中采用固体介质来减小液体介质中杂质的影响，即采用覆盖层、绝缘层和屏障来提高击穿强度。采用屏障时要注意固体介质总厚度不能过大，否则会使液体介质中场强增大过多。

例 5-11 对 $d=50\text{ mm}$ 的均匀场油间隙施加交流电压 400 kV ，油隙中有 2 个 3 mm 厚的纸板屏障，求油中场强值。若每个屏障的厚度增至 6 mm ，问油中场强有何变化(油的 $\epsilon_r=2$ ，纸板的 $\epsilon_r=5$)？

解 油中场强 E_1 与纸板中场强 E_2 之比为

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = 2.5$$

因 $E_1(5-d_2) + E_2d_2 = 400$

所以 $E_1(5-d_2) + \frac{E_1d_2}{2.5} = 400$

用 3mm 屏障时, $d_2 = 0.6\text{cm}$, 此时 $E_1 = 86.2\text{kV/cm}$ 。

用 6mm 屏障时, $d_2 = 1.2\text{cm}$, 此时 $E_1 = 93.5\text{kV/cm}$ 。

二、固体介质的击穿

(一) 电压作用时间对击穿的影响

固体介质的击穿强度比液体和气体介质高, 但固体介质除发生电击穿外还会发生热击穿和电化学击穿。当固体介质的发热超过其散发的热量时, 温度会升高, 有可能出现介质的热崩溃, 即热击穿。固体介质在工作电压下发生局部放电, 会使材料逐渐劣化而最终导致击穿, 称之为电化学击穿。热击穿所需时间从几分钟到几个小时; 电化学击穿常需几个月到几年的时间。

(二) 局部放电的特点

固体介质中有空穴时, 在外施电压远低于固体介质击穿电压时气泡中已发生放电。这种局部放电的长期存在, 会使固体介质性能劣化。所以为保证绝缘介质的寿命, 在工作电压下不允许电气设备中发生局部放电(对容易老化的有机介质尤其如此)。对局部放电过程可用含气隙的绝缘等值电路进行分析。

例 5-12 平板电极之间有 10 层 $25\mu\text{m}$ 厚的聚丙烯薄膜($\epsilon_r = 2.2$), 其中一层薄膜有一空洞, 求试品的局部放电电压。

解 由空气的巴申曲线查得, $25\mu\text{m}$ 气隙的放电电压(峰值)为 0.45kV 。

局部放电等值电路中气隙的电容 C_g 和与 C_g 串联的薄膜的电容 C_b 分别为

$$C_g = \frac{\epsilon_0 A}{25 \times 10^{-6}}, \quad C_b = \frac{2.2 \epsilon_0 A}{9 \times 25 \times 10^{-6}} = 0.244 C_g$$

$$\text{所以 } \frac{U}{0.45} = \frac{C_g + C_b}{C_b} = \frac{1.244}{0.244} = 5.1$$

即 $U = 2.3\text{kV}$ (峰值)

例 5-13 110kV 交联聚乙烯电缆在敷设后用工频串联谐振法进行耐压试验，耐压试验前后还对局部放电进行检测。问测局部放电时应加多少电压？

解 局部放电的熄灭电压约为起始电压的 85%。考虑到过电压引起的局部放电应在过电压消失后熄灭，所以局部放电的熄灭电压应高于系统最高工作电压。

110kV 相对地的最高运行电压为 $1.15 \times 220 / \sqrt{3} = 73\text{kV}$ ，所以测局部放电时所加电压应为 $U \geq 73 / 0.85 = 86\text{kV}$ 。

三、复合绝缘的特性

(一) 多介质系统中的电场分布

常见的是双层介质的情况。在均匀电场中，交流电压下两种介质中电场之比为 $E_1/E_2 = \epsilon_2/\epsilon_1$ ，在直流电压下则为 $E_1/E_2 = \rho_1/\rho_2$ 。所以由液、固两种介质组成的复合绝缘，在交流电压下的电场分布不如直流电压下的电场分布合理。这就是油纸绝缘的短时直流击穿场强高于短时交流击穿场强的原因（前者约为后者的 2 倍或更高）。油纸绝缘的长时直流击穿场强比长时交流击穿场强高得更多，因为直流电压下没有极化引起的介质损耗，所以不会发生热击穿，且局部放电对介质的危害也比交流电压下小。交流电缆和电容器用于直流电压时，工作电压一般可提高到交流额定电压的 3 倍左右；但设计用于直流电压的电缆和电容器却未必能用于交流电压。

(二) 调整电场分布的方法

利用复合绝缘中电场分布的规律，可以改善绝缘中电场分布，例如在高压油纸电缆中常采用分阶绝缘以减小最大场强；在 GIS 中可合理设计盘形绝缘支撑的形状使沿面电场分布比较均匀。

例 5-14 110kV 的单芯铅包油纸电缆的绝缘层内、外半径分别为 8.5 及 20mm, 问工作电压下绝缘中最大场强有多大? 又, 若采用分阶绝缘, 内层 4mm 厚用 $\epsilon_r=4.5$ 的油浸纸, 外层 7.5mm 用 $\epsilon_r=3.8$ 的油浸纸, 问此时绝缘中最大场强是多少?

解 由例 5-13 已知, 110kV 相对地最高运行电压为 73kV, 所以不采用分阶绝缘时的最大场强为

$$E_m = \frac{73}{8.5 \ln \frac{20}{8.5}} \text{ kV/mm} = 10 \text{ kV/mm}$$

采用分阶绝缘时先算不同介电常数部分的电容比。

同轴圆柱电极的电容公式为

$$C/l = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\ln \frac{R}{r}}$$

所以内层绝缘与外层绝缘的电容比为

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{4.5 \ln \frac{20}{12.5}}{3.8 \ln \frac{12.5}{8.5}} = 1.443$$

内层与外层绝缘所承受的电压分别为

$$U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} U = \frac{U}{\frac{C_1}{C_2} + 1} = \frac{73}{2.443} \text{ kV} = 29.9 \text{ kV}$$

$$U_2 = (73 - 29.9) \text{ kV} = 43.1 \text{ kV}$$

所以内层与外层绝缘中最大场强分别为

$$E_{m1} = \frac{29.9}{8.5 \ln \frac{12.5}{8.5}} \text{ kV/mm} = 9.12 \text{ kV/mm}$$

$$E_{m2} = \frac{43.1}{12.5 \ln \frac{20}{12.5}} \text{ kV/mm} = 7.34 \text{ kV/mm}$$

采用分阶绝缘时电缆中最大工作场强为 9.12kV/mm, 比采

用单一介质时场强有所降低。

第五节 电气设备绝缘的非破坏性试验

一、电介质的极化、电导与损耗

描述电介质(绝缘材料是电介质)特性的四大参数是 ϵ , γ (高压工作者常用 ρ , $\rho=1/\gamma$), $\tan \delta$ 和 E_b (击穿场强)。非破坏性试验常通过对 ϵ , ρ , $\tan \delta$ 的测量来间接地判断 E_b 是否下降。除此之外, 在绝缘设计时也需要掌握绝缘材料的 ϵ , ρ , $\tan \delta$ 值, 以便选用适当的材料。例如对电容器的绝缘介质, 除耐电强度高以外还希望 ϵ 大, 以提高电容器的储能密度。但对电缆则正好相反, 希望绝缘介质的 ϵ 小以减小电缆充电电流。绝缘电阻率 ρ 的大小在一般情况下不是太重要, 但在测量高压静电发生器的输出电压时, 静电电压表或球隙的绝缘支架必须采用 ρ 很大的材料, 以免泄漏电流太大影响发生器的输出电压。材料的 $\tan \delta$ 值对工频交流设备是十分重要的, 因为 $\tan \delta$ 太大会引起热击穿, 这一点在中频电气设备中尤为突出。

(一) 影响极化、电导与损耗的因素

绝缘受潮是电气设备运行中最常见的问题, 受潮对极化、电导与损耗都有影响。水是极性介质, 其 $\tan \delta$ 很大而 ρ 却很小, 所以通过测量设备的绝缘电阻和 $\tan \delta$ 可以判断绝缘是否受潮。

温度对极性介质的极化与损耗有很大的影响, 且无可用于各种介质的一般规律, 所以宜在相近的温度下测 $\tan \delta$ 以便与历史记录作比较。温度对绝缘电阻率的影响特别大, 所以测绝缘电阻或泄漏电流时必须进行温度校正, 最好是在相同的温度下测量比较。必须注意, 电介质的电阻温度系数是负的, 不仅绝缘材料如此, 就是常用于限流电阻的水也是一样, 因此在水电阻设计时要特别注意其热容量, 以免过热引起的恶性循环导致限流电阻的失效。

(二) 多层介质的吸收现象(夹层极化)

吸收现象是由于介质不均匀引起的,以双层介质为例,若 $\epsilon_1/\epsilon_2 \neq \gamma_1/\gamma_2$ 就会出现吸收现象。介质受潮(或部分受潮)时,吸收过程的时间常数减小,因而吸收现象持续时间缩短,所以电力部门常根据吸收过程的快慢来判断绝缘是否受潮。过去一般将吸收比 $K = \frac{R_{60''}}{R_{15''}} \geq 1.3$ 作为绝缘未受潮的判据。目前随着设备的大型化,上述判据有时会造成误判,所以采用 10min 和 1min 时绝缘电阻的比值(极化指数 PI)来判断。 $PI = \frac{R_{10'}}{R_{1'}} \geq 1.5$ 时表明绝缘未受潮。

二、绝缘电阻与泄漏电流的测量

测绝缘电阻与测泄漏电流从原理上看是相同的,只是测绝缘电阻用的高阻计的直流电压较低,且在表上直接标出绝缘电阻值。

(一) 绝缘电阻的测量

进行绝缘试验时总是首先测量试品的绝缘电阻,因为简单易行,可以发现明显的绝缘缺陷。测绝缘电阻时,必须正确使用高阻计的屏蔽端子,以消除绝缘表面泄漏电流对测量结果的影响。

(二) 泄漏电流的测量

测泄流电流时要注意的问题是:微安表的位置和微安表的过电流保护。试品外壳不接地时,可将微安表串接在试品的接地线中。若试品的外壳已经接地(电缆、变压器等),则将微安表串接在高压引线之前,且应将微安表及其后的高压引线加以屏蔽。微安表不宜串接在直流高压电源的接地线中,以免试验设备和高压引线的杂散泄漏电流和电晕电流流过微安表引起测量误差(即使用差值法进行校正,仍会有较大误差)。微安表保护设计应使通过微安表的电流在即将到达满量程值时,使放电管(例如小氖管)动作。微安表保护装置的响应时间必须很小,保证试品发生击穿时不会损坏微安表。

三、介质损耗角正切($\tan \delta$)的测量

(一) $\tan \delta$ 的等值电路

图 5-4 是 3 种描述介质损耗的等值电路。

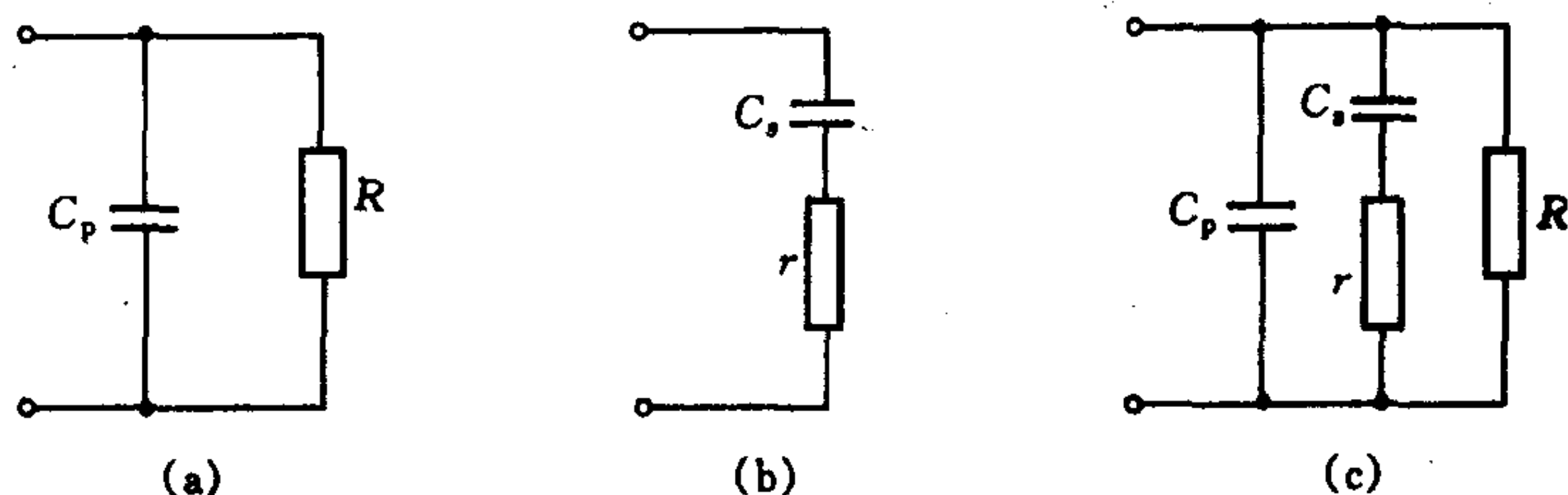


图 5-4 $\tan \delta$ 的等值电路

(a) 并联等值电路 (b) 串联等值电路 (c) 复合等值电路

并联等值电路所反映的物理过程是泄漏引起的电导损耗, 由图 5-4(a)可见, $\tan \delta = 1/\omega C_p R$ 。串联等值电路所反映的物理过程是极化损耗(包括夹层极化损耗), 由图 5-4(b)可见, $\tan \delta = \omega C_s r$ 。图 5-4(c)所示的复合等值电路, 同时考虑极化损耗与电导损耗, 因而是比较全面的。

(二) 西林电桥

西林电桥已有 70 余年的历史, 但迄今仍然是测量 $\tan \delta$ 的标准方法。

在推导西林电桥平衡条件时, 通常将试品用串联等值电路表示, 因此可得出

$$C_x = \frac{R_4}{R_3} C_N \quad (5-30)$$

$$\tan \delta = \omega C_4 R_4 \quad (5-31)$$

若试品用并联等值电路表示, $\tan \delta$ 的表达式与式(5-31)相同, 但 C_x 的表达式略有差别, 即

$$C_x = \frac{R_4}{R_3} C_N \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \delta} \right)$$

$$\approx \frac{R_4}{R_3} C_N \quad (5-32)$$

(三) $\tan \delta$ 测量的影响因素

影响因素可分为两类。首先是引起测量误差的因素，如电磁场的干扰、试品表面泄漏引起的误差等，其中以外电场干扰为最常见和难解决的因素。其次是试验条件造成难以判断绝缘是否有缺陷，如试品电容太大、试验电压太低、测量时温度偏离常温范围等，其中试品电容对检测灵敏度的影响常是不易解决的问题。

1. 外电场的影响

在运行的变电所中，对一台停电设备进行 $\tan \delta$ 测量时，会有很强的电场干扰。这种情况下，由于难以对被试设备高压套管的带电部分完全屏蔽，常会出现很大的测量误差。此时可采用倒相法，即第一次测量后将试验电源反相再测一次。根据两次测量结果(图 5-5)，可以算出试品的 $\tan \delta$ ，即

$$\tan \delta = \frac{C_1 \tan \delta_1 + C_2 \tan \delta_2}{C_1 + C_2} \quad (5-33)$$

在电场干扰很强烈的情况下，图 5-5 中 δ_1 有可能变成负角，

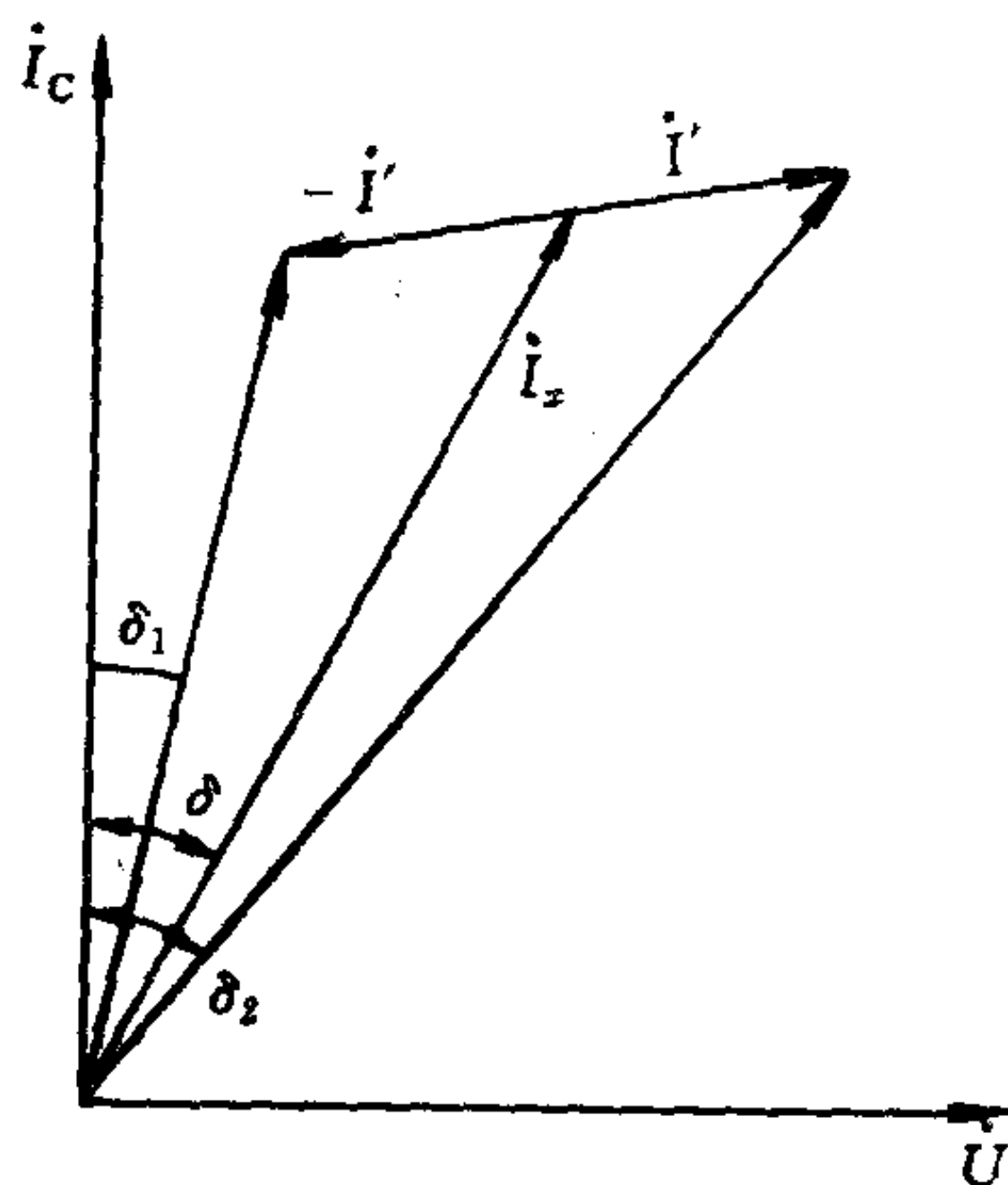


图 5-5 用倒相法消除电场干扰的相量图

即 $i_x + (-i_1)$ 进入图中第二象限，因而电桥无法平衡。此时必须用电桥切换开关将 C_1 切换到与 R_3 并联的位置使电桥平衡，计算 $\tan \delta$ 仍用式(5-33)，只是 $\tan \delta_1$ 为负值。用移相法可以有效地消除外电场干扰，即调节移相器改变试验电源的相位，使倒相法测得的 $\tan \delta_1$ 与 $\tan \delta_2$ 在数值上比较接近(此时外电场对 $\tan \delta$ 测量的干扰较小)。

2. 试品电容量的影响

设电气设备中绝缘良好部分

电容为 C_A ，其介质损耗角正切为 $\tan \delta_A$ ，而绝缘有缺陷部分则分别为 C_B 和 $\tan \delta_B$ ，则整个设备绝缘的 $\tan \delta$ 为

$$\tan \delta = \frac{C_A \tan \delta_A + C_B \tan \delta_B}{C_A + C_B} \quad (5-34)$$

由式(5-34)可见， $C_B \ll C_A$ 时， $\tan \delta \approx \tan \delta_A$ ，所以这种情况下难以发现绝缘缺陷。

对于可分别测各部件 $\tan \delta$ 的设备，应分别进行测量，以提高检测缺陷的灵敏度。例如对于电力变压器，可断开电容套管末屏的接地线，分别测量套管和变压器绕组的 $\tan \delta$ 。

例 5-15 50m 长的油纸电缆线路中有 0.5m 长出现绝缘缺陷，使 $\tan \delta = 0.05$ ，绝缘完好部分的 $\tan \delta = 0.005$ ，问该电缆线路的 $\tan \delta$ 测量值是多少？

解 设每米电缆的电容量为 C_0 ，则

$$\tan \delta = \frac{0.005 \times 19.5C_0 + 0.05 \times 0.5C_0}{19.5C_0 + 0.5C_0} = 0.0061$$

可见这种情况下，测 $\tan \delta$ 对发现绝缘缺陷是不太灵敏的。

四、局部放电的测量

(一) 表征局部放电性能的参数

最基本的参数是局部放电的起始电压与熄灭电压，以及在试验电压下的局部放电视在电荷量。其他还有脉冲重复率和出现放电脉冲时的相位角等。

(二) 常用的局部放电检测方法

最常用的是脉冲电流法，用高压标准电容器形成局部放电高频脉冲电流的通路。采用这种直接测量法时，要注意消除干扰的影响。采用平衡法(桥式接线)有利于消除外界干扰对测量的影响，是比较理想的方法。

除采用标准电容器作为耦合元件外，还可用高频电流互感器(即有高频磁芯的罗果夫斯基线圈)作为局部放电信号的传感元件

(例如串接在发电机绕组中性点的接地线中),或用天线传感器接受局部放电的超高频电磁波(GIS中的超高频检测法)。

局部放电的非电测量方法,在工程中也有应用,例如用超声传感器可对变压器的局部放电进行检测和定位。

五、带电试验和在线绝缘诊断

(一) 带电试验

在不停电的情况下,也可以对一些设备进行非破坏性绝缘试验,如绝缘子串的电压分布测量、变压器油样的击穿试验和油中溶解气体的气相色谱试验。

(二) 在线绝缘诊断

这是运行中设备绝缘监测的新动向,诊断系统包括检测传感器和数据采集、处理、分析与打印的计算机软件。在线测量 $\tan \delta$ 和在线测量局部放电等技术已在工程中获得应用。

第六节 电气设备绝缘的高压试验

一、工频高电压试验

(一) 工频高电压的产生

1. 试验变压器的特点

试验变压器都是单相变压器,其特点是输出电压高、容量小,因此试验变压器的散热问题比较简单,而高压套管的绝缘却是一个突出的问题。根据这一特点,试验变压器可以采用绝缘外壳的结构而省略高压套管;对于铁壳变压器则可采用高压绕组中点与外壳连接的双套管出线方式,使绝缘问题得以简化。选择试验变压器参数时,应根据试品的最高试验电压和试品的最大电容量,且考虑一定的裕度。

例 5-16 某变压器厂生产 220kV 及以下电压等级的电力变

压器, 高压绕组对地的最大电容量为 $6\,500\text{pF}$ 。问该厂需要多大参数的工频试验变压器?

解 220kV 变压器的一分钟工频耐受电压为 395kV , 所以耐压试验时试品的电容电流为

$$I = U\omega C = 395 \times 10^3 \times 314 \times 6\,500 \times 10^{-12} = 0.81\text{A}$$

根据试验变压器的规格, 选取 $500\text{kV}/500\text{kVA}$ 。

2. 串级试验变压器

单个试验变压器的最高输出电压一般不超过 750kV , 需要更高试验电压时采用串级装置。串级装置的容量利用率随级数的增大而减小, 且总的漏抗比各级漏抗之和要大, 所以串级试验变压器的级数一般不超过 3 级。

例 5-17 写出串级试验变压器的利用率 η 与级数 n 的关系。若 $n=3$, 问 $\eta=?$

解

$$\eta = \frac{n}{\sum n} = \frac{2}{n+1}$$

$n=3$ 时, $\eta=50\%$

3. 试验变压器的调压

试验变压器的调压方式影响其输出电压的波形。调压设备的漏抗越大, 试验变压器输出电压波形的畸变越严重。由于试品的放电取决于试验电压的峰值, 而用静电电压表等仪表测得的是试验电压的有效值, 因此要求试验变压器输出电压要尽可能接近正弦波形。从这一点看, 电动发电机组调压最佳, 自耦调压器次之, 移卷调压器最差。但电动发电机组费用昂贵, 自耦调压器容量有限(一般不超过 10kVA), 所以移卷式调压器应用很广泛, 为避免波形畸变, 可在变压器低压侧加装滤波装置。

(二) 工频高电压的测量

1. 高压静电电压表

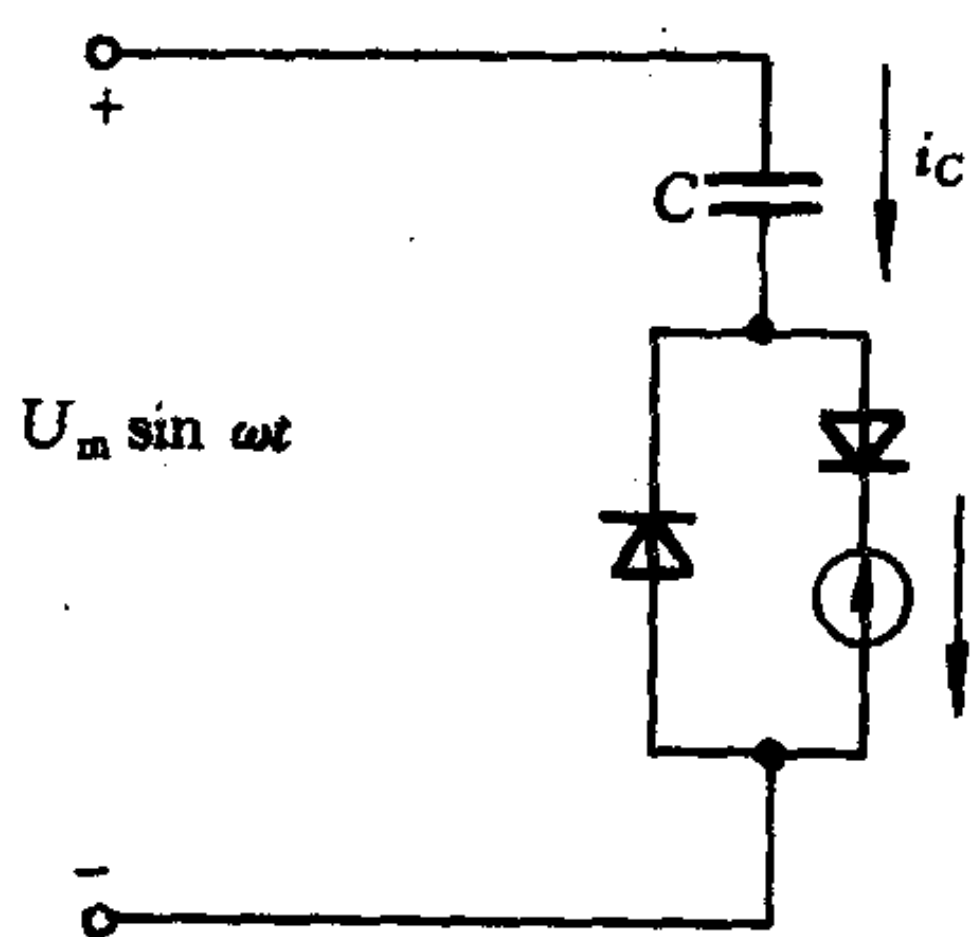
静电电压表的突出优点是其内阻抗极高, 因而它的接入对试验电源几乎没有影响, 它的使用比球隙测压器方便。静电电压表

测量的是电压的有效值，现有的高压静电电压表可直接测量 500kV 及以下的电压。

2. 分压器配用低压仪表或示波器

采用分压器的优点是可以用低压测量仪表测量很高的电压。工频高压的测量一般用电容分压器，高压臂电容可用多个 $\tan \delta$ 很小的低电感电容器串联组成，也可采用充气标准电容器作为高压臂电容。

3. 球隙测压器



测量球隙的使用，不如上述两种方法方便，但它是校正其他测量方法的标准。为保证测量精度，在测量时必须符合国标对球隙的结构、布置、连接和使用等方面所作的规定。

4. 峰值电压表

测量整流后的电容电流，或测量电容器的充电电压，都可以确定被测

图 5-6 工频峰值电压测量回路 工频高压的峰值。

例 5-18 对于图 5-6 所示的工频峰值电压测量回路，写出整流电流平均值 I_a 与被测电压峰值 U_m 的关系式。

解 I_a 是电流表中半个周期内通过的电流在一个周期内的平均值，即

$$I_a = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} i_c dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} \left(C \frac{du}{dt} \right) dt = \frac{C}{T} \int_{-U_m}^{U_m} du = \frac{2CU_m}{T}$$

所以
$$U_m = I_a / 2Cf$$

二、直流高电压试验

(一) 直流高电压的产生

1. 高压整流器的主要技术参数

直流高压发生器用高压硅整流器(硅堆)作为整流元件，其主

要技术参数为额定整流电流和额定反向工作电压峰值(反峰电压)。

例 5-19 图 5-7 所示的倍压整流回路中, 试验变压器的额定电压为 100kV, 选择 C_1 与 C_2 的额定电压和 VD_1 与 VD_2 的额定反峰电压。

解 变压器最大输出电压的峰值为 $100\sqrt{2}=141\text{kV}$, 所以 C_1 的额定电压应大于 141kV, 取为 150kV。

A 点的对地电位变化范围为 $0\sim+282\text{kV}$, 所以 B 点的对地电位为 $+282\text{kV}$ 。取 C_2 的额定电压为 300kV。

根据 A 点与 B 点的电位可得出 VD_1 与 VD_2 的反峰电压均应大于 282kV, 应选取 300kV 的硅堆。

2. 直流发生器的基本技术参数

直流发生器有负载(R_L)时的输出电压, 低于空载电压 U_0 , 且有脉动。空载电压与脉动输出电压的最大值的差值, 称为压降 ΔU ($\Delta U=U_0-U_{\max}$)。直流发生器的基本技术参数有 3 个, 即额定平均输出电压 U_a 、额定平均输出电流 I_a 和电压脉动系数 S (亦称纹波系数)。

$$U_a \approx \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2} \quad (5-35)$$

$$I_a = \frac{U_a}{R_L} \quad (5-36)$$

$$S = \frac{\delta U}{U_a} \quad (5-37)$$

式中 $\delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2}$, 称为电压的脉动幅度。

负载电流越大, 则 ΔU 与 δU 越大。试验标准要求高压直流发生器的 $S \leq 3\%$ 。

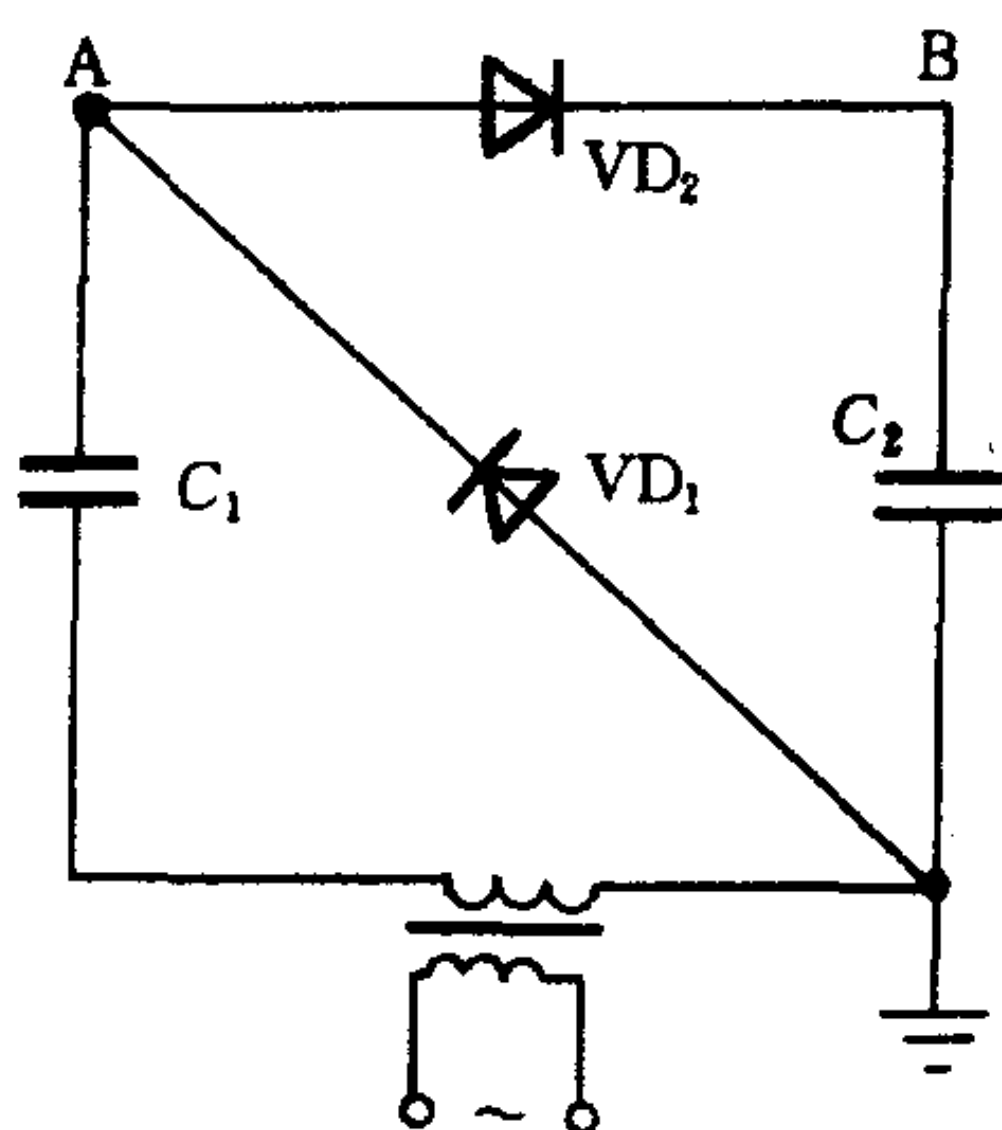


图 5-7 倍压整流回路

例 5-20 写出半波整流回路的电压脉动系数表达式。

解 忽略从 U_{\min} 充电到 U_{\max} 的时间，则可认为从 U_{\max} 放电到 U_{\min} 的时间为一个周波 T ，此时间内电容器通过负载 R_L 放掉的电荷 Q 为

$$Q = I_a T = \frac{I_a}{f}$$

在此时间段内，电压下降 $2\delta U$ ，即

$$2\delta U = \frac{Q}{C} = \frac{I_a}{Cf} = \frac{U_a}{CfR_L}$$

所以

$$S = \frac{\delta U}{U_a} = \frac{1}{2R_L C f} \quad (5-38)$$

3. 串接直流发生器

串接直流发生器的电压脉动系数，随级数 n 的增加而急剧增大， S 的表达式为

$$S = \frac{n(n+1)}{4R_L C f} \quad (5-39)$$

由式(5-39)与(5-38)的比较可见，串接直流发生器的电压脉动系数比半波整流回路要大得多。为使串接直流发生器的 S 值不超过试验标准的规定值，必须增大电容量 C 或提高交流电源的频率 f 。采用提高 f 的方法在多数情况下是比较经济的，可以采用数千赫甚至更高频率的逆变器供电。

(二) 直流高电压的测量

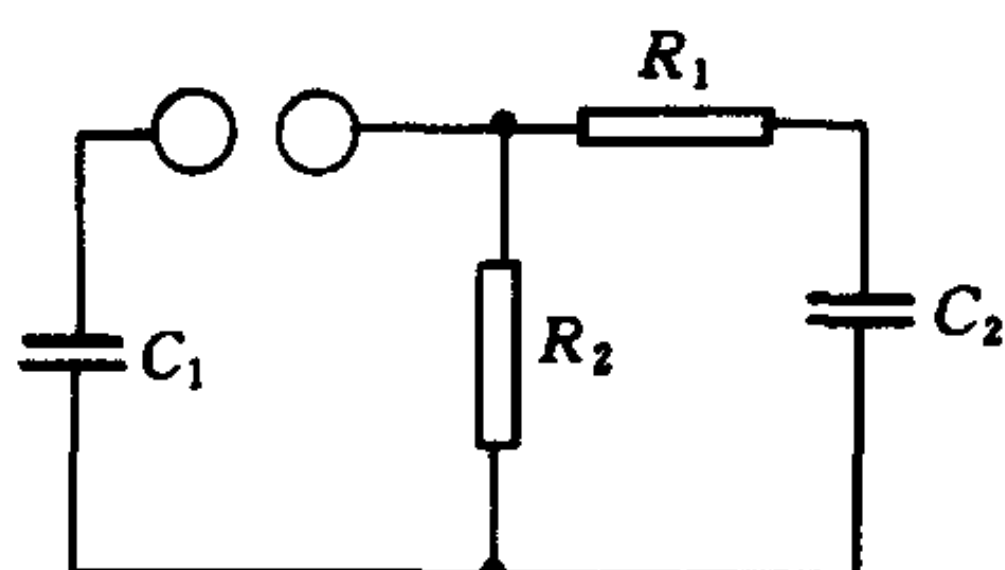
直流高电压可用静电电压表测量，也可用球隙测量，但用球隙测直流高电压时误差比测交流和冲击电压时要大。使用最广泛的是高欧姆电阻与微安计串联的测量方法。选择高欧姆电阻的阻值时，一般使额定电压下流过电阻的电流在 1mA 左右。电流过大会使直流高压发生器的压降和脉动增大；但电流过小时，绝缘支架的泄漏电流和电晕电流会对测量造成明显的误差。高欧姆电阻通常用很多个精密金属膜电阻串联组成，为改善其绝缘和散热性能，常将其浸入油中。

三、冲击高电压的产生

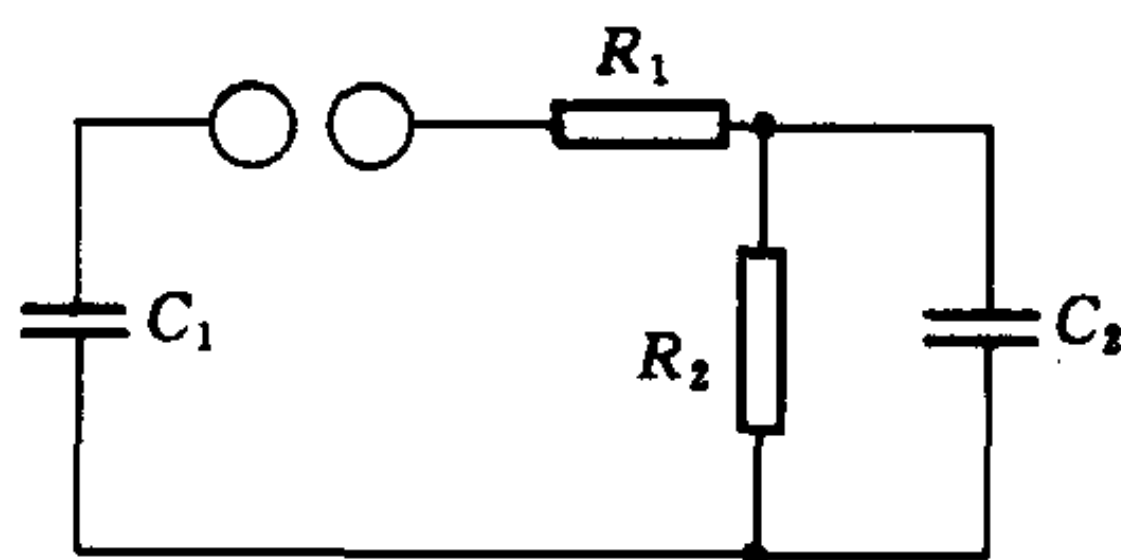
(一) 雷电冲击波的产生

1. 基本回路和参数的近似计算

图 5-8 是冲击电压发生器的基本回路, 图中 C_1 是发生器的电容, C_2 是负荷电容(波头电容), R_1 是波头电阻, R_2 是波尾电阻。参数选择时首先根据试品的电容确定 C_2 , 一般取 $C_1 \approx 10C_2$ (若 C_2 较大难以实现前述条件时, 也应使 $C_1 > 5C_2$, 否则发生器的效率不高), 然后根据冲击电压的波形计算 R_1 与 R_2 值。标准雷电波的波形是 $1.2/50\mu\text{s}$, 其中 $1.2\mu\text{s}$ 是波头时间 T_f , $50\mu\text{s}$ 是电压降至半峰值的时间 T_r (波尾时间)。回路参数与波形的近似关系式为



(a)



(b)

图 5-8 冲击电压发生器的基本回路

(a) 高效率回路 (b) 低效率回路

$$T_f \approx 3R_1C_2 \quad (5-40)$$

$$T_r \approx 0.7R_2(C_1 + C_2) \quad (5-41)$$

式(5-40)、(5-41)对图 5-8 中两种回路都是适用的, 由上述二式算得的 R_1 与 R_2 需在波形调试中进行修整。

图 5-8 中两种回路的效率是不同的(效率 η 的定义是冲击电压的峰值与 C_1 的充电电压之比), 在高效率回路中效率 η 为

$$\eta \approx \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad (5-42)$$

在低效率回路中

$$\eta \approx \frac{C_1}{C_1 + C_2} \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (5-43)$$

必须注意，图 5-8(a)所示的高效率回路实际上是不能采用的。因为在多级冲击电压发生器中，为了抑制寄生振荡，必须在每级放置阻尼电阻，所以其等值回路如图 5-9 所示。

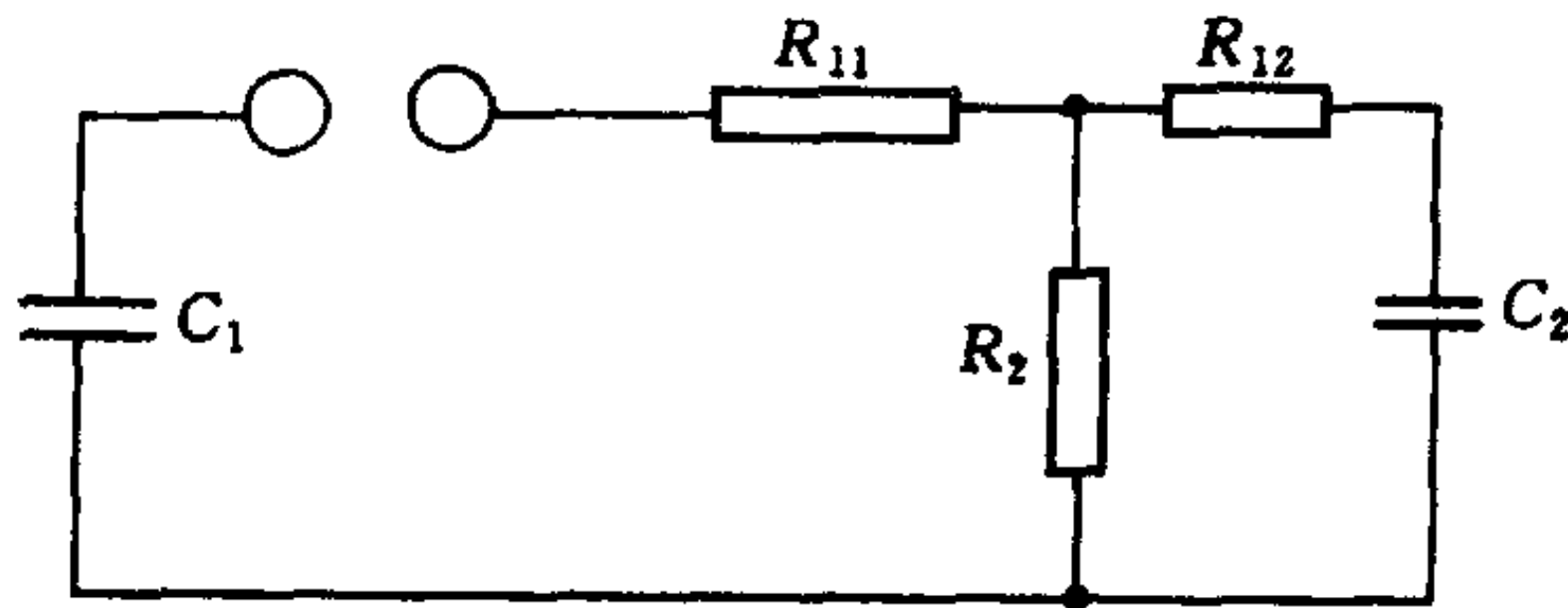


图 5-9 实际冲击电压发生器的等值回路

图 5-9 中 R_{11} 是各级阻尼电阻之和， $R_{11} + R_{12} = R_1$ 。此时冲击电压发生器的效率约为 80%~90%， η 的表达式为

$$\eta \approx \frac{C_1}{C_1 + C_2} \times \frac{R_2}{R_{11} + R_2} \quad (5-44)$$

2. 多级冲击电压发生器工作原理

多级冲击电压发生器的基本原理是“并联充电，串联放电”。由充电状态转变为放电过程是靠各级的火花间隙同步放电来实现的，因此多级火花间隙放电的同步性是需要加以保证的。

(二) 产生截断波的方法

在电力系统中，空气间隙或绝缘子在雷电过电压下发生击穿或闪络时，就会形成雷电截断波。截断波作用于变压器时，绕组纵绝缘的过电压情况比冲击全波作用时严重，所以对变压器类设备规定要进行雷电冲击截波试验。

过去一般用棒间隙产生截断波，缺点是截断时间的分散性大，目前一般用可控触发球隙，对于电压较高的截断装置采用多球间隙结构。

(三) 操作冲击波的产生

标准操作冲击波的波形是 250/2 500 μ s。从原理上看，操作冲

击波发生器与雷电冲击波发生器没什么不同,但前者的效率大大低于后者,一般不超过 50%~60%,所以同一装置的操作波输出电压低于雷电波输出电压。

四、冲击高电压的测量

(一) 用球隙测量冲击电压的幅值

1. 人工照射的使用条件

在球隙距离较小(被测电压小于 50kV)或球径太小(小于 12.5cm)时,应对球隙进行人工照射(可用紫外线灯),以减小放电的分散性。

2. 50%放电电压的测量方法

用多级法或升降法均可测量 50%放电电压。

(二) 用分压器测量冲击电压

用球隙测冲击电压峰值很费时间,所以常用分压器接峰值电压表或示波器进行测量(用示波器可测得波形)。

1. 电阻分压器

电阻分压器的制作与使用(与测量电缆的阻抗匹配)都比较简单,所以在被测电压不大于 1MV 的场合使用很广泛。测更高电压时,由于电阻分压器高度增加使其对地电容 C_e 增大,致使分压器的响应变差。无屏蔽的电阻分压器的方波响应时间为

$$T = \frac{RC_e}{6} \quad (5-45)$$

式中 R 为分压器的电阻值,一般为 $10\text{k}\Omega \sim 20\text{k}\Omega$ (R 不能取得过小,以免影响冲击电压波形)。

采用屏蔽和减小分压器高压臂电阻的高度,可改善电阻分压器的响应特性。

例 5-21 写出图 5-10 所示的电阻分压器冲击测量系统的分压比 K 的表达式。

解 测量电缆末端的匹配电阻 $R=Z$, 所以电压波在电缆末

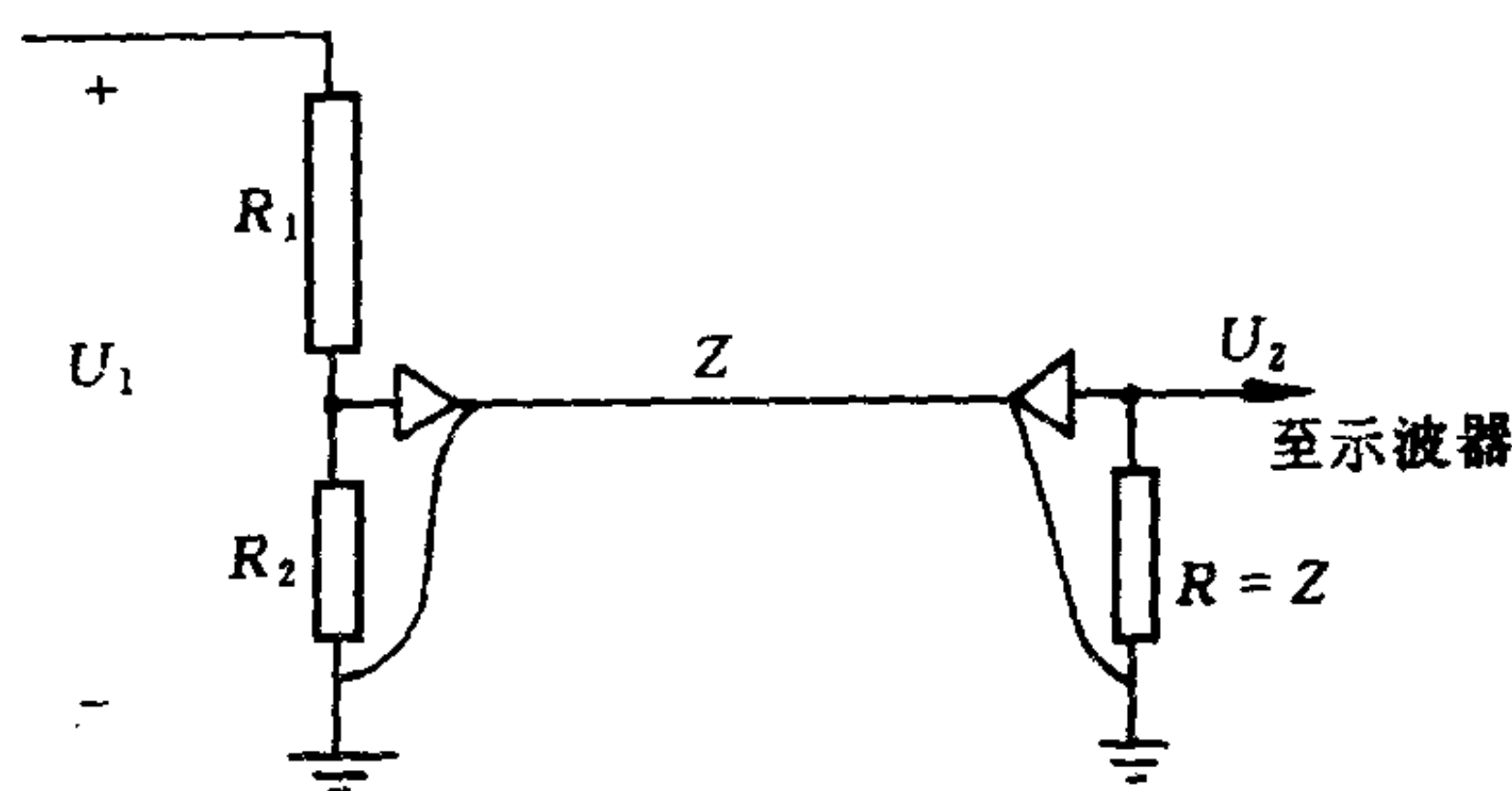


图 5-10 电阻分压器测量回路

端不会发生折、反射。这一电阻分压器测量回路的分压比为

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1 + \left(\frac{R_2 Z}{R_2 + Z} \right)}{\frac{R_2 Z}{R_2 + Z}} = \frac{R_1 R_2 + R_1 Z + R_2 Z}{R_2 Z}$$

例 5-21 中若电缆末端不能保证完全匹配(电缆波阻抗值有偏差,或匹配电阻的阻值有偏差),则电压波到达电缆末端时会发生一定的反射。此时为了避免波的多次反射,可在电缆首端也串接一个 $R=Z$ 的匹配电阻。

2. 电容分压器

电容分压器的对地杂散电容不会引起测量波形的畸变,所以从分压器本身看,电容分压器是很理想的。但实际上为了抑制高压引线电感和分压器电容产生的振荡,在高压端需串入阻尼电阻,这使分压器的响应时间增大,引起测量波形的畸变。此外,电容分压器的测量电缆的阻抗匹配问题也比较复杂(对于波头,电缆相当于波阻抗;对于电压变化缓慢的波尾,则电缆相当于电容),所以电容分压器在高压实验室中用得不多。

3. 阻容分压器

阻容分压器有阻容并联分压器和阻容串联分压器两种。阻容并联分压器适用于测量既有快速变化过程,又有慢速变化的电压分量的情况,所以常称之为通用分压器。但就测量冲击电压的性

能看，它不如阻容串联分压器好，所以后者在冲击测量中用得广泛。

第七节 输电线路和绕组中的波过程

一、波沿均匀无损单导线的传播

(一) 无损长线中的波过程

对于无损线路，不考虑导线电阻和线路对地电导，所以其等值电路是 L - C 链形回路。描述波过程的两个重要参数是波速 v 与波阻抗 Z 。波阻抗是电压行波与电流行波的比值。必须注意，前行电压波 u' 与前行电流波 i' 的极性相同，但反行电压波 u'' 与反行电流波 i'' 的极性是相反的，即

$$\frac{u'}{i'} = Z, \quad \frac{u''}{i''} = -Z \quad (5-46)$$

(二) 波速与波阻抗

1. L_0 与 C_0 的表达式

L_0 与 C_0 分别表示单位长度导线的电感和对地电容。对于平均对地高度为 h 的架空线(导线半径为 r)可写出

$$\begin{cases} L_0 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{2h}{r} \\ C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln \frac{2h}{r}} \end{cases} \quad (5-47)$$

对于导体半径为 r 、外皮内半径为 R 的单芯电缆，

$$\begin{cases} L_0 = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi} \ln \frac{R}{r} \\ C_0 = \frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln \frac{R}{r}} \end{cases} \quad (5-48)$$

2. 波速

波速的表达式为

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \times 3 \times 10^8 \text{m/s} \quad (5-49)$$

架空线和电缆的 $\mu_r \approx 1$ ，所以上式可写为

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \times 3 \times 10^8 \text{m/s} \quad (5-50)$$

可见波速与 ϵ_r 有关，但和线路几何参数无关。

3. 波阻抗

波阻抗的表达式为

$$Z = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad (5-51)$$

将式(5-47)代入式(5-51)，可写出架空线波阻抗表达式为

$$Z = 60 \ln \frac{2h}{r} \quad \text{单位为 } \Omega \quad (5-52)$$

将式(5-48)代入式(5-51)，可写出电缆波阻抗表达式。

$$Z = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{R}{r} \quad \text{单位为 } \Omega \quad (5-53)$$

可见 Z 不仅与 ϵ_r 有关，而且随线路的几何参数而变。对于架空线， $Z = 300 \sim 500 \Omega$ ；对于电缆， $Z = 10 \sim 100 \Omega$ 。

例 5-22 计算 GIS 母线筒 ($R/r=e$) 的波阻抗值。

解 将 $\epsilon_r=1$ 代入式(5-53)，可得 $Z=60\Omega$ 。

二、行波的折射与反射

(一) 折射系数与反射系数

当行波到达不同波阻抗的连接点(结点)，会发生波的反射与折射。入射波电压 u'_1 与折射波电压 u'_2 以及反射波电压 u''_1 的关系由式(5-54)、式(5-55)表示。

$$u'_2 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} u'_1 = \alpha u'_1 \quad (5-54)$$

$$u''_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} u'_1 = \beta u'_1 \quad (5-55)$$

式中 α 与 β 分别是折射系数和反射系数, $\alpha = 1 + \beta$ 。 α 与 β 值的范围为: $0 \leq \alpha \leq 2$, $-1 \leq \beta \leq 1$ 。

(二) 集中参数等值电路(彼德逊法则)

根据式(5-54), 可画出图 5-11 所示电路来计算 u'_2 。

图 5-11 所示的彼德逊等值电路的使用条件是 Z_2 中无反行波, 或 Z_2 中反射波尚未到达结点 A。用这一等值电路还可以计算结点上接有集中参数元件的情况(例如结点 A 处有串联的电感线圈, 或结点 A 与地之间接有电容器)。

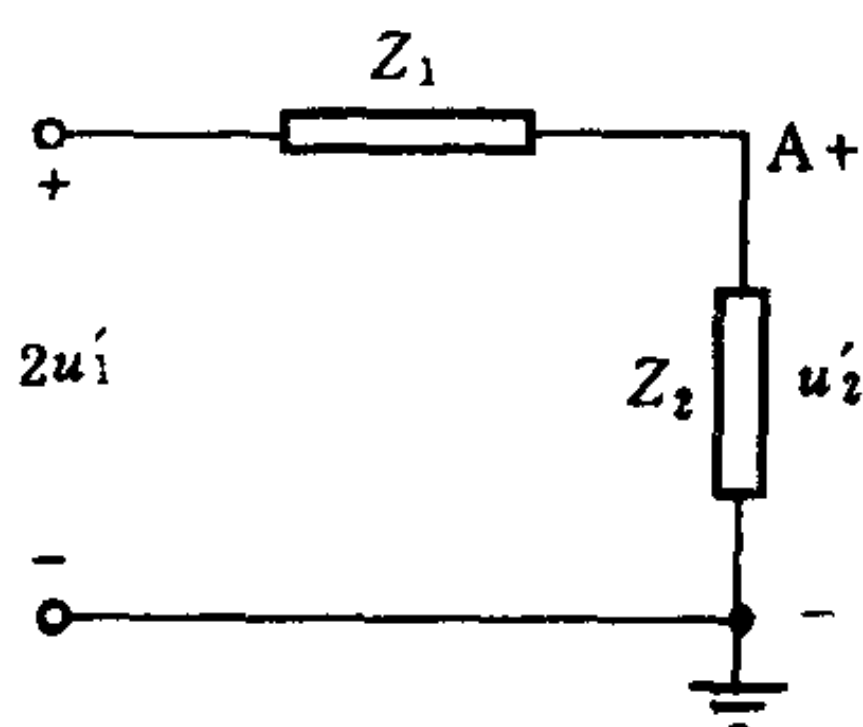


图 5-11 计算折射电压的等值电路

例 5-23 某变电所母线上共有 5 条出线(线路的几何参数相同), 若有幅值为 1 400kV 的电压波沿一条线路进入变电所, 求母线上过电压幅值。

解 根据彼德逊法则可写出

$$U = \frac{2 \times 1\,400}{Z + \frac{Z}{4}} \times \frac{Z}{4} = 560\text{kV}$$

三、输电线路的波过程

(一) 行波的多次折、反射

两条波阻抗分别为 Z_1 和 Z_3 的长线中接有一波阻抗为 Z_2 的短线时, 则在此短线段中会出现多次折、反射。 Z_2 会影响 Z_3 上折射波的波形, 但经多次折、反射后, Z_2 不再起作用, 即 Z_2 对 Z_3 上折射波的最终幅值没有影响(指无限长直角波情况)。因此对于 Z_3 上折射波最终幅值, 可按 Z_1 与 Z_3 直接相连的情况计算。

(二) 行波在多导线系统中的传播

实际输电线路都是多导线系统, 因此在过电压计算时要考虑导线之间的电磁耦合作用, 即要计算各导线的对地电位, 因为作

用于导线间绝缘上的电压是其电位差。

对于无损线路,只需引入波速 v ,即可将静电场中麦克斯韦方程应用于平行的多导线系统。多导线系统波过程中自波阻抗 Z_{kk} 与互波阻抗 Z_{kj} 分别和静电场中自电位系数 α_{kk} 与互电位系数 α_{kj} 对应,即

$$\begin{cases} Z_{kk} = \frac{\alpha_{kk}}{v} \\ Z_{kj} = \frac{\alpha_{kj}}{v} \end{cases} \quad (5-56)$$

自波阻抗与互波阻抗($Z_{kj}=Z_{jk}$)可根据自电位系数与互电位系数公式求得,其值决定于导线的几何尺寸和布置。导线 k 对导线 j 的电磁耦合系数(几何耦合系数)为

$$K_{kj} = \frac{Z_{kj}}{Z_{kk}} \quad (5-57)$$

由式(5-57)可见, K 总是小于1,其值一般为0.2~0.3。

例 5-24 雷击单架空地线的110kV线路杆塔顶部,使避雷线上产生幅值为 $U_0=1\,000\text{kV}$ 的行波,避雷线与A相导线之间的几何耦合系数 $K=0.3$,求A相导线绝缘子串承受的电压。

解 对地绝缘的各相导线中无行波电流,所以A相导线上电压为

$$U_A = KU_0 = 300\text{kV}$$

绝缘子串承受的电压 ΔU 为

$$\Delta U = U_0 - U_A = (1-K)U_0 = 700\text{kV}$$

由例 5-24 可见,耦合系数大对输电线路防雷有利。

(三) 行波在有损导线中的传播

行波在有损线路上传播时会衰减和变形。导线电阻和导线对地的漏电导,都会使行波消耗掉一部分能量,但使行波发生衰减和变形的最重要的因素是冲击电晕引起的损耗。

冲击电晕使导线的有效半径增大,从而使导线的对地电容增大。但电晕层中无轴向电流,所以线路的电感没发生什么变化。因

此行波过电压引起冲击电晕后，波阻抗、波速和耦合系数都会发生变化。

1. 波阻抗的变化

出现冲击电晕后，波阻抗从 Z 变成 Z' ，即

$$Z' = \sqrt{\frac{L_0}{C_0 + \Delta C}} \quad (5-58)$$

由式(5-58)可见， $Z' < Z$ ，一般情况下 $Z'/Z = 0.7 \sim 0.8$ 。

2. 波速的变化

出现冲击电晕后，波速从 v 变为 v' ，即

$$v' = \frac{1}{\sqrt{L_0(C_0 + \Delta C)}} \quad (5-59)$$

式(5-59)表明， $v' < v$ 。有强烈冲击电晕时，架空线上波速仅为光速的 0.75 倍。

由于行波电压高于电晕起始电压后波速减小，且电压越高波速越小，所以冲击电晕不仅使行波衰减，而且使行波变形，即将行波的波头拉长(波头的陡度减小)。这对变电所防雷是很有利的。

3. 耦合系数的变化

冲击电晕使自波阻抗减小，但互波阻抗值并未改变，所以导线间耦合系数增大，即有电晕时耦合系数 K 为

$$K = K_1 \cdot K_0 \quad (5-60)$$

式中 K_0 为几何耦合系数； K_1 为电晕校正系数，其值与线路电压等级以及避雷线布置有关，一般为 $K_1 = 1.1 \sim 1.3$ 。

由上所述可见，冲击电晕对输电线路防雷和变电所防雷都是有利的。

四、变压器绕组中波过程

(一) 单相绕组中的波过程

行波刚作用于变压器绕组时，其等值电路是一电容链，所以

绕组的初始电压分布很不均匀，首端的电位梯度可达平均电位梯度的 10 倍以上。由于绕组电压的初始分布与稳态分布不同，绕组中各点电位随时间的变化出现振荡过程，绕组中的最大对地电位 U_m 会超过入侵波幅值 U_0 。绕组末端接地时 $U_m \approx 1.4U_0$ ；绕组末端开路时， $U_m \approx 2U_0$ 。

（二）变压器的内部保护措施

改善绕组中电压起始分布，不仅可减小绕组首端的电位梯度，还可减弱绕组中各点电位的振荡，使绕组中最大对地电位也得到限制。

改善绕组起始电压分布有两类方法。其一是在电容链中增大纵向电容值，称之为纵补偿。纠结式绕组就是根据这一原理来改善起始电压分布的。其二是横补偿，即加大绕组对高压端的电容以补偿绕组的对地电容的影响。工程应用中一般只对绕组首端采取横补偿措施，即采用静电环和屏蔽线匝。

（三）三相绕组中的波过程

应用单相绕组中波过程的知识，并根据三相绕组的具体联结方式，可以分析不同情况下三相绕组中波过程。

例 5-25 中性点不接地的三相星形绕组，在一相进波、两相进波和三相进波时（入侵波幅值均为 U_0 ）中性点的对地电位有多大？

解 一相进波时，其他两相绕组相当于并联接地（与绕组连接的线路波阻抗远小于绕组对冲击波的阻抗），所以稳态电压分布的中性点对地电位是 $U_0/3$ ，即振荡过程中可达 $2U_0/3$ 。同理可知两相进波时中性点的稳态电位是 $2U_0/3$ ，所以振荡过程中可达 $4U_0/3$ 。三相进波时相当于单相绕组末端开路，所以中性点电位在振荡中可高达 $2U_0$ 。

（四）波在变压器绕组间的传递

绕组间过电压的传递包括静电感应电压与电磁感应电压两个分量。当波入侵高压绕组时，低压绕组的电磁感应电压对绕组绝

缘是不会有危险的(低压绕组绝缘耐受电压的倍数比高压绕组大),但静电感应电压对低压绕组绝缘是否有危险则需要分析计算。当低压绕组与输电线路或其他设备相连时,对地电容增大,因而静电感应电压很低,不会损坏低压绕组绝缘。

例 5-26 一变压器高低压绕组间电容为 C_{12} , 低压绕组对地电容(包括连接电缆) $C_{20}=3C_{12}$, 问高压绕组入侵波电压为 U_0 时低压绕组上有多大的过电压? 又, 若低压绕组与母线和线路相连时(母线与线路对地电容为 $C_e=16C_{12}$)又如何?

解 低压绕组与母线断开时

$$U_2 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_{20}} \cdot U_0 = 0.25U_0$$

低压绕组与母线连接时

$$U_2 = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_{20} + C_e} \cdot U_0 = 0.05U_0$$

五、旋转电机绕组中波过程

(一) 发电机中波过程的特点

大容量发电机在定子铁心槽中多为单匝绕组,因而只有在槽外端部才有匝间电容耦合,这就使得发电机绕组的等值电路不同于变压器绕组而更接近输电线路的情况,即行波以一定波速在具有一定波阻抗的绕组中行进。只是电机的槽内和槽外部分的波速和波阻抗是不同的,通常所说的波速和波阻抗是指槽内外的平均值。

(二) 旋转电机的防雷保护

由于绝缘结构和制造工艺上的原因,发电机绝缘强度比同一电压等级的其他设备要低。另一方面,发电机是电力系统中最贵重的设备,所以要采取专门措施加以保护。

发电机匝绝缘上的电压与入侵波陡度有关,当陡度为 $a(\text{kV}/\mu\text{s})$ 、波速为 $v(\text{m}/\mu\text{s})$ 、线匝长度为 $l(\text{m})$ 时,匝绝缘上电

压为

$$U=al/v \quad \text{单位为 kV} \quad (5-61)$$

由式(5-61)可见,限制入侵波陡度是很重要的防雷保护措施。

发电机通常是通过升压变压器与电网相连的,这种情况下发电机绝缘上一般不会出现高幅值的雷电过电压(参看例 5-26)。但若发电机直接与架空线相连(直配电机),则需采取多种措施进行保护。为限制雷电过电压幅值,采用性能优于一般避雷器的保护旋转电机用避雷器。此外,利用线路限流电抗器(或专门为防雷设置的电感线圈)和在母线上装设电容器,以限制雷电入侵波的陡度。若在发电机与架空线之间接一段 $l>100\text{m}$ 的电缆,则可利用电缆外皮的分流作用,使入侵过电压限制得很低。

例 5-27 图 5-12 示发电机经一段电缆与架空线相连。发电机装有避雷器(FCD)和电容器(C)保护。电缆与架空线连接处装有一管式避雷器 G(有灭弧能力的保护间隙,也称排气式避雷器)。试分析从架空线来的入侵波使 G 放电后发电机上过电压如何?

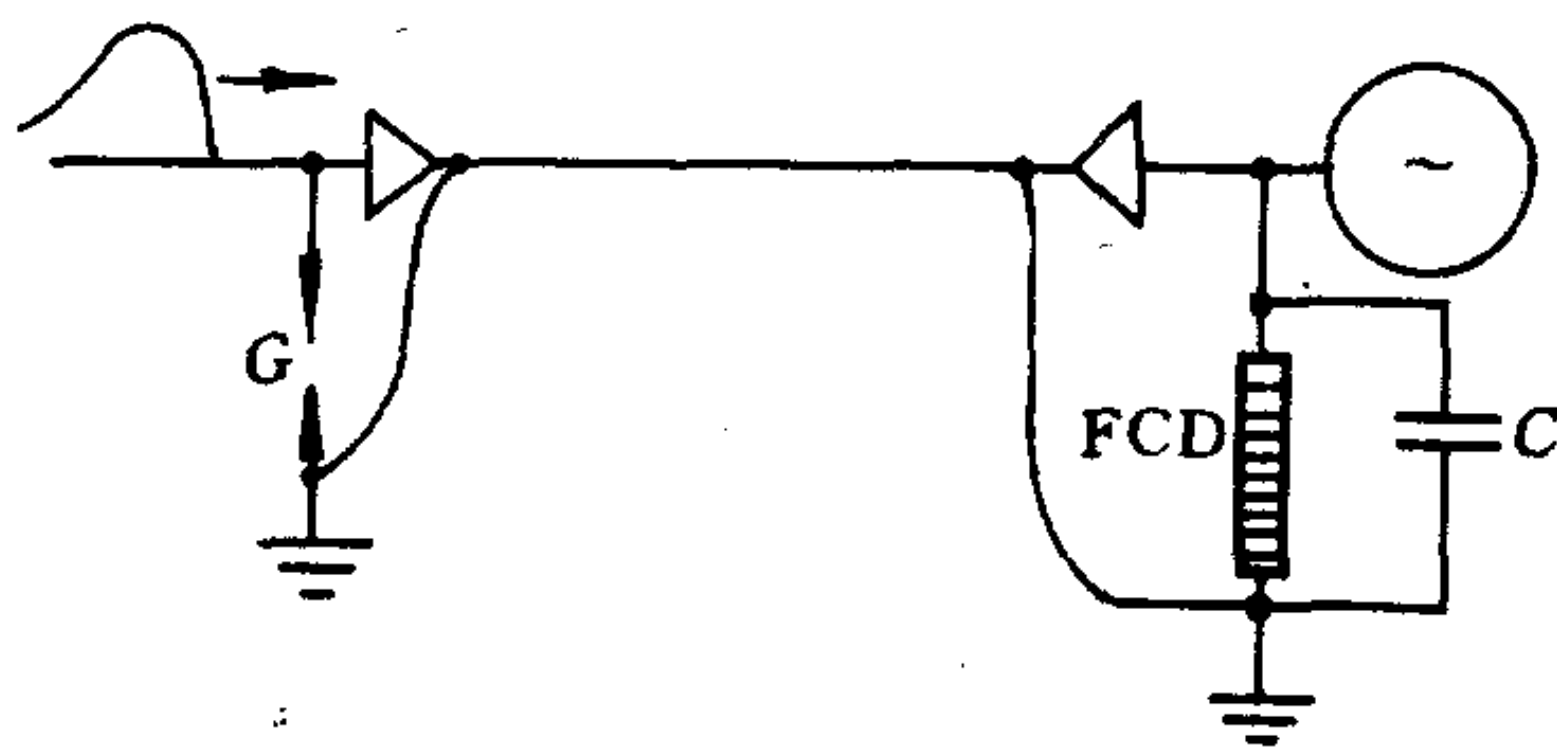


图 5-12 直配电机的防雷接线

解 管式避雷器 G 放电后,电缆的芯线与外皮相连。由于 G 有接地电阻,所以缆芯与外皮的电压并不等于零。设缆芯中行波电流为 i_1 ,电缆外皮的电流为 i_2 ,则因为 i_2 所产生的磁通全部与缆芯交链,所以 $Z_{22}=Z_{12}$;但缆芯电流 i_1 所产生的磁通只有一部分与电缆外皮相交链,所以 $Z_{11}>Z_{21}$ 。对芯线和外皮的电压可写出

$$\begin{cases} u_1 = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ u_2 = Z_{21}i_1 + Z_{22}i_2 \\ u_1 = u_2 \end{cases}$$

由上述三式可得出： $Z_{11}i_1 = Z_{21}i_1$ ，所以 $i_1 = 0$ 。可见缆芯中并无电流通过，全部行波电流通过电缆外皮入地，即无雷电过电压入侵发电机。

第八节 电力系统防雷保护

一、雷电和防雷保护装置

(一) 雷电

雷电的主放电阶段，可以看作雷电流沿波阻抗为 Z_0 的雷电通道传播的波过程 ($Z_0 \approx 300\Omega$)，因此雷击物体时产生的雷电过电压与雷电流的幅值和物体的接地电阻有关。在我国一般地区，雷电流幅值超过 I (以 kA 表示) 的概率可按式估算。

$$\lg P \approx -\frac{I}{88} \quad (5-62)$$

对雷电活动较弱的地区 (平均年雷暴日数在 20 及以下)，则可按式 (5-63) 估算。

$$\lg P = -\frac{I}{44} \quad (5-63)$$

雷电流的波头陡度，也是过电压计算中重要参数，陡度超过 $50\text{kA}/\mu\text{s}$ 的雷电流出现概率很小。

表征雷电活动频度的参数是平均年雷暴日数，对我国多数地区进行防雷设计时，可取平均年雷暴日数为 40。在计算线路雷击跳闸率时，还需掌握地面落雷密度的统计数据。

(二) 防雷保护装置

1. 避雷针和避雷线

避雷针和避雷线的作用，是将雷击引向它们自身，从而使在其保护范围内的建筑物、输电线路和变电所免遭雷击，因此称之为直击雷防护装置。

单支避雷针的保护范围像一座圆帐篷，在不同高度上的保护半径有经验公式可以计算。对变电所常用的多支避雷针的保护范围，我国电力行业标准(DL/T620-1997)中也有具体的计算方法。

对于避雷线的保护范围，在实用上常用简化的表示方法，即采用保护角 α 来表示。保护角越小，则避雷线对导线的屏蔽保护作用越好。

2. 避雷器

避雷器的作用是通过泄放电荷来限制电气设备上雷电过电压的。早期使用的保护间隙、管式避雷器(即排气式避雷器)、碳化硅阀式避雷器(包括磁吹避雷器)、以及近20年来得到广泛应用的金属氧化物避雷器(MOA)都是基于这一原理的保护电器，但它们的保护特性却是不同的。MOA阀片电阻的主要成分是 ZnO ，所以也叫氧化锌避雷器。 ZnO 阀片的非线性比 SiC 阀片好得多，因此MOA可做成无间隙结构。但配电等级MOA通常仍装有串联间隙，使正常运行时阀片电阻中无电导电流通过，以提高MOA的寿命。

MOA和碳化硅阀式避雷器的主要保护性能参数都是残压。必须特别注意的是，MOA的额定电压不是电力系统的标称电压，而是根据安装点工频电压升高(参看第九节中一、(一)工频电压升高)确定的重要技术参数。MOA的额定电压在数值上与碳化硅阀式避雷器的灭弧电压相同。

3. 防雷接地

良好的直击雷保护和避雷器保护有赖于良好的接地。电力系统中有三类接地：工作接地、保护接地和防雷接地。对防雷接地而言，最重要的特性参数是接地体中流过大冲击电流时呈现的电阻，即冲击接地电阻 R_i 。 R_i 与稳态接地电阻值 R 之比，称为接地

的冲击系数 α_i ，即

$$\alpha_i = \frac{R_i}{R} \quad (5-64)$$

在接地体尺寸较小时， $\alpha_i < 1$ ，但在接地体很长时则 α_i 有可能大于 1。

必须注意，接地电阻并不是接地体本身的电阻，而主要是电流在地中流散时土壤所呈现的电阻，即大地的溢流电阻。根据恒流场与静电场的相似性，可以很方便地用静电场公式计算接地体的接地电阻。在采用多根接地体时，由于各接地体溢散电流之间存在屏蔽作用，所以要引入一个小于 1 的利用系数 η ，即

$$R_n = \frac{R}{n \cdot \eta} \quad (5-65)$$

二、架空线路的防雷保护

(一) 直击雷过电压和感应雷过电压

防雷设计时应考虑直接雷击、雷电反击和感应雷过电压的情况。架设避雷线可有效地减小雷直击导线的概率。雷击避雷线或杆塔顶部时，有可能发生对线路绝缘的雷电反击，这种可能性与雷电参数、杆塔型式、高度和接地电阻等有关，减小杆塔接地电阻可减少雷电反击事故。感应过电压幅值不高，一般仅对 35kV 及以下电压等级的线路有一定威胁。

(二) 线路的防雷性能

输电线路的防雷性能，可以用耐雷水平和雷击跳闸率来衡量。

1. 耐雷水平

耐雷水平指雷击时，线路绝缘尚不至于发生闪络的最大雷电流幅值 I 。我国电力行业标准对不同电压等级线路应有的耐雷水平有明确的规定，例如一般 220kV 线路的耐雷水平 $I = 75\text{kA} \sim 110\text{kA}$ ，而 500kV 线路则应为 $I = 125\text{kA} \sim 175\text{kA}$ （由式(5-62)可算得，出现 175kA 雷电流的概率为 1%）。

2. 雷击跳闸率

雷击跳闸率是指在平均年雷暴日数为 40 时, 100km 线路每年因雷击引起的跳闸次数。这样的规定是为了比较处于不同地区、长度各异的输电线路的防雷效果。

(三) 线路的防雷措施

输电线路防雷的主要措施是装设避雷线和降低杆塔的接地电阻, 此外在线路绝缘薄弱处装设线路避雷器(过去用管式避雷器, 现在可用 MOA)。对于雷击事故, 断路器自动重合闸的成功率是很高的, 因此它是减少雷击停电事故的有效措施。

三、变电所的防雷保护

(一) 直击雷保护

装设避雷针或避雷线均可, 我国变电所多装设避雷针。35kV 及以下变电所采用独立避雷针, 以免绝缘子发生雷电反击。110kV 及以上电压等级, 则一般将避雷针装在构架上以节约投资(土壤电阻率大的地区, 宜装设独立避雷针)。独立避雷针离构架应有足够距离, 其接地也应与变电所地网有足够距离。

(二) 变电所的进线段保护

进线段指靠近变电所的 1km~2km 线路段。对进线段加强保护的目的是使雷击发生在进线段以外, 以减小进入变电所的雷电过电压幅值和陡度(冲击电晕引起行波的衰减和变形)。

对于配电线路, 在进线段应装设避雷线。对于全线架设避雷线的高压和超高压线路, 也要在进线段加强防雷措施, 如采用较高的耐雷水平(取标准规定的该电压等级的上限值)、减小避雷线的保护角($\alpha > 20^\circ$)、降低杆塔的接地电阻($R_i < 10\Omega$)。

(三) 避雷器对电气设备的保护

避雷器与被保护设备之间总有距离 $l(\text{m})$, 因此当雷电过电压波的陡度为 $a(\text{kV}/\mu\text{s})$, 波速为 $v(\text{m}/\mu\text{s})$ 时, 被保护设备上的过电压 u_T 比避雷器的线压 u_R 要高, 即

$$u_T = u_R + \frac{2al}{v} \quad (5-66)$$

式(5-66)说明,用进线段保护来限制入侵波陡度的必要性。另一方面,该式也表明 l 不能太大。

例 5-28 110kV 的 MOA 的 5kA 时残压 $U_R = 260\text{kV}$, 变电所 110kV 母线有可能以单进线方式运行 ($Z = 400\Omega$), 110kV 线路绝缘子的 50% 放电电压 $U_{50} = 700\text{kV}$, 求 MOA 中雷电冲击电流幅值。

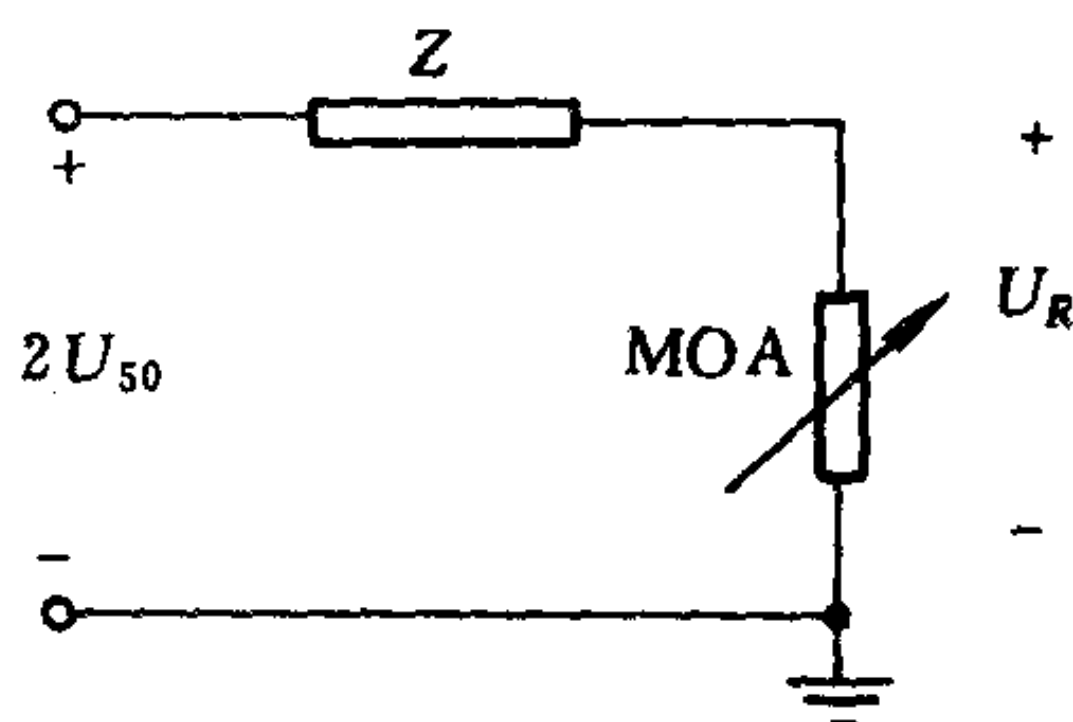


图 5-13 计算 MOA 中雷电流的等值电路

解 MOA 阀片是非线性电阻, 所以应用彼德逊法则时要知道阀片电阻的伏-安特性用图解法求解。但由于阀片的非线性好, 阀片电阻在 $2\text{kA} \sim 5\text{kA}$ 范围内 U_R 变化很小, 所以可用图 5-13 所示的近似法求解。

$$I = \frac{2U_{50} - U_R}{Z} = \frac{2 \times 700 - 260}{400} \text{kA} = 2.85 \text{kA}$$

例 5-29 110kV 变电所有 1km 进线保护段, 算得入侵波的空间陡度 $a' = 1.5\text{kV/m}$, 变电所中变压器与避雷器之间的距离为 50m, MOA 的 $U_R = 260\text{kV}$, 变压器的雷电冲击耐受电压为 480kV。问避雷器能否保护变压器?

解 $a' = \frac{a}{v}$ 。所以根据式(5-66)可写出

$$u_T = u_R + 2a'l = (260 + 2 \times 1.5 \times 50) \text{kV} = 410 \text{kV} < 480 \text{kV}$$

所以 MOA 可以保护变压器。

(四) 变电所防雷的几个具体问题

1. 三绕组变压器和自耦变压器的防雷保护

三绕组变压器可能出现高、中压绕组运行而低压绕组开路的情况, 此时若高、中压绕组进波, 会通过静电耦合在低压绕组产生感应过电压, 因此需在任一相低压绕组出线端装一台避雷器进

行保护。

自耦变压器一般除高、中压为自耦绕组外，还有三角形接线的低压绕组，因此在运行中有可能高压侧开路或中压侧开路。此时除高压侧和中压侧各装一组避雷器外，还应在高、中压出线端之间加装一组避雷器。

2. 变压器的中性点保护

在中性点直接接地的系统中，为减小单相接地时短路电流，要将部分变压器的中性点采用不接地方式运行，此时要对这种变压器的中性点进行保护。变压器中性点为全绝缘时（即中性点绝缘水平与绕组首端绝缘水平相同），一般不需采取专门的保护；若中性点为降级绝缘时，则应在中性点装避雷器。

3. 气体绝缘变电所的防雷保护特点

通常所说的气体绝缘变电所，实际上指采用 GIS 的变电所，变压器一般仍是油浸式的。GIS 变电所防雷的有利条件是 GIS 波阻抗较小（ $60\Omega\sim 100\Omega$ ），因而入侵波幅值降低，且变电所结构紧凑，所以避雷器与被保护设备的距离较短。不利条件是 GIS 的伏秒特性较平坦，其放电的冲击系数比敞开式变电所小（ $\beta=1.2\sim 1.3$ ），因而对避雷器的保护特性提出更高的要求。加之 GIS 内部击穿会导致长时间停电，因此在绝缘配合上也比敞开式变电所要有更大的裕度。

第九节 电力系统内部过电压

一、暂时过电压

电力系统的内部过电压，分为操作过电压及暂时过电压。操作过电压是电磁暂态过程产生的过电压，持续时间短，一般不到 0.1s。暂时过电压包括工频电压升高及谐振过电压，持续时间长，因此避雷器不能限制暂时过电压。

(一) 工频电压升高

电力系统中工频电压升高的主要原因有：空载长线的电容效应、不对称短路、或突然甩负荷。工频电压升高本身不会危及绝缘，但它影响 MOA 的保护性能，因为 MOA 的额定电压应大于安装点的工频电压升高。此外，工频电压升高与操作过电压同时发生时，会使操作过电压幅值增大。

空载长线的电容效应从物理概念上看，与集中参数电路中电容电流流过感抗时造成的电压升是一样的，线路越长，则电容效应越明显。所以对超高压线路一般要装并联电抗器来削弱电容效应，或采用技术上更先进的静止无功补偿装置。

不对称短路引起健全相的电压升高，与电网中性点接地方式有关，即与零序电阻 R_0 、零序电抗 X_0 和正序电抗 X_1 的比值有关。对于中性点直接接地的 110kV 及以上电压等级 ($X_0/X_1 \leq 3$, $R_0/X_1 \leq 1$)，健全相电压一般不大于 1.4 倍相电压 (约为线电压的 80%)，所以可以选用额定电压为 80% 线电压的 MOA (简称 80% 避雷器)。对于中性点经消弧线圈接地的 35kV~60kV 电网，单相接地时健全相电压接近线电压，所以选用 100% 避雷器。中性点绝缘的配电网中，单相接地时健全相电压约为线电压的 1.1 倍，所以应选用 110% 避雷器。

(二) 谐振过电压

电力系统中的谐振可分为：线性谐振、铁磁谐振、和参数谐振 (指某些元件的电感会发生周期性变化，如发电机的电感随转子位置的不同而变化)。其中最常见的是铁磁谐振，多发生在非全相运行状态 (如断线故障时)。

铁磁元件伏-安特性的非线性，是发生铁磁谐振的根本原因。在 L - C 串联回路中若电感和电容的伏-安特性相交，就会发生铁磁谐振。所以要避免铁磁谐振常需改变其中一个元件的伏-安特性。例如要避免电压互感器引起的铁磁谐振，可改用电容式电压互感器，或在母线上装设电容器，或用电缆段代替架空线段以增大电

容，来避免 $L-C$ 的伏-安特性相交。

二、操作过电压

操作过电压的幅值与波形不仅与电网的状况有关，并且在很大程度上取决于断路器的性能。因此改善断路器的性能，可以有效地限制操作过电压。

(一) 中性点不接地系统间歇电弧接地过电压

中性点不接地系统，在一相导线遭受雷击后，健全相对地电容电流流过故障点时，会形成时燃时灭的间歇性电弧。出现间歇电弧接地时，健全相对地电压的起始值与稳态值不同，因而会发生 $L-C$ 振荡而产生过电压。限制这种过电压的根本途径是消除间歇性电弧，即将中性点直接接地，或在中性点装消弧线圈。

(二) 空载线路的合闸过电压

这种过电压的简化等值电路，就是交流电源突然对一个 $L-C$ 串联回路合闸。可见影响过电压的主要因素是合闸相位和合闸时线路上的残余电荷(自动重合闸情况)。限制合闸过电压的主要措施是，采用带有并联合闸电阻的断路器。若能采用技术先进的自动控制合闸相位的断路器，则效果更好。

(三) 切空载线路时过电压

切空载线过电压，与在集中参数电路中切除电容负载时开关发生多次重燃的情况相似。所以产生这种过电压的根本原因在于断路器的重燃。尽管在理论上这种过电压可达很高的倍数，但实际上并非如此。现代断路器已能做到基本上不重燃，因此切空线过电压已变得不重要了。

(四) 切空载变压器时过电压

切空载变压器时，若断路器触头间电弧电流在自然过零前被强行截断，则变压器的磁场能量会转变成电场能量。这种过电压倍数可能很高，但其能量不大，完全可以由避雷器加以保护。

例 5-30 一台 220kV/120MVA 的三相电力变压器的空载励

磁电流 I_0 为其额定电流 I_n 的 2%，高压绕组每相对地电容 $C = 5\,000\text{pF}$ 。求切除此空载变压器时最大的过电压值。

$$\text{解 } I_n = \frac{120 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 220 \times 10^3} \text{A} = 315 \text{A}$$

$$\text{所以 } I_0 = 0.02 \times 315 \text{A} = 6.3 \text{A} \text{ (其峰值为 } 8.9 \text{A)}$$

$$\text{励磁电抗 } X = \frac{220 \times 10^3 / \sqrt{3}}{6.3} \Omega = 20.2 \times 10^3 \Omega$$

$$\text{所以 } L = \frac{20.2 \times 10^3}{314} \text{H} = 64.3 \text{H}$$

最大可能的过电压出现在截流值为空载励磁电流的幅值时，此时可写出

$$\frac{1}{2} \times 5\,000 \times 10^{-12} \times U^2 = \frac{1}{2} \times 64.3 \times 8.9^2$$

$$\text{所以 } U = 1\,000 \text{kV}$$

第十节 电力系统的绝缘配合

一、基本概念与方法

(一) 绝缘配合的基本概念

电力系统的绝缘配合，就是根据设备上可能出现的各种电压（工作电压和过电压），并考虑保护装置的保护性能和设备绝缘对各种电压的耐受特性，合理地确定设备的绝缘水平，使设备投资、运行维护费用和事故损失等方面达到总体的最优经济指标。

(二) 绝缘配合的方法

1. 惯用法

首先确定设备上可能出现的最危险的过电压，然后根据运行经验乘上考虑各种影响因素和裕度的系数，以此决定绝缘应耐受的电压水平。用这一方法确定的绝缘水平常有较大的裕度，因此对自恢复绝缘（如气体绝缘）和非自恢复绝缘（如固体绝缘）都是适

用的。

2. 统计法

根据过电压的概率密度分布函数 $f(u)$ 和绝缘的放电累计概率分布函数 $p(u)$ ，可以算得绝缘在过电压作用下的故障率。若改变绝缘强度，即改变 $p(u)$ ，则可以得到不同的故障率。因此可以根据技术经济比较，在绝缘费用和损坏危险性之间进行协调，以选择最合理的绝缘水平。

可见这两种方法的出发点是不同的。惯用法是要保证不发生绝缘故障，而统计法则认为应规定出某一可以接受的故障率。所以统计法一般用于设备绝缘费用昂贵的超高压和特高压系统，且目前只用于自恢复绝缘。统计法在工程应用中常被加以简化，称为简化统计法。

二、电气设备绝缘水平的确定

确定电气设备绝缘水平的基础是避雷器的保护水平，即避雷器的残压。电气设备绝缘水平体现在绝缘耐受电压的高低。对于 220kV 及以下电压等级的设备，分别用额定雷电冲击耐受电压和额定一分钟工频耐受电压，规定了设备的基准绝缘水平。对于 330kV 及以上电压等级的设备，则分别用额定雷电冲击耐受电压和额定操作冲击耐受电压，来规定设备的基准绝缘水平。

三、架空线路的绝缘配合

架空线路绝缘配合的主要内容是，线路绝缘子串的选择和各空气间隙距离的确定。变电所外绝缘的绝缘配合原则与架空线路相同。虽然绝缘子串闪络和空气隙击穿属自恢复绝缘范畴，但我国目前仅对某些 500kV 线路采用简化统计法进行绝缘配合，大多数情况下仍用惯用法进行绝缘配合。

线路绝缘子应根据下列条件选取，即在工作电压下不发生污闪，在操作过电压下不发生湿闪，并具有足够的雷电冲击耐受电

压以保证线路的耐雷水平。在确定空气间隙距离时,要计及在工作电压、操作过电压和雷电过电压下计算风速的不同,分别进行计算而取三者中最大的距离。至于导线的对地距离,则要保证地面行人和车辆的安全,并要考虑导线对地面物体的静电感应问题。

思 考 题

- 5-1 从物理概念出发,写出汤逊理论和流注理论的自持放电判据,并说明这两种理论的共同点与不同点。
- 5-2 为什么 SF_6 气体的绝缘强度高于空气的绝缘强度?为什么 GIS 中的电场要设计得尽量均匀?
- 5-3 证明同心球电极(外电极半径为 R ,内电极半径为 r)的电场不均匀系数 $f=R/r$ 。试从物理概念出发,解释为何在 R/r 相同的情况下,同心球的电场分布比同轴圆柱中电场分布不均匀。
- 5-4 画出间隙距离相同的稍不均匀场间隙和极不均匀场间隙的伏-秒特性示意图,并对两者的差别进行解释。
- 5-5 为什么在放电路径相同的情况下,气体中沿面闪络电压低于间隙击穿电压?
- 5-6 污闪事故为什么会引起长时间和大面积的停电?
- 5-7 影响工程液体介质击穿强度的主要因素是什么?如何提高油间隙的击穿电压?
- 5-8 为什么固体绝缘的击穿强度与电压施加的时间有很大的关系?
- 5-9 为什么油纸电缆和电容器在直流电压下的工作场强可大大高于交流下的工作场强?
- 5-10 绝缘介质的电导与金属材料的电导有什么不同特点?
- 5-11 为什么对电力变压器要分别测量其电容套管和高压绕组的 $\tan \delta$?
- 5-12 对于运行中电气设备,为什么测局部放电是发现早期绝缘缺陷的有效方法?
- 5-13 串级试验变压器的串级台数为何不能太多,一般限制在几级?
- 5-14 为什么要校核试验变压器的输出波形?为什么要在不同试品电容量的情况下,对试验变压器测量绕组的电压表读数进行校正?
- 5-15 试用物理概念解释为何串接直流高压发生器的电压降 ΔU 和电压脉

动 δU 比单级时大得多?

- 5-16 用高欧姆电阻与微安表串联来测量直流高压时, 有哪些因数会影响测量精确度?
- 5-17 用物理概念解释冲击电压发生器的高效率回路和低效率回路 η 不同的原因。为什么将雷电冲击波发生器改为操作冲击波发生器时输出电压会降低?
- 5-18 画出用升降法测 50% 放电电压的过程示意图。
- 5-19 画出测量电缆两端均无反射的电阻分压器测量回路, 并写出这种测量回路的分压比。
- 5-20 阻容分压器有什么优点?
- 5-21 写出行波在线路中传播的波速表达式, 并计算波在架空线、油纸电缆 ($\epsilon_r = 4$) 和交联聚乙烯电缆 ($\epsilon_r = 2.25$) 中的波速。
- 5-22 画出计算折、反射系数的彼德逊等值电路, 并据此写出折、反射系数的表达式。
- 5-23 在高压电力变压器中, 采取什么措施来减小变压器内部的雷电过电压?
- 5-24 金属氧化物避雷器的额定电压应如何选取?
- 5-25 输电线路防雷的主要措施是什么?
- 5-26 用物理概念说明, 为何避雷器与被保护电器之间的距离不能太大?
- 5-27 试用集中参数等值电路的相量图, 解释空载输电线路末端电压升高的现象。
- 5-28 用图示的方法, 说明铁磁谐振过电压是怎样产生的。
- 5-29 用集中参数等值电路解释合闸过电压的产生原因, 并说明限制合闸过电压的措施。
- 5-30 绝缘配合的惯用法和统计法有什么不同? 各适用于什么情况?

参 考 书 目

- [1] 邱毓昌, 施围, 张文元. 高电压工程. 西安: 西安交通大学出版社, 1995
- [2] 赵智大. 高电压技术. 北京: 中国电力出版社, 1999
- [3] 周泽存. 高电压技术. 北京: 水利电力出版社, 1988

第六章 电力电子技术与电力拖动

电力电子技术是电工技术的重要分支之一，其主要内容为应用电力电子器件和以计算机为代表的控制技术对电能进行处理和变换。电力电子技术包括以下三大部分：元器件（电力电子器件、磁元件及电容器等）、电力电子变流技术以及以微电子技术和计算机为代表的控制技术。电力电子器件是电力电子技术的基础。电力电子变流技术按其功能可分为以下几种类型：整流器（交流—直流变换）、逆变器（直流—交流变换）、斩波器（直流—直流变换）和交流调压及周波变流器（交流—交流变换）等。电力拖动领域是电力电子技术应用的重要方面。电力拖动与调速系统是利用电力电子变流装置和相应的控制技术实现电力拖动系统的高性能化。在直流拖动系统中，可控整流器、直流斩波器等得到了广泛的应用。在交流拖动领域，变压变频成为发展最为迅速的一种调速方式，随着矢量控制等先进控制技术的出现使交流传动系统的性能大大提高。

以下分作 8 节对电力电子技术以及电力拖动的重点和难点进行复习。

第一节 电力电子器件

一、基本内容和知识点

电力电子器件是电力电子技术的基础。晶闸管以及以 GTR、IGBT 为代表的全控型器件的原理、特性及使用方法是本节应掌握的重点。

(一) 电力电子器件的分类及特点

电力电子器件按其可控性能可分为：不可控器件、半控型器件和全控型器件。不可控器件为整流二极管。晶闸管及其多数派生器件属半控型器件。全控型器件主要包括：门极可关断晶闸管 GTO、大功率晶体管 GTR、绝缘栅极双极型晶体管、电力场效应晶体管等。随着技术的发展又出现了集功率开关、驱动、保护、检测、传感等功能于一体的功率集成电路。

1. 整流二极管

整流二极管是电力电子器件中最基本也是最常用的器件，其基本特性为正向导通、反向阻断。它包括普通整流管、快速整流管和肖特基势垒二极管。普通整流管主要用于工频整流，器件电流容量大、耐压高。快速整流管主要用于高频整流。在高频场合下，二极管的反向恢复特性是器件的重要性能，衡量其反向恢复特性的参数有：反向恢复电流、反向恢复时间及反向恢复电荷等。肖特基势垒二极管具有更快的恢复特性，且正向通态压降低。但其反向漏电流大，器件耐压较低。

2. 晶闸管(SCR)

电力电子器件阳极与阴极间的电压和阳极电流间的关系称为其伏安特性。晶闸管的伏安特性如图 6-1 所示。

晶闸管为 PNP 三端四层结构，其工作原理常用串级的双晶体管模型描述。晶闸管导通和关断的规律为：

- ① 当承受反向阳极电压时，晶闸管始终处于关断状态；
- ② 当承受正向阳极电压时，仅在门极承受正向电压时，晶闸管才能导通；
- ③ 晶闸管一旦导通，门极就失去控制作用；
- ④ 要使晶闸管关断，必须使通过管子的电流降低到维持电流以下；
- ⑤ 当门极未加触发电压时，管子具有正向阻断能力。

晶闸管的主要参数有额定电压、通态平均电流、关断时间等。

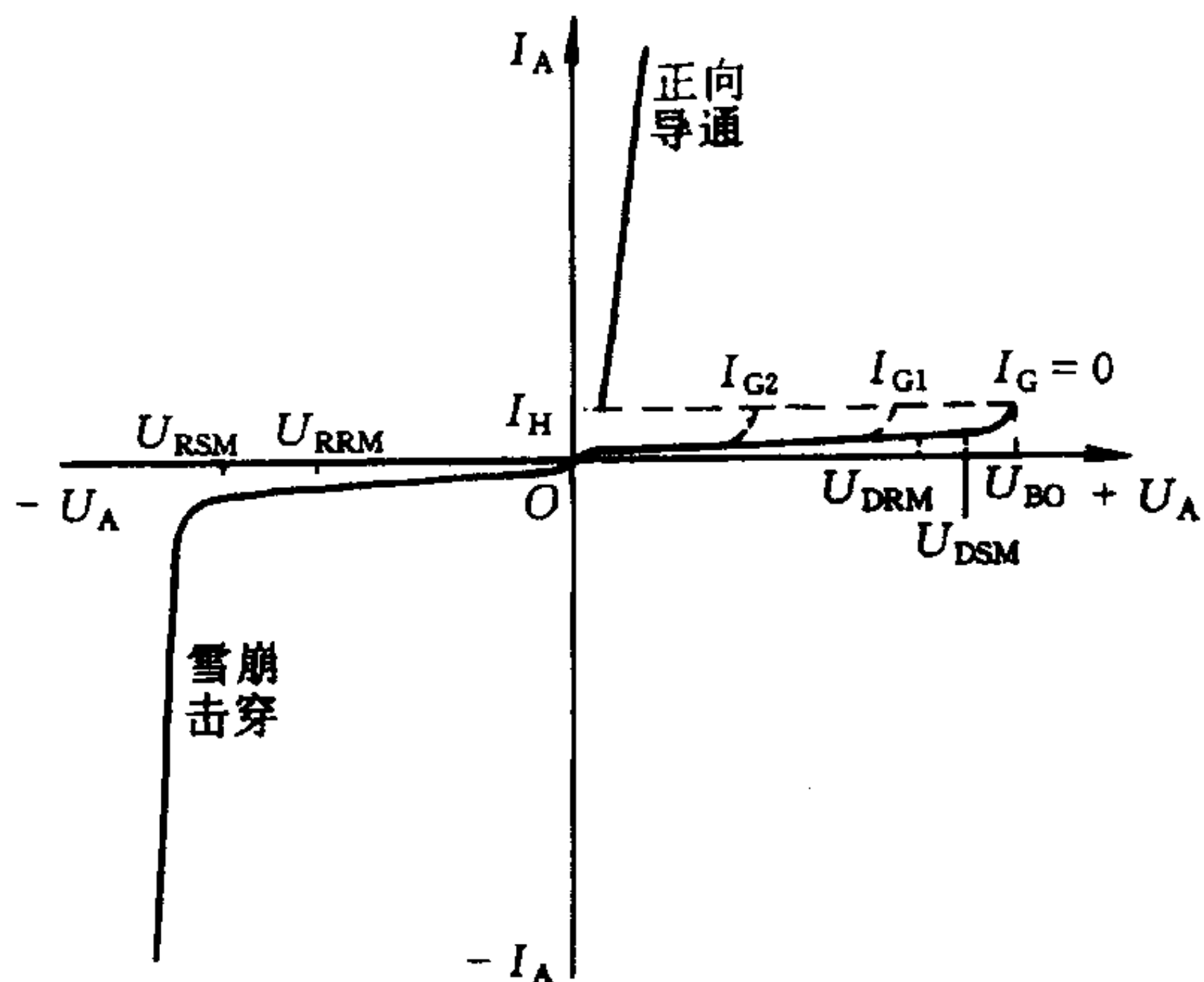


图 6-1 晶闸管伏安特性

其中通态平均电流是在工频正弦半波电路中管子全导通条件下通过电流的平均值。由于晶闸管的发热取决于流过电流的有效值,因而在实际应用中需要对通过电流进行换算,换算的方法是使实际波形的电流有效值等于额定电流(通态平均电流)时的电流有效值。

晶闸管还有多种派生器件,如快速晶闸管、双向晶闸管、逆导晶闸管等。

3. 全控型器件

(1) 可关断晶闸管 GTO

GTO 除了具有晶闸管的全部特性外还具有关断能力,即当门极施加负信号时,可使 GTO 关断。由于 GTO 在结构上是由大量的 GTO 元在硅片上并联集成而得,因而开通触发脉冲强度要高于 SCR。在关断时,门极施加负电流脉冲使 GTO 内部等效晶体管退出饱和状态而关断。其主要参数有:最大可关断阳极电流、电流关断增益和关断时间等。GTO 的电流、电压容量接近晶闸管,属于全控型器件,但其电流关断增益较低,这是 GTO 的一个主要

缺点。

(2) 电力晶体管 GTR

电力晶体管也称巨型晶体管(Giant Transistor, 简称 GTR), 其工作原理与电子学中的晶体管类似, 通过基极信号控制其处于开通或断开状态。GTR 是一种双极型大功率、高反压晶体管, 具有自关断能力, 并有饱和压降低、开关时间短和安全工作区宽等特点。GTR 的主要不足在于存在二次击穿现象。当集电极反向偏压 U_{ce} 逐渐增高到某一值时, I_c 急剧上升, 出现通常的雪崩击穿, 称为一次击穿。当 U_{ce} 进一步增高, I_c 增大到某一临界值时, U_{ce} 突然降低, 而 I_c 继续增大, 这种现象称为二次击穿。二次击穿的持续时间很短, 若无保护电路 GTR 将迅速损坏。

GTR 能够安全可靠工作的范围称为安全工作区(SOA), 其边界由最高电压 U_{cem} 、 I_{cm} 、最大功耗 P_{cm} 和二次击穿临界线构成。GTR 处于直流工作时安全区较小, 处于脉冲电流状态时, 安全区随着脉冲宽度的减小而增大。

(3) 电力场效应晶体管 MOSFET

电力 MOSFET 是一种由多子参加导电的压控型器件, 属于单极型器件。它通过栅极电压来改变沟道阻抗, 从而控制漏极电流。与双极型器件相比, 电力 MOSFET 的特点为: ①输入阻抗高; ②开关速度快, 高频特性好; ③热稳定性好, 不易发生二次击穿。但电力 MOSFET 不易做成高耐压和大电流, 其导通电阻较大, 故正向损耗较大。

(4) 绝缘栅双极型晶体管 IGBT

IGBT 是双极型 GTR 和电力 MOSFET 构成的复合器件, 它综合了两种器件的优点: 输入阻抗高、开关速度快、电流密度高、饱和压降低。它是一种多元集成结构, 每个单元都可简化为一个由 MOSFET 和一个 PNP 晶体管复合构成, 给栅极施加正偏信号后, MOSFET 导通, 从而给 PNP 晶体管提供了基极电流使其导通; 给栅极施加反偏信号时, MOSFET 关断, 使 PNP 晶体管基极

电流为零而截止。目前, IGBT 电压、电流等级已达到 GTR 的水平, 并已在很大程度上取代了 GTR。

4. 功率集成电路和智能功率模块

(1) 功率集成电路

功率集成电路简称 PIC, 是一种电力电子电路的单片集成。典型的 PIC 通常由功率器件及驱动、缓冲和保护电路、信号检测与诊断电路以及控制电路等多部分组成。PIC 按其功率器件的通流能力分为两类: 高压集成电路 HVIC 和智能功率集成电路 SPIC。

(2) 智能功率模块

智能功率模块简称 IPM, 它是一种在 IGBT 基础上再集成栅极控制、故障检测和故障保护电路的专用电力电子模块。IPM 具有驱动和短路、过流、过热、欠压保护等功能, 在器件开关损耗和安全工作区等方面优于 IGBT。采用 IPM 可使电力电子装置结构简单、体积减小, 可靠性得以提高。

(二) 电力电子器件的驱动电路

1. GTO 门极驱动

在 GTO 的开通过程中, GTO 的多元集成结构要求所有 GTO 元在门极触发后同时导通, 因而要求 GTO 门极正向驱动电流的前沿有足够的幅度和陡度。同时, 驱动脉冲宽度最好和 GTO 导通时间相同, 这样可以降低 GTO 导通期间的管压降。在 GTO 关断时, 驱动电路首先抽出储存电荷形成门极反向脉冲电流, 其峰值应达到 GTO 导通电流的 $25\% \sim 30\%$, 增大门极负电流幅值和陡度可加速 GTO 的关断过程。随后 GTO 中的等效晶体管开始退饱和, 这期间门极电流仍为负, 门极开始承受负压。门极负电压一般维持至 GTO 下次开通, 这样可防止 GTO 误导通。典型的 GTO 门极电压电流波形如图 6-2 所示。

2. 电力晶体管基极驱动

为加速电力晶体管的开关过程, 减小损耗, 使电力晶体管安全可靠地运行, 其驱动电路应具有以下特点:

- ① 驱动电路应和主电路电气隔离；
- ② 使电力晶体管开通时，驱动电流有足够陡的前沿；
- ③ 电力晶体管导通期间应处于饱和导通状态，随着晶体管饱和程度的增加，其饱和压降降低，但储存时间加大；
- ④ 关断时驱动电路应能提供幅值足够大的反向基极驱动电流，并加反偏截止电压，以加快关断速度；
- ⑤ 驱动电路有较强的抗干扰能力，并有一定的保护功能。

图 6-3 为理想的基极驱动电流波形。

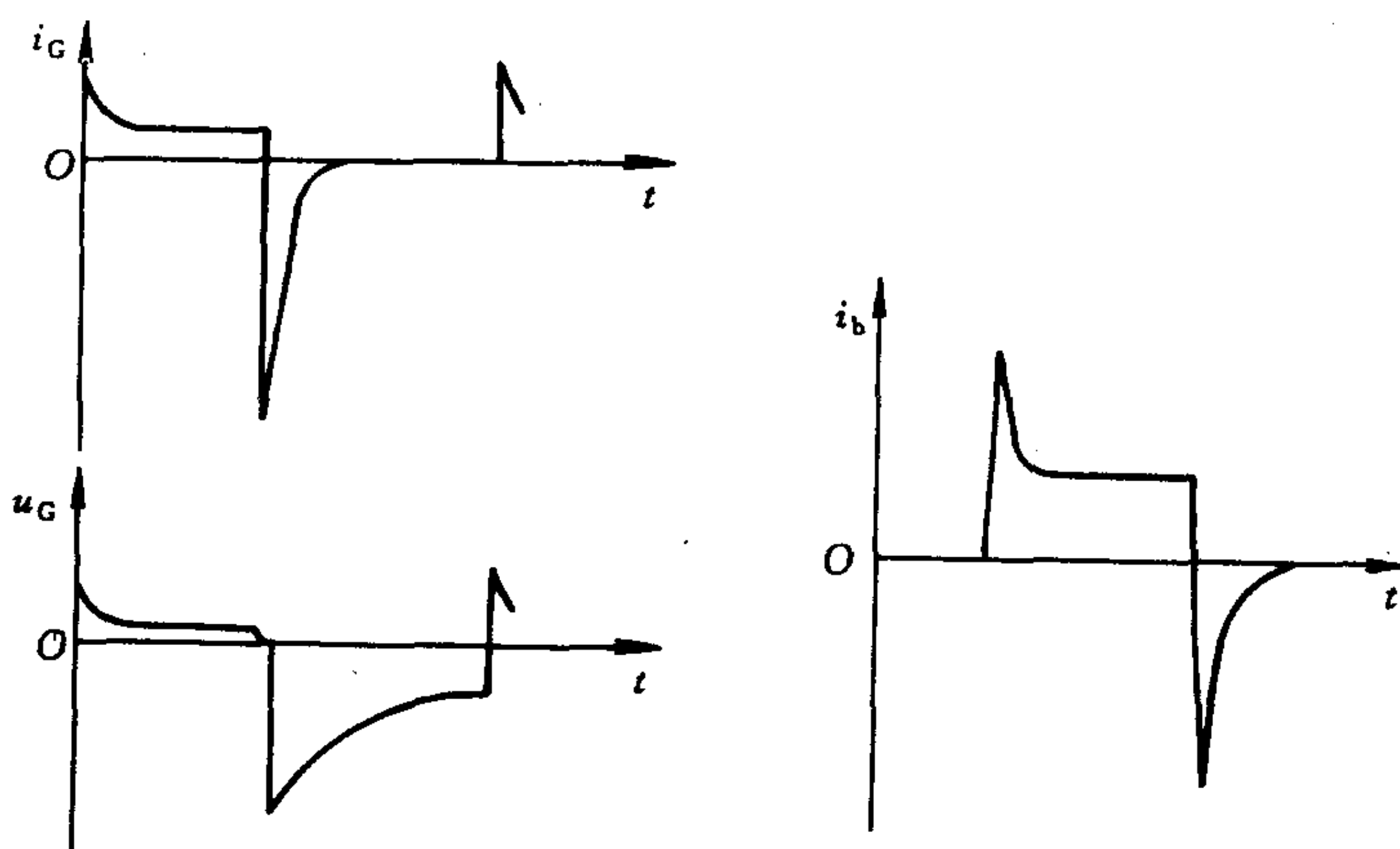


图 6-2 典型的 GTO 门极驱动波形 图 6-3 理想的基极驱动电流波形

3. 电力 MOSFET 及 IGBT 的栅极驱动

电力 MOSFET 和 IGBT 都是电压控制型，它们的驱动电路比较相似。由于栅极输入电容的存在，在开通和关断的过程中需要有一定的驱动电流来给输入电容充放电，因此驱动电路应有足够的输出功率，以缩短开通和关断过程。通常导通时的正向驱动电压为 $10 \sim 15\text{V}$ ，使器件的通态压降较低。关断时栅极施加反向电压使器件可靠关断，IGBT 反向电压数值一般为 $5 \sim 10\text{V}$ ，MOSFET 可以不加反向电压。

二、重点和难点

本节应注意掌握以下要点：

① 晶闸管的三端四层结构、阳极伏安特性以及晶闸管的开通和关断条件。

② 晶闸管的电压额定参数、电流额定参数及动态参数，特别应掌握通态平均电流的含义及换算方法。

③ 掌握 GTO 的工作原理、开关特性，理解最大可关断阳极电流、关断增益等参数的意义。

④ 掌握 GTR 的工作原理、开关特性、二次击穿与安全工作区。

⑤ 了解电力 MOSFET 和 IGBT 的工作原理和主要特点。

⑥ 掌握 GTO、GTR、电力 MOSFET 和 IGBT 驱动电路的特点。

三、例题分析

例 6-1 某整流电路中晶闸管电流波形如图 6-4 所示，若暂不考虑晶闸管的安全裕量，晶闸管的额定电流应如何选取？

解：首先计算晶闸管电流的有效值 I ：

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (I_m \sin \omega t)^2 d(\omega t)} \\ &= \frac{I_m}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

由于晶闸管额定电流 $I_{T(AV)}$ 与其允许的电流有效值的关系为

$$I = \frac{\pi}{2} \cdot I_{T(AV)}$$

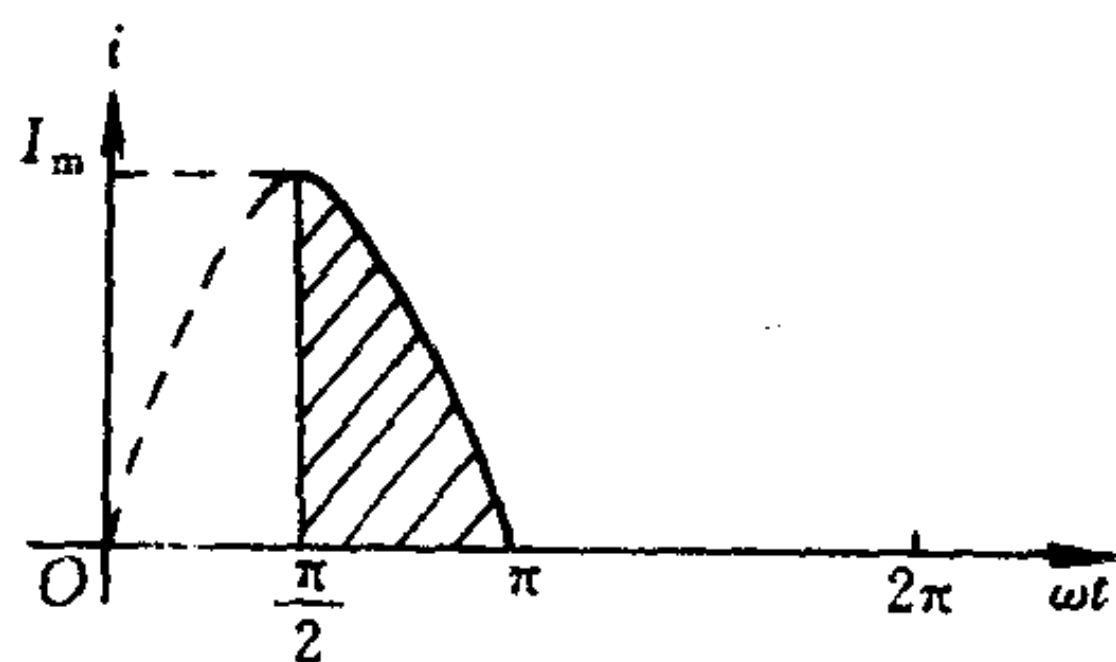


图 6-4 晶闸管导电波形

故选取的晶闸管额定电流为

$$I_{T(AV)} = \frac{2}{\pi} \cdot I = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{I_m}{2\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}\pi}$$

第二节 整 流 电 路

一、基本内容和知识点

在各种电力电子变流电路中，整流电路是最基本的，也是最重要和应用最广的。整流电路可分为单相整流电路和三相整流电路，其中三相桥式全控整流电路是应用最广泛的电路，是学习的重点。另外，各种可控整流电路在负载性质不同时，工作特性有很大的差异，应掌握它们在电阻性负载、电感性负载和反电动势负载时的不同工作原理和特性。就电路形式而言，可控整流电路中的全控型电路就是有源逆变电路，只是工作条件不同而已。

1. 单相半波可控整流电路

带电阻负载的单相半波可控整流电路如图 6-5 所示。从晶闸管承受正向电压起到加上触发脉冲这一电角度称为控制角 α ，晶闸管导通的电角度为 $\theta = 180^\circ - \alpha$ 。该电路的可控移相范围为 180° ，晶闸管承受的正反向电压最大值为 $\sqrt{2}U_2$ 。由直流侧输出电压波形可求得输出平均电压为

$$U_d = 0.45U_2 \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (6-1)$$

带续流二极管的单相半波可控整流电路如图 6-6 所示，其中负载为电感性负载。该电路与单相半波可控整流电路的差别在于当电源电压过零后，电感 L 产生感应电动势使负载电流经续流二极管继续流通。该电路移相范围及晶闸管承受最大电压与图 6-5 电路相同， u_d 波形也相同，因此输出平均电压 U_d 计算公式也为式 (6-1)。当负载电感很大时，负载电流连续而且基本维持不变。在

这种情况下, 流过晶闸管的电流平均值 I_{dT} , 有效值 I_T 以及续流二极管电流平均值 I_{dDR} 及有效值 I_{DR} 分别为

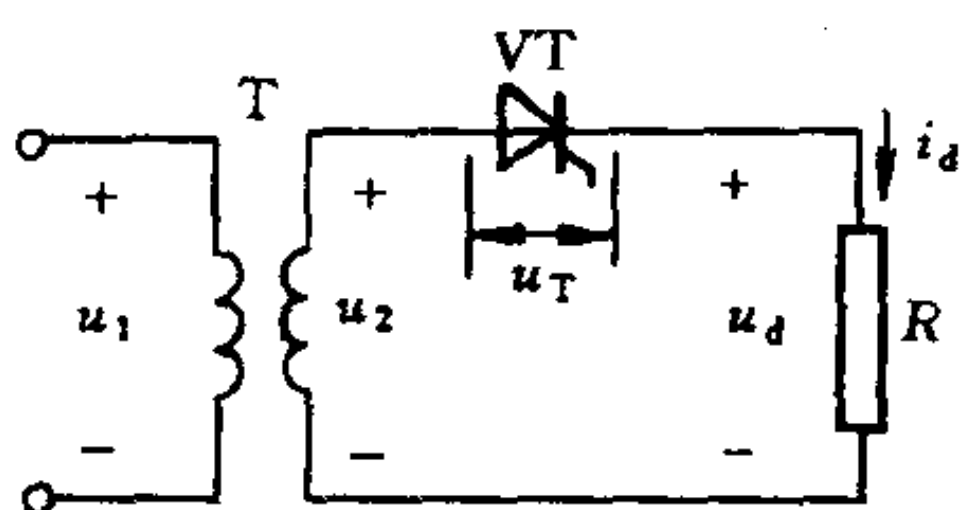


图 6-5 单相半波可控整流电路

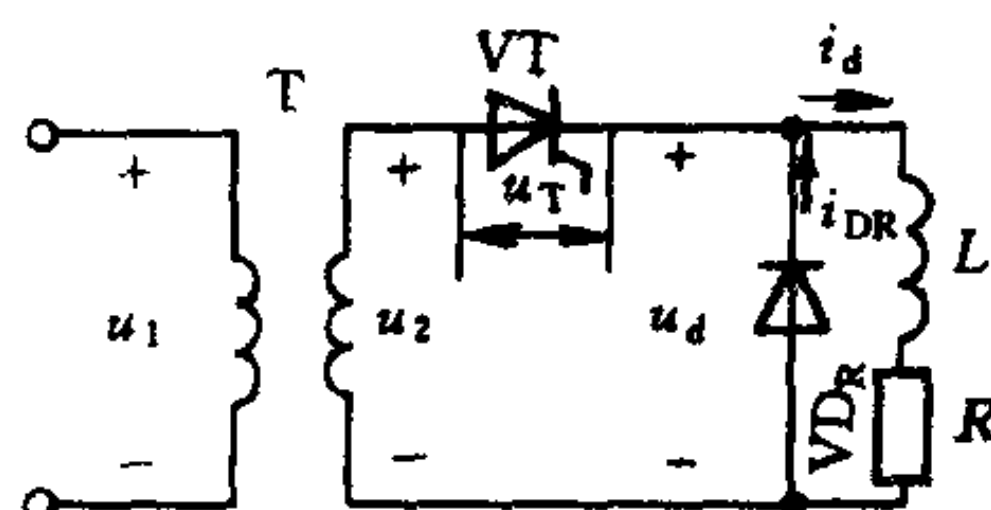


图 6-6 带续流二极管的单相半波整流电路

$$\begin{aligned} I_{dT} &= \frac{\pi - \alpha}{2\pi} I_d \\ I_T &= \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}} I_d \\ I_{dDR} &= \frac{\pi + \alpha}{2\pi} I_d \\ I_{DR} &= \sqrt{\frac{\pi + \alpha}{2\pi}} I_d \end{aligned} \quad (6-2)$$

2. 单相桥式全控整流电路

由于单相半波可控整流电路存在输出脉动大, 电源电流有直流分量的缺点, 在小容量晶闸管整流装置中, 较多的是采用单相桥式可控整流电路。

(1) 电阻性负载

单相桥式全控整流电路如图 6-7 所示。当负载为电阻时, 电路的可控移相范围为 180° , 晶闸管承受的最高电压为 $\sqrt{2}U_2$ 。整流输出电压的平均值为

$$U_d = 0.9U_2 \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad (6-3)$$

(2) 电感性负载

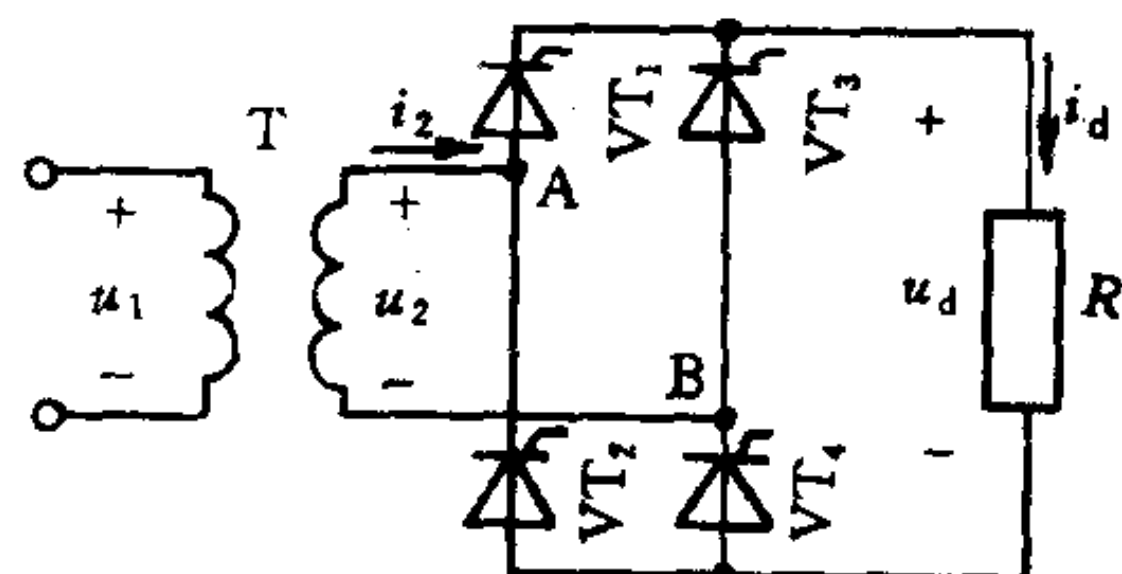


图 6-7 单相桥式全控整流电路

当负载为电感性质，且电感足够大时，直流电流连续，其波形近似为一直线，可控移相范围为 90° ，晶闸管承受的最大正反向电压均为 $\sqrt{2}U_2$ 。直流输出电压的平均值为式(6-4)。交流侧电流有效值 $I_2=I_d$ 。

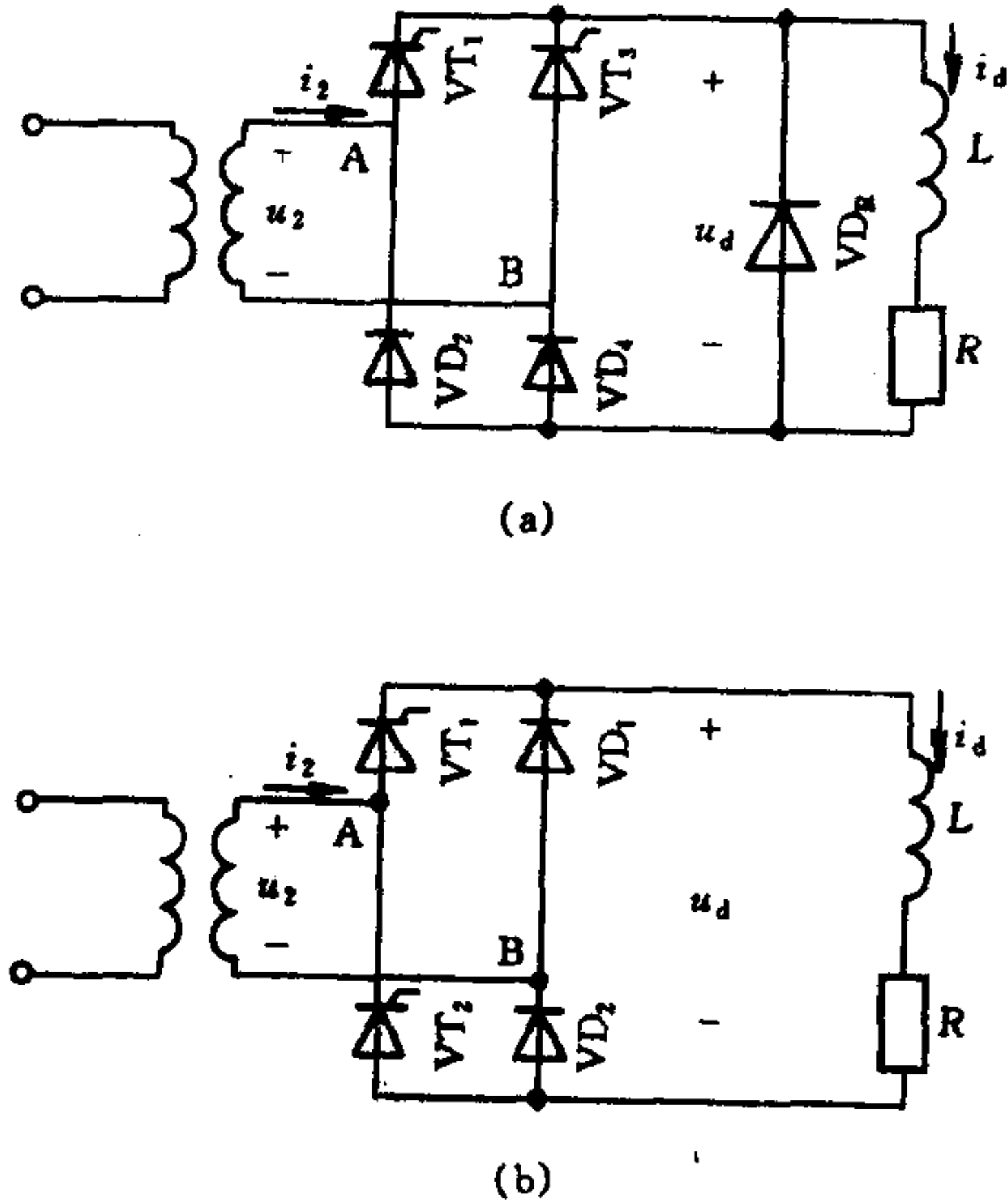
$$U_d=0.9U_2\cos \alpha \tag{6-4}$$

(3) 反电动势负载

当负载为反电动势性质时，在整流输出电压小于反电动势时可能出现电流断续。电流断续时直流输出电压与反电动势相同，这样就使直流平均电压高于相同 α 角下电阻负载的情况。这种现象一种典型的例子是在晶闸管整流装置供电的直流传动系统中会出现空载电机转速升高。

3. 单相桥式半控整流电路

单相桥式半控整流电路如图 6-8(a)所示，当负载为电感性质且电感很大时，直流电流波形近似为一直线。图中续流二极管 VD_R 的作用是防止产生失控现象。图 6-8(b)为另一种单相桥式半控整流电路。该电路的可控移相范围为 180° ，输出电压计算方法与单相桥式全控整流电路电阻性负载时相同。交流侧电流有效值为



VD_R 的作用是防止产生失控现象。图 6-8(b)为另一种单相桥式半控整流电路。该电路的可控移相范围为 180° ，输出电压计算方法与单相桥式全控整流电路电阻性负载时相同。交流侧电流有效值为

$$I_2=\sqrt{\frac{\pi-\alpha}{\pi}}I_d \tag{6-5}$$

(一) 三相可控整流电路

1. 三相半波可控整流电路

(1) 三相半波共阴极

图 6-8 单相桥式半控整流电路

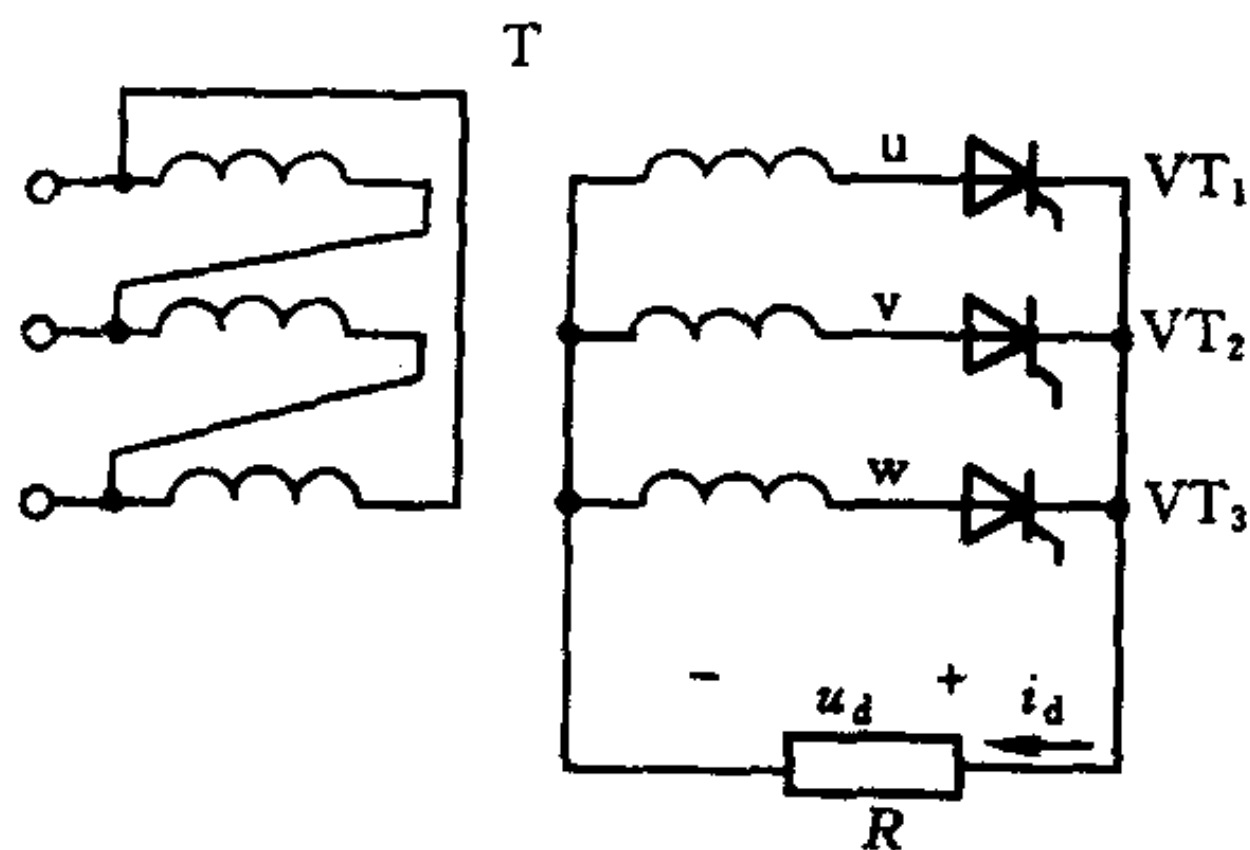
可控整流电路

三相半波共阴极可控整流电路如图 6-9(a)所示。该电路在电阻性负载时可控移相范围为 150° ，当 $\alpha < 30^\circ$ 时负载电流处于连续状态，整流电压平均值为式(6-6)，当 $\alpha > 30^\circ$ 时负载电流断续，整流电压平均值为式(6-7)。

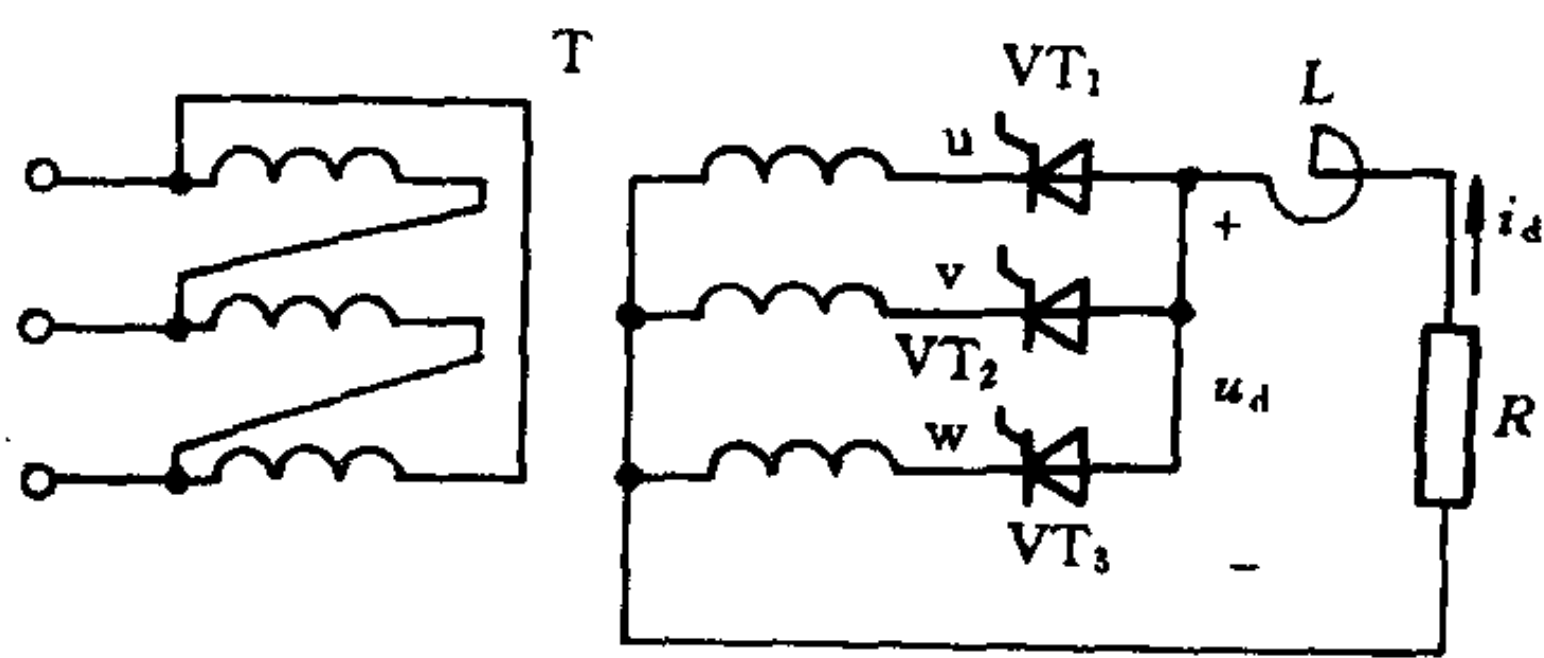
$$U_d = 1.17U_2 \cos \alpha \quad (6-6)$$

$$U_d = 0.675U_2 \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{6} + \alpha \right) \right] \quad (6-7)$$

当电路负载为电感性质且电感足够大时，可控移相范围为 90° ，负载电流始终连续且近似为一直线。整流电压平均值为式(6-6)，交流侧电流波形接近矩形，有效值为式(6-8)。



(a) 共阴极接法



(b) 共阳极接法

图 6-9 三相半波可控整流电路

$$I_2 = \frac{I_d}{\sqrt{3}} \quad (6-8)$$

(2) 三相半波共阳极整流电路

在三相半波整流电路中，另一种接法是共阳极接法，如图 6-9(b) 所示，其工作原理、波形及数量关系与共阴极接法时相似，仅输出电压极性相反。

2. 三相桥式全控整流电路

三相桥式全控整流电路是工业上应用最广泛的整流电路，它可以看作是三相半波共阴极组与共阳极组的串联。在电阻性负载时，其可控移相范围为 120° 。当 $\alpha < 60^\circ$ 时，负载电流处于连续状态，整流电压平均值为式 (6-9)，当 $\alpha > 60^\circ$ 时，负载电流断续，整流电压平均值为式 (6-10)。

$$U_d = 2.34 U_2 \cos \alpha \quad (6-9)$$

$$U_d = 2.34 U_2 \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) \right] \quad (6-10)$$

当电路负载为电感性质且电感足够大时，负载电流连续，可控移相范围为 90° 。整流电压平均值为式 (6-9)，交流侧电流波形为矩形波，其有效值为式 (6-11)。

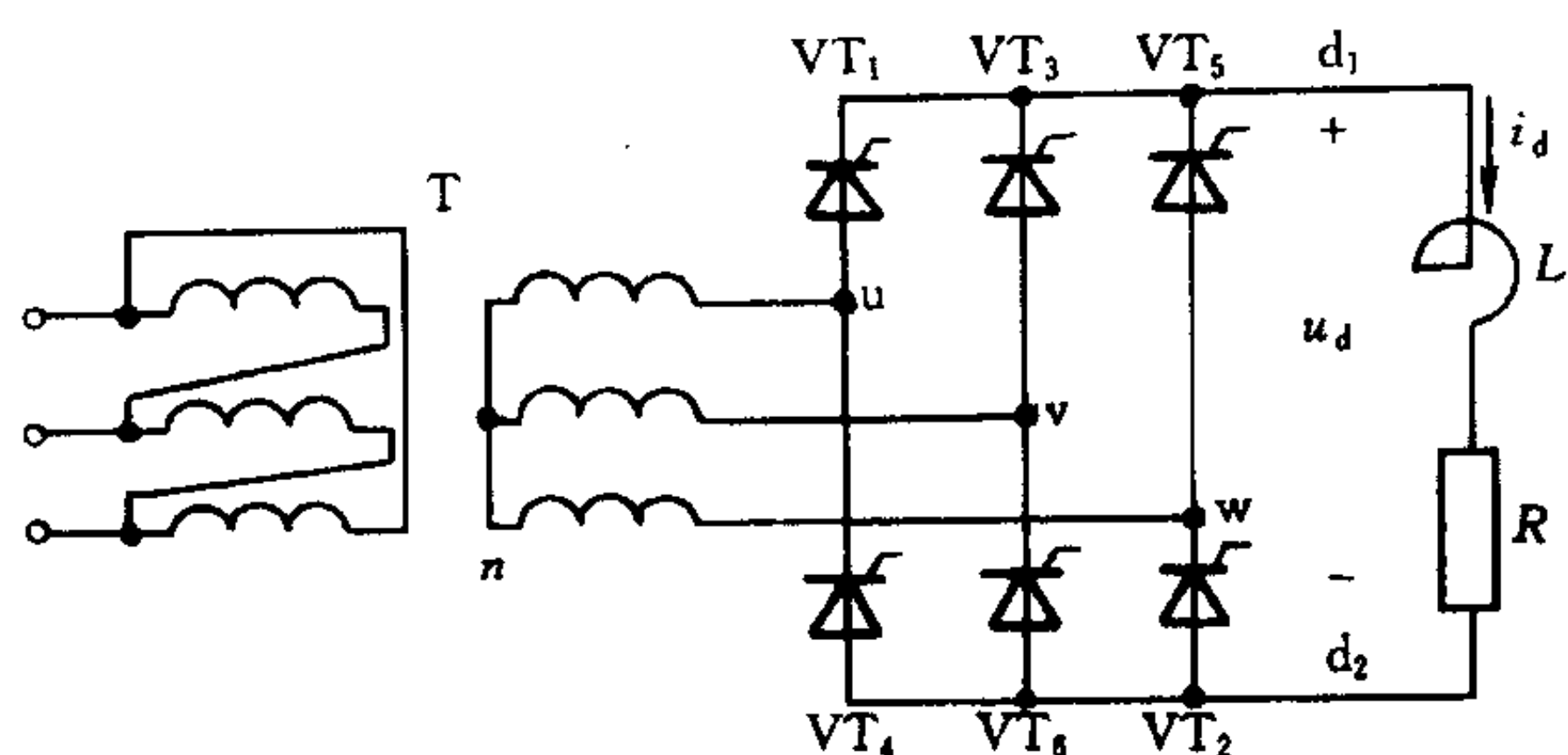
$$I_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d \quad (6-11)$$

图 6-10(a) 为三相桥式全控整流电路，图 6-10(b) 为 $\alpha = 60^\circ$ 感性负载时的输出电压及晶闸管电压波形。

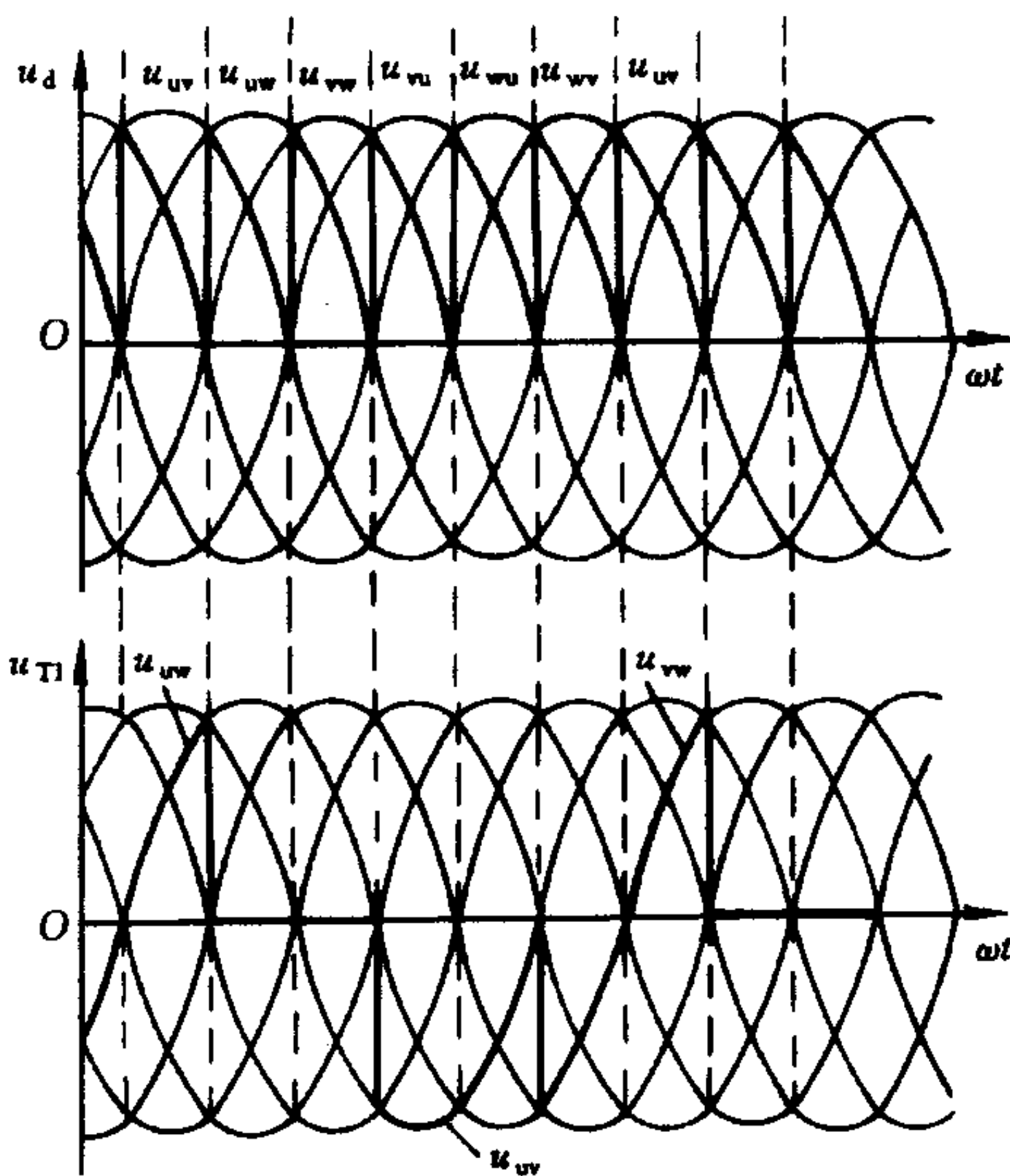
在三相桥式全控整流电路中，由于共阴极组和共阳极组各有一晶闸管导通才能构成回路。因此，电路的触发脉冲宽度应大于 60° 或采用双窄脉冲触发。

(二) 变压器漏抗对整流电路的影响

在考虑电源变压器漏抗时，负载电流从一相换到另一相不能瞬时完成，这个过程叫换相过程。换相过程所对应的时间用电角度表示，叫换相重叠角 γ 。在换相过程中，两相晶闸管同时导通相



(a) 三相桥式全控整流电路



(b) $\alpha = 60^\circ$ 时电压波形

图 6-10 三相桥式全控整流电路及电压波形

当于短路，使输出的整流电压降低，由此产生的压降称为换相压降，它与变压器漏抗及负载电流的关系为

$$\Delta U_d = \frac{m \cdot X_B}{2\pi} \cdot I_d \quad (6-12)$$

式中 X_B 为变压器的漏抗, m 为整流器相数, 在单相桥式电路中 $m=4$, 三相桥式电路中 $m=6$ 。

换相重叠角 γ 与控制角 α 、变压器漏抗 X_B 和负载电流 I_d 的关系为

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) = \frac{I_d \cdot X_B}{\sqrt{2} U_2 \sin \frac{\pi}{m}} \quad (6-13)$$

(三) 整流电路的谐波和功率因数

1. 整流电压的谐波

整流输出的脉动直流电压为周期性的非正弦函数, 可采用傅氏级数将其分解成直流分量与各次谐波的分量形式。多相整流电路输出电压中的谐波次数为 mk (m 为整流器相数, k 为正整数), 输出电压中的直流分量与控制角的关系为

$$U_d = \sqrt{2} U_2 \frac{m}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha \quad (6-14)$$

2. 整流电路的交流侧谐波及功率因数

对于实际中常用的桥式全控整流电路, 其交流侧电流中含有 $mk \pm 1$ 次的谐波, 谐波幅值随着其频率的升高而降低。当整流电路负载为电感性质且电感足够大时, 交流侧电流波形近似为方波, 忽略变压器漏抗的影响时, 其各次谐波幅值与基波幅值之比为 $\frac{1}{mk \pm 1}$ 。

电力电子变流器的功率因数可分为总功率因数与基波功率因数(位移因数)两种。总功率因数 λ 为输入有功功率对输入表观功率之比, 也等于位移因数 $\cos \varphi$ 与基波因数 γ 之积, 即

$$\lambda = \gamma \cdot \cos \varphi \quad (6-15)$$

式中基波因数 γ 表示线电流中基波的含量, 即基波有效值与总有效值之比。而基波功率因数 $\cos \varphi$ 则是输入基波有功功率对基波输

入表观功率之比，也就是电压电流基波的相位差 φ 的余弦。

(四) 大功率整流电路

1. 带平衡电抗器的双反星形可控整流电路

图 6-11 为带平衡电抗器的双反星形可控整流电路结构，该电路适用于需要低电压大电流的直流电源。它采用双组三相半波可控整流电路相并联。两组的相电压相位相反，电流相等，所以直流安匝互相抵消。在两个星形的中点间接的平衡电抗器用来克服两组整流器输出电压瞬时值不等的影响，实现两组整流器均流，每组

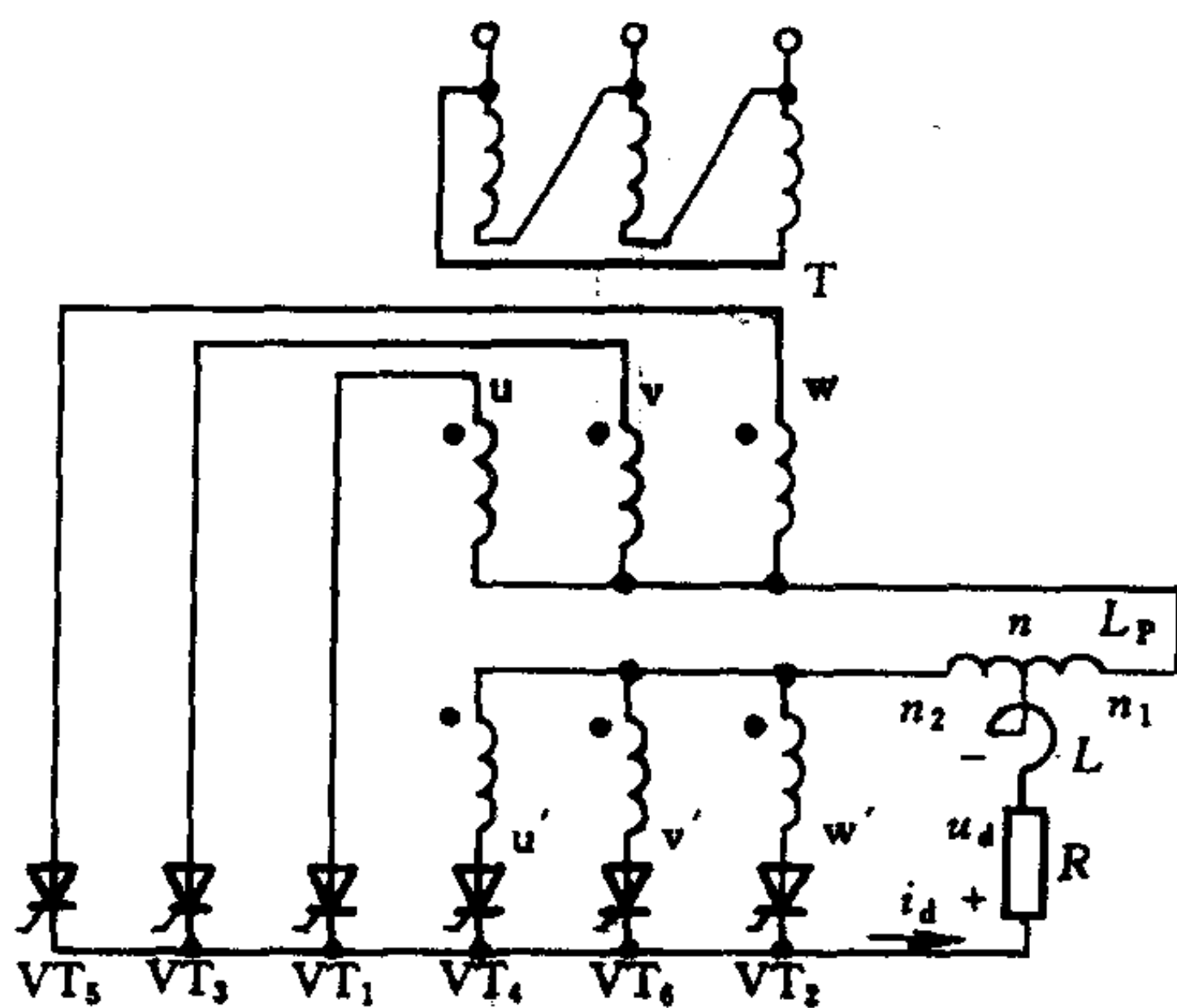


图 6-11 带平衡电抗器的双反星形可控整流电路

整流器仅承担负载电流的一半，提高了整流器件承受负载的能力。

双反星型可控整流电路在电感性负载时的输出电压为式 (6-16)。

$$U_d = 1.17 U_2 \cos \alpha \quad (6-16)$$

2. 十二相整流电路

为进一步减轻整流电路谐波对电网的影响，在大容量整流装置中常采用 12 相整流电路。12 相整流电路是通过两组电压相同，相位相差 30° 的电源供电的三相桥式整流电路串联或并联得到，图 6-12 为采用两组三相桥式电路并联构成的 12 相整流电路。在串联联结线路中需要保证两组三相桥触发脉冲的宽度和分配关系使串联回路畅通，输出电压为式 (6-17)。在并联联结线路中需要采用平衡电抗器保证两组整流器的均流，其输出电压为式 (6-18)。12 相整流电路的交流电流最低次谐波为 11 次。

$$U_d = 2 \times 1.35 U_{21} \cdot \cos \alpha \quad (6-17)$$

$$U_d = 1.35 U_{21} \cdot \cos \alpha \quad (6-18)$$

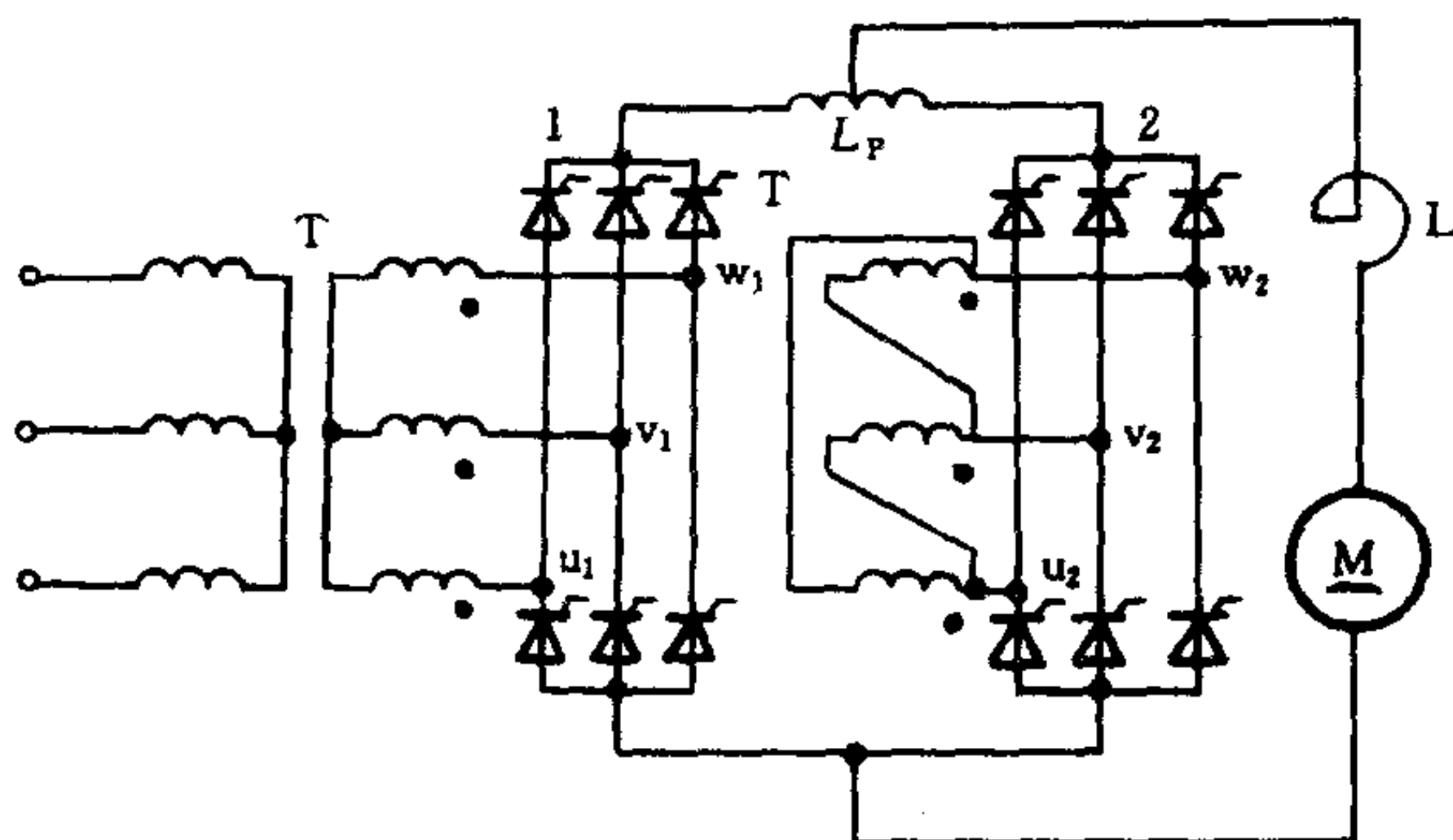


图 6-12 两组三相桥并联组成的十二相整流电路

(五) 整流电路的有源逆变工作状态

1. 有源逆变的定义及逆变条件

把直流电转变为交流电的过程称为逆变，变流器工作在逆变状态时，如果把变流器的交流侧接到交流电源上，把直流电逆变为同频率的交流电反送到电网去，称为有源逆变。整流电路中的全控型电路就是有源逆变电路，在满足以下条件时就可处于逆变状态。

① 直流侧有直流电动势源，其极性和晶闸管导通方向一致且数值应稍大于变流器直流侧的平均电压；

② 晶闸管变流器的 $\alpha > 90^\circ$ ，使 U_d 为负值。

2. 三相桥式有源逆变电路

三相桥式整流电路用作有源逆变时就成为三相桥式逆变电路。为分析和计算方便，通常把 $\alpha > 90^\circ$ 时的控制角用逆变角 β 表示， $\beta = 180^\circ - \alpha$ 。三相桥式逆变电路的输出直流电压为

$$U_d = -2.34 U_2 \cos \beta \quad (6-19)$$

3. 逆变失败与最小逆变角

(1) 逆变失败

变流器在逆变运行时，一旦发生换相失败，外接的直流电源就会通过晶闸管电路形成短路，或者使变流器的输出平均电压和直流电源变成顺向串联，形成短路。这种情况称为逆变失败，或称为逆变颠覆。造成逆变失败的主要原因有：触发电路工作不可靠，晶闸管发生故障，交流电源发生缺相或消失以及换相裕量角不足等。

(2) 最小逆变角

为保证逆变电路可靠换相，防止逆变失败，逆变角 β 必须限制在一个允许的最小角度内，最小逆变角应按式(6-20)确定。

$$\beta_{\min} = \delta + \gamma + \theta' \quad (6-20)$$

式中 δ 为晶闸管关断时间折合的电角度， γ 为变流器的最大换相重叠角， θ' 为安全裕量角。

逆变电路在工作时必须保证 $\beta \geq \beta_{\min}$ 。

二、重点和难点

本节应重点掌握以下内容：

① 单相半波可控整流电路、单相桥式全控整流电路和单相桥式半控整流电路的工作原理、波形及不同负载时的特性；

② 三相半波可控整流电路、三相桥式全控整流电路的工作原理、波形及不同负载时的特性；

③ 掌握以上电路形式中直流侧平均电压 U_d ，直流侧平均电流 I_d ，交流侧电流 I_2 以及晶闸管电流 I_T ，最大正反向电压的计算。其中当负载为电感性负载时仅考虑电感足够大的情况；

④ 会分析考虑变压器漏抗时的换相过程及波形，掌握换相重叠角、换相压降的概念和计算方法；

⑤ 掌握各种整流电路直流输出电压所含谐波次数以及交流侧电流谐波次数及幅值大小。掌握基波因数、功率因数的概念以及电感性负载时功率因数与整流电路触发角的关系；

⑥ 掌握带平衡电抗器的双反星型可控整流电路及十二相整

流电路的构成、工作原理及特点；

⑦ 掌握有源逆变的基本概念及实现有源逆变的两个条件，会分析有源逆变电路的工作原理及波形，对照可控整流电路的计算公式，会对直流侧电压 U_d ，逆变角 β 等进行计算。

三、例题分析

例 6-2 单相桥式半控整流电路接电感性负载， L 值极大，负载电阻为 5Ω ，电源电压 $U_2=220V$ ， $\alpha=90^\circ$ ，求直流输出电压 U_d ，晶闸管电流有效值，电源电流有效值及功率因数。

解：由单相桥式半控整流电路输出电压关系式得：

$$U_d = 0.9 \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} U_2 = 0.9 \cdot \frac{1 + \cos 90^\circ}{2} \cdot 220 \text{ V} \\ = 99 \text{ V}$$

$$\text{负载电流 } I_d = \frac{U_d}{R} = \frac{99}{5} \text{ A} = 19.8 \text{ A}$$

$$\text{晶闸管电流 } I_T = \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{2\pi}} I_d = \sqrt{\frac{180^\circ - 90^\circ}{360^\circ}} \times 19.8 \text{ A} = 9.9 \text{ A}$$

$$\text{交流电流 } I_2 = \sqrt{\frac{\pi - \alpha}{\pi}} I_d = \sqrt{\frac{180^\circ - 90^\circ}{180^\circ}} \times 19.8 \text{ A} = 14 \text{ A}$$

$$\text{功率因数 } \lambda = \frac{U_d \cdot I_d}{U_2 \cdot I_2} = \frac{99 \times 19.8}{220 \times 14} = 0.636$$

例 6-3 三相桥式全控整流电路对电感性负载供电。 $R=5\Omega$ ， L 值极大， $U_2=220V$ ， $X_B=0.3\Omega$ ， $\alpha=30^\circ$ 。求 U_d 、 I_d 、 I_2 和 γ 的值。

解：考虑变压器漏抗时，三相全控桥输出电压为

$$U_d = 2.34 U_2 \cos \alpha - \frac{3X_B}{\pi} I_d$$

因 $U_d = R \cdot I_d$ ，代入上式可得：

$$I_d = 2.34 U_2 \cos \alpha / \left(R + \frac{3X_B}{\pi} \right)$$

$$= 2.34 \times 220 \times \cos 30^\circ / \left(5 + \frac{3 \times 0.3}{\pi} \right)$$

$$= 84.3 \text{ A}$$

$$U_d = R \cdot I_d = 5 \times 84.3 \text{ V} = 421.6 \text{ V}$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_d = 68.8 \text{ A}$$

换相重叠角 γ 与控制角 α 的关系为

$$\cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) = \frac{I_d X_B}{\sqrt{2} U_2 \sin \frac{\pi}{3}}$$

将 $\alpha = 30^\circ$ 代入可解得:

$$\gamma = \arccos \left[-\frac{I_d X_B}{\sqrt{2} U_2 \sin \frac{\pi}{3}} + \cos \alpha \right] - \alpha$$

$$= 9.45^\circ$$

第三节 直流斩波电路

一、基本内容和知识点

电力电子技术中的斩波器,就是将直流电压断续加到负载上,通过通、断的时间变化来改变负载电压,也就是直流一直流变换器。斩波器可以用晶闸管实现,也可采用 GTR、IGBT 等自关断器件构成。斩波器可分为降压斩波器、升压斩波器和复合斩波器。

(一) 降压斩波电路

降压斩波电路如图 6-13 所示,其中 VT 为主开关元件,它可以采用晶闸管实现,也可采用全控型器件。当采用晶闸管作开关元件时,需要设置换流电路,使晶闸管关断。设在一个开关周期 T 内,主

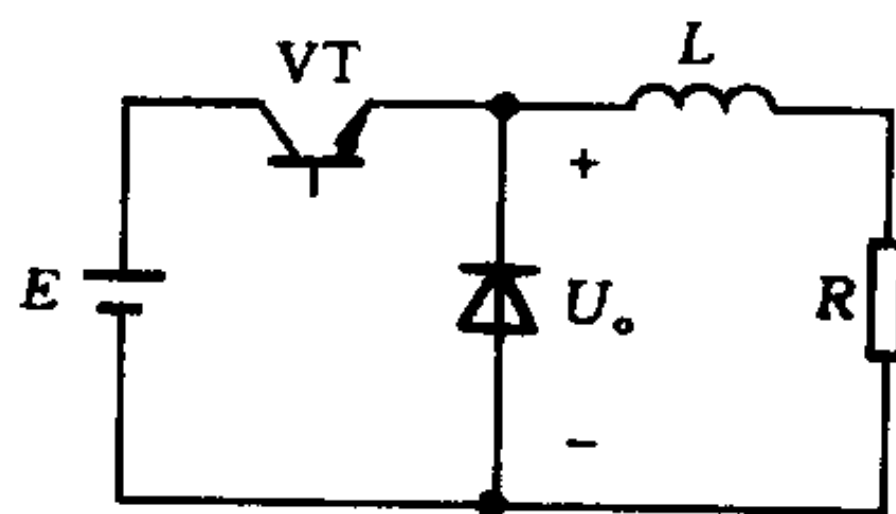


图 6-13 降压斩波电路

开关元件 VT 导通时间为 t_1 ，则在负载电流连续情况下输出平均电压为

$$U_o = \frac{t_1}{T} E = \alpha E \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (6-21)$$

式中 α 为导通比，它与输出电压成正比关系。

当负载为反电动势负载，且平波电感 L 较小时，负载电流可能出现断续，在电流断续期间，输出电压与反电动势相同，这样使输出电压平均值高于式(6-21)的计算结果。

(二) 升压斩波电路

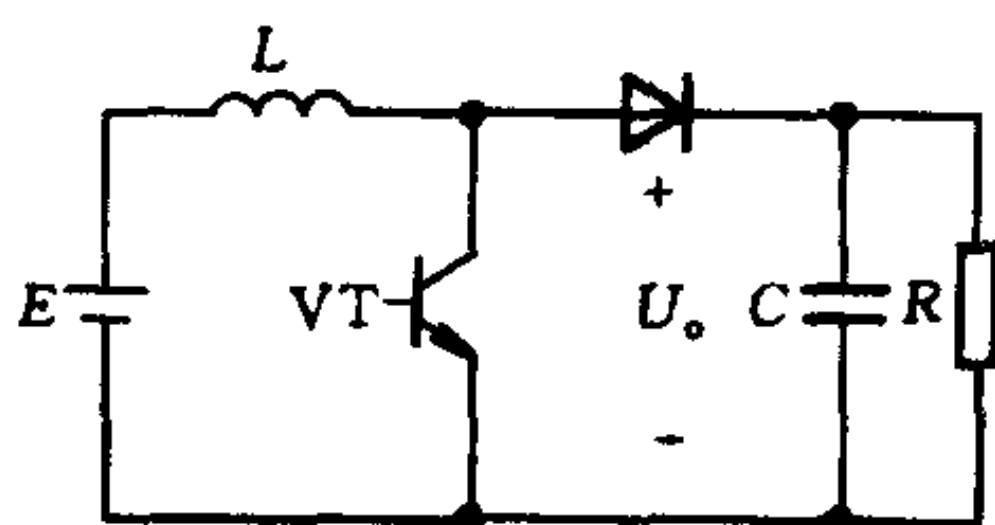


图 6-14 升压斩波电路

图 6-14 为升压斩波电路。当主开关元件 VT 导通时，在电感 L 中积蓄能量，开关断开时积蓄的能量和电源的能量共同供给负载。设开关关断的时间为 t_2 ，电感电流连续且输出电容 C 足够大，则输出电压平均值为

$$U_o = \frac{T}{t_2} E = \frac{E}{\beta} \quad (0 < \beta \leq 1) \quad (6-22)$$

其中 β 为升压比的倒数。

(三) 复合斩波电路

在直流电动机拖动系统中，常要使电动机处于正转、反转、电动及再生制动状态。当采用斩波器对此类系统供电时，常采用能够四象限运行的桥式可逆斩波器，其结构如图 6-15 所示。电路有双极式、单极式等工作方式。

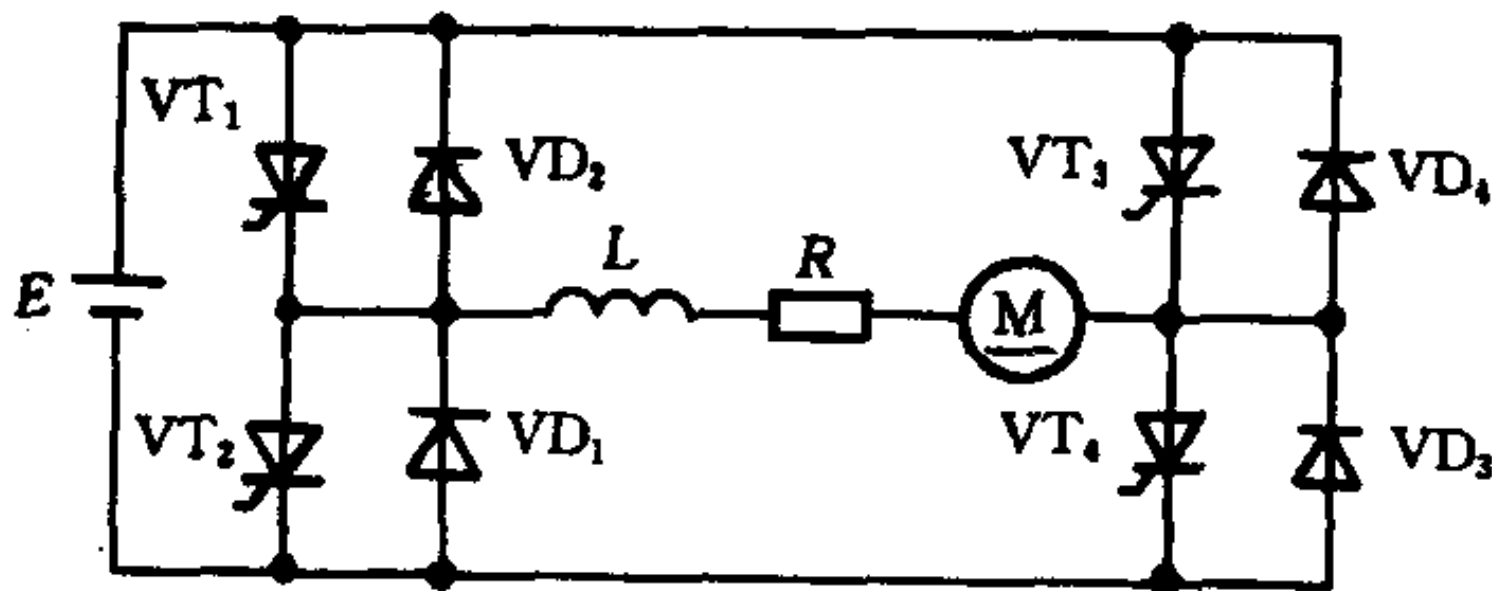


图 6-15 桥式可逆斩波电路

双极式方式中, VT_1 和 VT_4 同时导通和关断, VT_2 和 VT_3 同时导通和关断。设 VT_1 和 VT_4 在一个开关周期内的导通时间为 t_{on} , VT_2 和 VT_3 导通时间为 $T - t_{on}$, 则双极式方式下输出电压为

$$U_o = \left(\frac{2t_{on}}{T} - 1 \right) U_s = \rho \cdot U_s \quad (-1 \leq \rho \leq 1) \quad (6-23)$$

单极式方式中, 当需要输出电压为正时, VT_4 导通, VT_3 截止, VT_1 与 VT_2 交替导通和关断, 通过调节在一周期内的导通时间调节输出电压。当需要输出电压为负时, VT_3 导通, VT_4 截止, 仍通过调节 VT_1 和 VT_2 的导通时间调节输出电压。单极式方式的优点是可以减少电路的开关损耗, 提高装置的可靠性。

二、重点和难点

- ① 掌握降压斩波电路的电路构成、工作原理及波形分析方法;
- ② 掌握升压斩波电路的电路构成、工作原理及波形分析方法;
- ③ 掌握降压、升压斩波电路在电流连续状态下输出电压、电流的计算方法;
- ④ 了解桥式可逆斩波电路的电路构成及工作原理。

三、例题分析

例 6-4 在图 6-16 所示的降压斩波电路中, $E_1 = 100V$, $E_2 = 40V$, $R = 0.4\Omega$, L 足够大, 斩波频率 $f = 1kHz$, 导通比 $\alpha = 0.5$, 求斩波器输出电压、电流及电源电流平均值、电路输出功率。

解: 由于负载电感足够大, 负载电流连续, 因此:

输出电压平均值 $U_o = \alpha \cdot E_1 = 0.5 \times 100V = 50V$

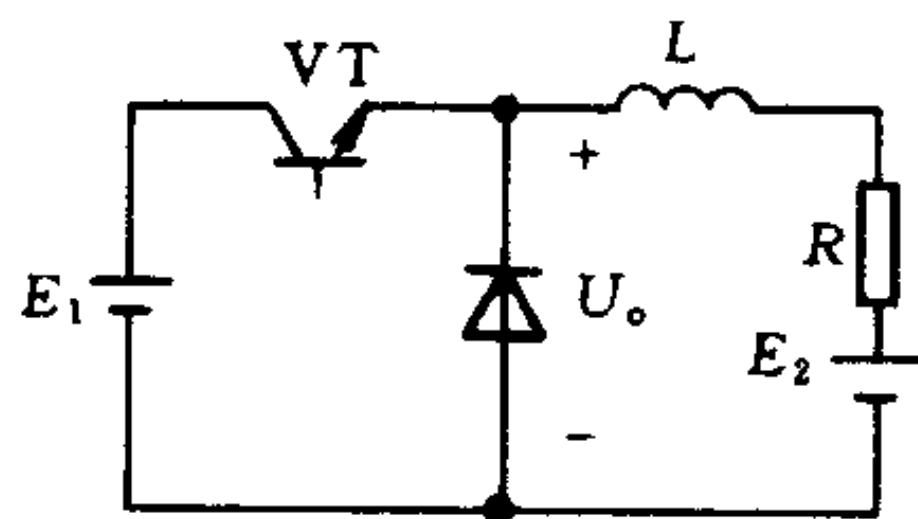


图 6-16 降压斩波电路

$$\text{输出电流平均值 } I_o = \frac{U_o - E_2}{R} = \frac{50 - 40}{0.4} \text{ A} = 25 \text{ A}$$

$$\text{电源电流平均值 } I_1 = \alpha \cdot I_o = 0.5 \times 25 \text{ A} = 12.5 \text{ A}$$

$$\text{电路输出功率 } P_o = U_o \cdot I_o = 50 \times 25 \text{ W} = 1250 \text{ W}$$

第四节 交流—交流变换电路

一、基本内容和知识点

交流—交流变换电路的输入及输出均为交流电，它又可分为两类。一类是输入输出交流电的频率不变而只改变电压，称为交流调压电路。另一类输出电压和频率均可调，称为交—交变频电路，也叫周波变流器。

(一) 相控式交流调压电路

交流调压电路的晶闸管控制通常有两种方式：

① 通断控制：即把晶闸管作为开关将负载与交流电源接通几个周期，再断开一定的周期，改变通断的时间比值达到调压的目的。

② 相位控制：是使晶闸管在电源电压每一周期中，在选定的时刻将负载与电源接通，改变选定的时刻达到调压的目的。

1. 单相交流调压电路

图 6-17 为单相交流调压电路。当电源电压为正半周时，从过

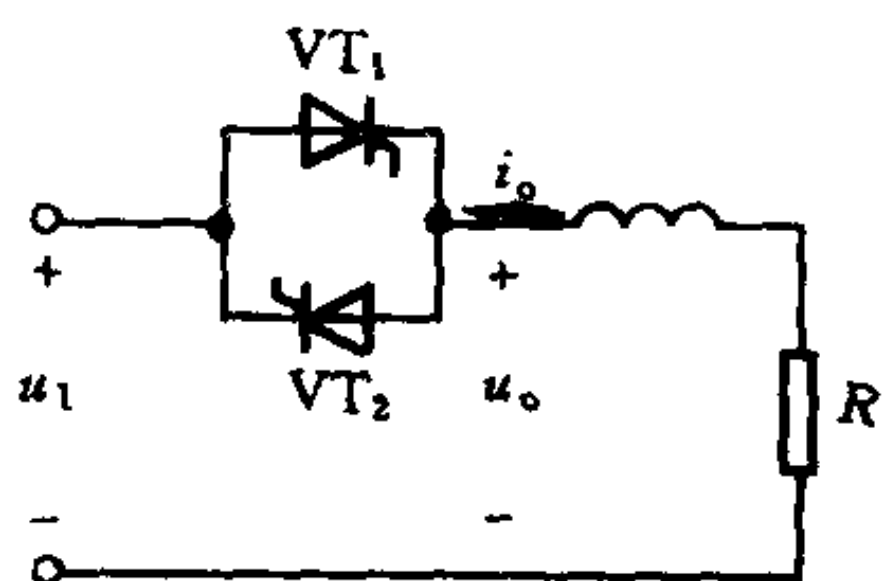


图 6-17 晶闸管单相交流调压电路

零点延迟 α 角触发 VT_1 ；负半周时，从过零点延迟 α 角触发 VT_2 ，则负载电压有效值随着 α 角而改变，实现交流调压。当负载为电阻负载时，其电压可调范围为 $0 \sim U_1$ ，控制角 α 的移相范围为 $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ 。

当负载为电阻-电感负载时，由于负载电流滞后于电压，其控制角 α 的移相范围为

$\varphi \leq \alpha \leq \pi$, 其中 $\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R}$ 为负载的功率因数角, 当 $\alpha \leq \varphi$ 时, 负载电压成为完全的正弦波。

单相交流调压电路除了在 $\alpha \leq \varphi$ (电阻-电感负载) 和 $\alpha = 0$ (电阻性负载) 之外, 负载电压和电流波形都将发生畸变, 电源电流中将含有 $2k+1$ 次谐波 (k 为正整数)。

2. 三相交流调压电路

三相交流调压电路有多种接线形式。图 6-18 为常用的三种形式。图 6-18(a) 为负载按 Y_N 联结的三相交流调压电路; 图 6-18(b) 为三相三线交流调压电路; 图 6-18(c) 为三相全波负载为三角形联结的交流调压电路。

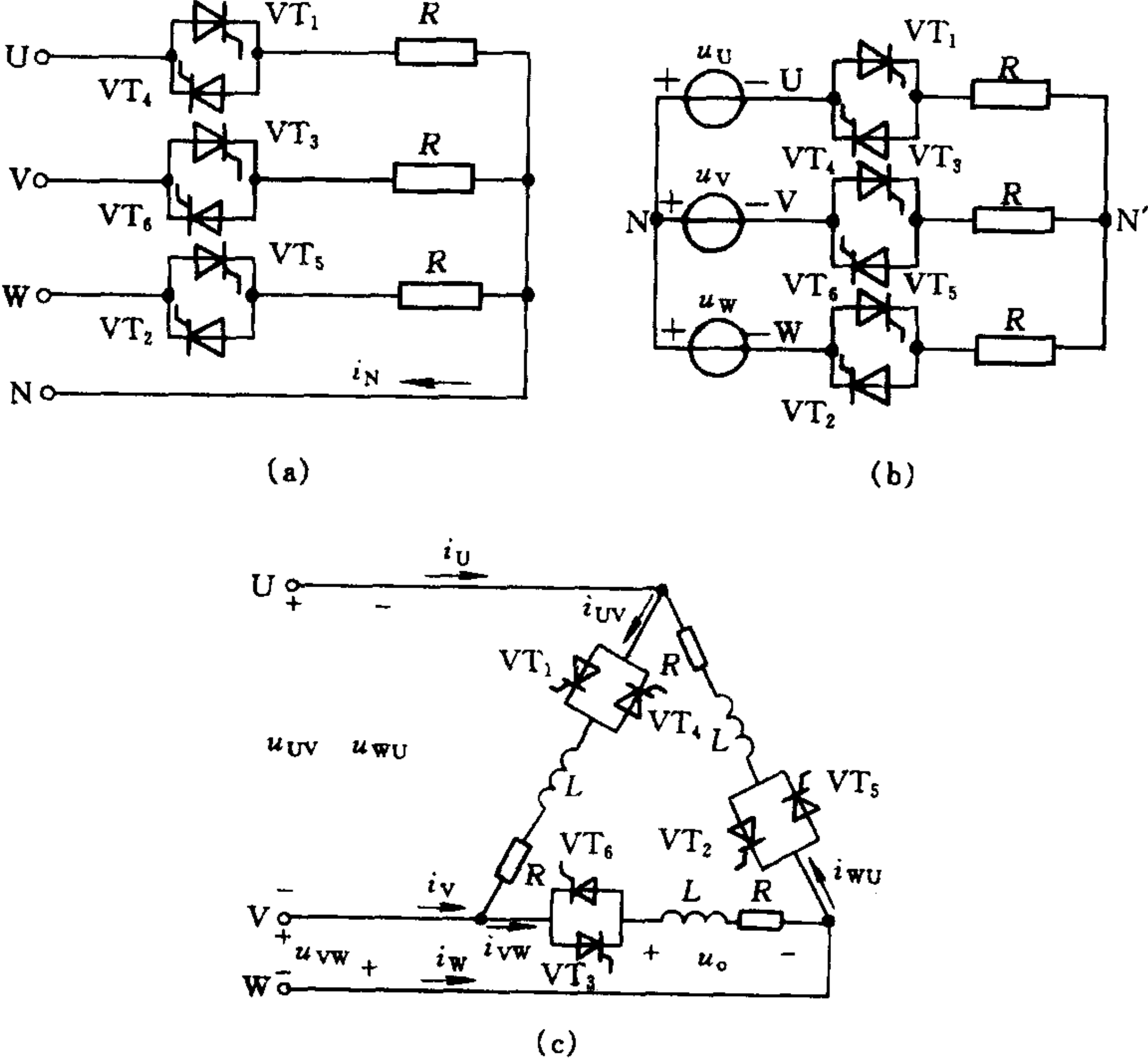


图 6-18 三相交流调压电路

(1) 负载按 Y_N 联结的三相交流调压电路

该电路各相通过零线自成回路，相当于三只单相晶闸管交流调压器的组合。电路的工作原理及波形均可参考单相晶闸管交流调压器。该电路的特点是各相电流中的三次及三的倍数次谐波在零线中叠加，造成零线电流较大。

(2) 三相三线交流调压电路

该电路由于没有零线，应采用宽脉冲或双窄脉冲触发，保证构成导通回路。在电阻性负载时，该电路的移相范围为 $0^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ ，在三相阻感负载时，移相范围为 $\varphi \leq \alpha \leq 150^\circ$ (φ 为负载功率因数角)。晶闸管两端电压的最大值为 $\pm \frac{\sqrt{6}U}{2}$ (U 为电源线电压有效值)。

(3) 三相全波，负载为三角形联结的交流调压电路。

该电路也可看成是三个由线电压供电的单相交流调压电路的组合。电路的工作原理及波形与单相晶闸管交流调压器相同。电路中每相产生的三次及三的倍数次谐波电流在三角形环路中形成环流，而在线电流中仅有 $6k \pm 1$ (k 为整数) 次谐波。

(二) 交—交变频电路

1. 单相交—交变频电路

(1) 工作原理

图 6-19 是单相交—交变频电路的原理图。电路由两组反并联的晶闸管变流电路构成。通过让两组变流电路按一定频率交替工作，使负载获得该频率的交流电。通过改变变流电路的切换频率

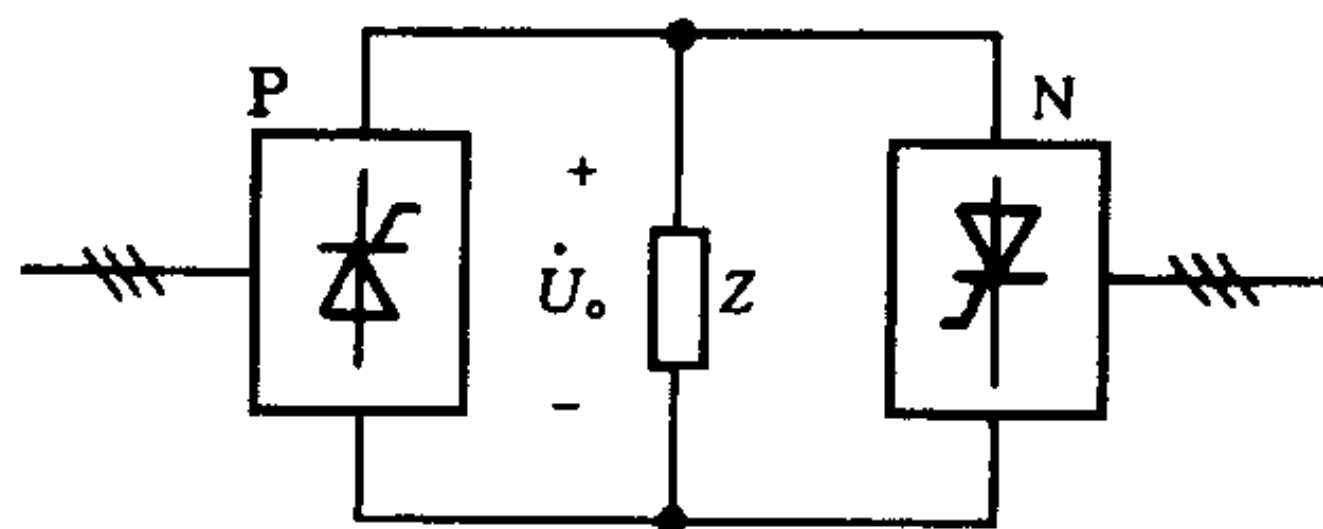


图 6-19 单相交—交变频电路原理

及工作时的控制角 α 就可以改变交流输出的频率和电压。在实际中，交—交变频电路中的晶闸管变流电路通常采用三相桥式全控电路。

图 6-20 为交—交变频电

路在电感性负载时两组晶闸管变流电路的工作状态，其中交流电源表示变流电路可输出的交流电压。由于变流电路中晶闸管的单向导电性，变流电路的输出电流只能单向流动。图中的二极管表示了输出电流的流动方向。由图中可以看出，哪组变流器工作是由输出电流的方向决定的，与输出电压无关。输出电压和电流方向的异同决定变流电路是工作在整流还是逆变状态。

(2) 输出电压调制
使交—交变频电路的输出电压为正弦波最基本的方法是余弦交截法，其基本公式为

$$\alpha = \arccos(\gamma \sin \omega_0 t) \tag{6-24}$$

式中 γ 为输出电压比， $0 \leq \gamma \leq 1$ 。
 ω_0 为输出电压角频率。

(3) 输入电流谐波及功率因数

单相交—交变频电路的输入电流的幅值和相位均按正弦规律被调制，其中包含的频率成分为

$$\begin{cases} f_{in} = |(mk \pm 1)f_i \pm 2lf_0| \\ f_{in} = |f_i \pm 2lf_0| \end{cases} \tag{6-25}$$

其中 m 为变流器脉波数， l 为零及正整数， k 为正整数。

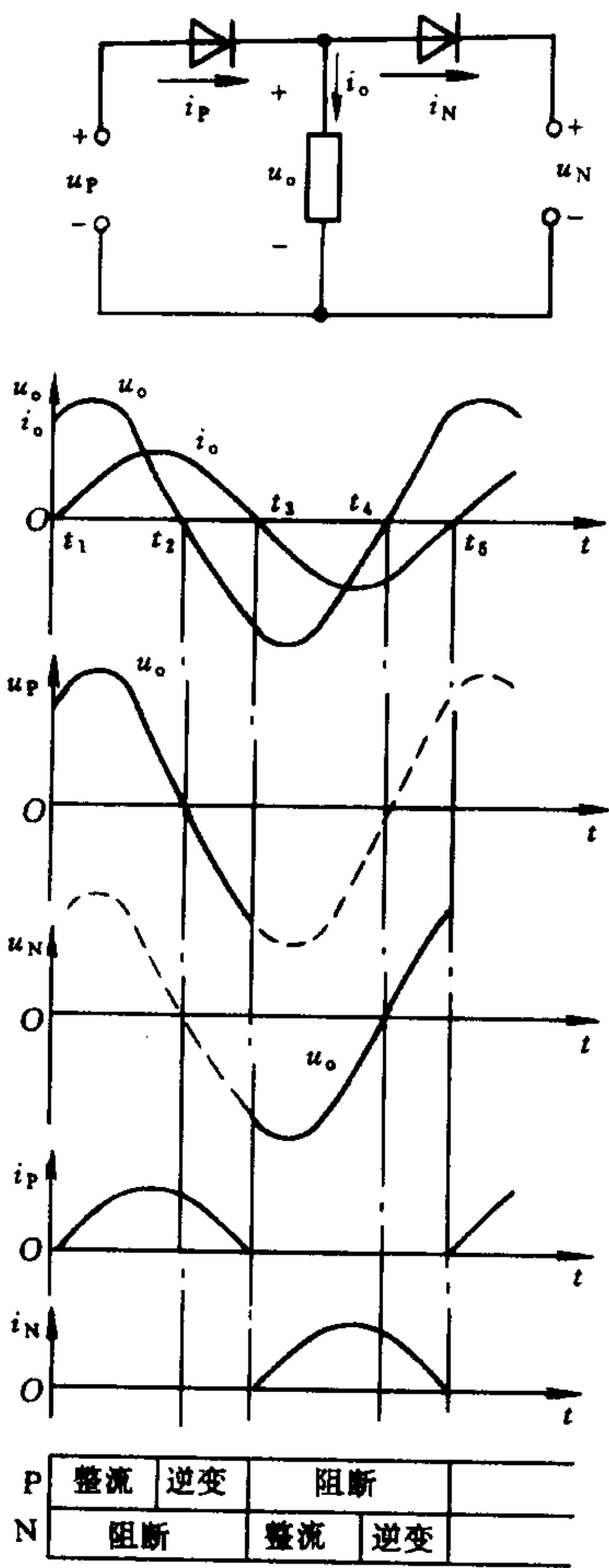


图 6-20 理想交—交变频电路的工作状态

交—交变频电路的输出是通过相位控制的方法来得到的，因此无论负载是滞后的还是超前的功率因数，输入的无功电流总是滞后的，其功率因数随输出电压比及负载功率因数的提高而提高。输入功率因数低是交—交变频电路的一大缺点。

(4) 输出上限频率与电压谐波

由于输出电压波形畸变限制了交—交变频电路的输出上限频率。一般认为变流电路采用三相桥式电路时最高输出频率不高于电网频率的 $1/3 \sim 1/2$ 。电网频率为 50Hz 时，输出上限频率约为 20Hz。

交—交变频电路的输出电压所含谐波频率为

$$f_{on} = mkf_i \pm (N-1)f_o \quad (6-26)$$

式中， k 为正整数

$$N = \begin{cases} 1, 3, 5, \dots & (\text{当 } mk \text{ 为奇数时}) \\ 2, 4, 6, \dots & (\text{当 } mk \text{ 为偶数时}) \end{cases}$$

2. 三相交—交变频电路

三相交—交变频电路主要有两种接线方式，即公共交流母线进线方式和输出星形联结方式，如图 6-21 所示。

在输出频率上限和输出电压中的谐波方面，三相交—交变频电路与单相交—交变频电路是一致的。单相交—交变频装置中输入电

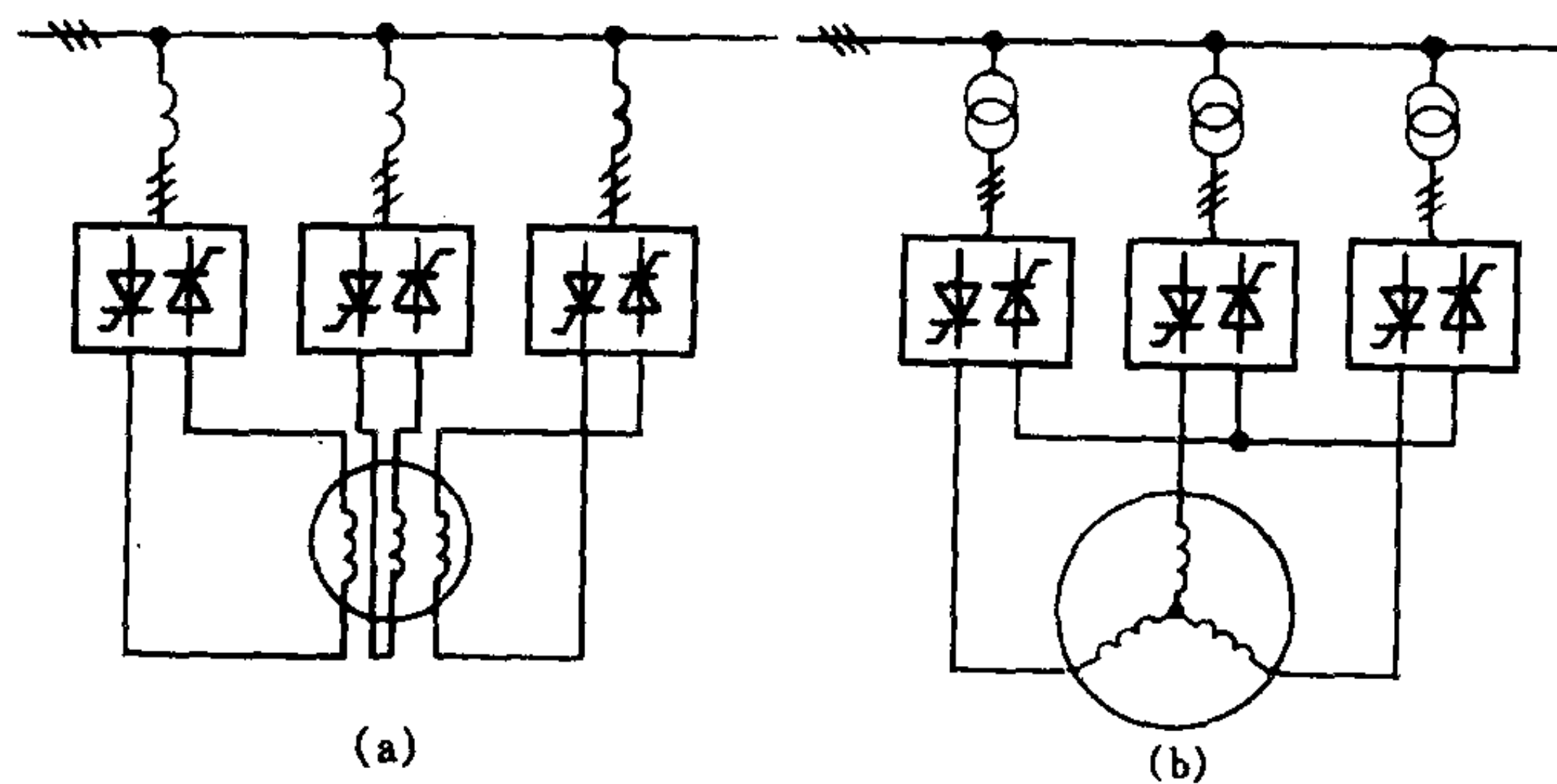


图 6-21 三相交—交变频电路接线方式

流的部分谐波分量在三相交—交变频电路中互相抵消,使总谐波分量大为减小。三相交—交变频电路输入电流中的频率成分为

$$\begin{cases} f_{in} = |(mk \pm 1)f_i \pm 6lf_o| \\ f_{in} = |f_i \pm 6lf_o| \end{cases} \quad (6-27)$$

式中, k 为正整数, l 为零及正整数。

三相交—交变频电路的输入位移因数与单相相同,由于输入电流中的谐波分量减小,使三相交—交变频电路的总功率因数得到提高。在三相交—交变频装置中常采用在输出相电压波形中叠加直流分量(称为直流偏置)或叠加三次谐波(称为交流偏置)的方法提高输入功率因数和输出电压。

二、重点和难点

① 了解交流调压电路的通断控制方式和相位控制方式,重点掌握相位控制方式;

② 掌握单相交流调压电路在电阻负载及电阻电感负载时的工作原理、移相控制范围、波形分析方法以及输入电流中谐波分布情况;

③ 了解三相交流调压电路的各种电路形式及其工作原理和特点;

④ 掌握单相、三相交—交变频电路的构成、工作原理及特点,会分析电路工作过程中的整流与逆变工作状态;

⑤ 掌握用余弦交截法使交—交变频电路输出正弦电压的调制方法;

⑥ 掌握单相及三相交—交变频电路的输入输出特性,如输出上限频率、输入功率因数、输出电压谐波及输入电流谐波等。了解提高其输入功率因数、输出电压的方法。

三、例题分析

例 6-5 一交流单相晶闸管调压器,用作控制从 220V 交流电

源送至电阻为 0.5Ω 、感抗为 0.5Ω 的串联负载电路的功率。试求
①控制角范围；②负载电流的最大有效值；③最大功率和这时的功率因数。

解：①负载功率因数角 $\varphi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) = 45^\circ$ ，故控制角范围为 $45^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ 。

② 当 $\alpha = \varphi$ 时，负载电压为最大值，此时负载电流为

$$I_{\max} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \frac{220}{\sqrt{0.5^2 + 0.5^2}} \text{ A} = 311 \text{ A}$$

③ 当 $\alpha = \varphi$ 时，负载功率最大：

$$P_{\max} = I_{\max}^2 \cdot R = 311^2 \times 0.5 \times 10^{-3} \text{ kW} = 48.4 \text{ kW}$$

此时功率因数为： $\lambda = \cos \varphi = 0.707$

第五节 逆变电路

一、基本内容和知识点

在第二节中讨论过晶闸管整流电路的有源逆变工作状态，本节主要讨论的是无源逆变电路。无源逆变电路是把直流逆变为交流并直接供给负载的电路。它在交流变频调速、UPS 电源、感应加热等领域中有广泛的应用。交—直—交变频电路中的直—交部分就是无源逆变电路。

(一) 换相方式

在变流电路中，负载电流从一个臂向另一个臂顺序转移的过程称为换相，通常也称作换流。在换相过程中，电力电子器件的开关状态会发生改变，由于使器件关断要比器件导通复杂得多，因此研究换相主要是研究如何使器件关断。

换相方式可分为：器件换相、电网换相、负载换相及电容换相。

1. 器件换相

利用电力电子器件自身所具有的自关断能力进行换相称为器件换相。在采用电力晶体管、GTO、IGBT 等自关断器件的电路中所用的换相方式即为器件换相。

2. 电网换相

由电网提供换相电压称为电网换相。可控整流电路及有源逆变电路中的换相方式就是电网换相。此方式不适用于没有交流电网的无源逆变电路。

3. 负载换相

由负载提供换相电压称为负载换相。该方式主要应用于负载电流相位超前负载电压的场合，如负载为电容性负载。当负载为同步电动机时，通过控制励磁电流使其呈容性时也可实现负载换相。

4. 电容换相

通过设置附加的换相电路，由换相电路内的电容提供换相电压称为电容换相。这种换相方式也称为强迫换相或脉冲换相。

(二) 电压型和电流型逆变电路

逆变电路根据直流侧电源性质的不同可分为两类，直流侧是电压源的称电压型逆变电路，直流侧是电流源的称为电流型逆变电路。

1. 电压型逆变电路

电压型逆变电路主要有以下特点：

- ① 直流侧接有大电容，相当于电压源；
- ② 由于直流电压源的钳位作用，交流侧电压波形为矩形波，与负载阻抗角无关，而交流侧电流波形和相位因负载阻抗角的不同而异；
- ③ 当交流侧为电感性负载时需要提供无功功率，直流侧电容起缓冲无功能量的作用；
- ④ 逆变电路从直流侧向交流侧传送的功率是脉动的，因直流电压无脉动，故传送功率的脉动体现于直流电流的脉动；

⑤ 当用于交—直—交变频器中且负载为电动机时,如果电动机工作在再生制动状态,就需要向交流电源反馈能量,这就需要给交—直变换的整流桥反并联一套逆变桥。

(1) 单相全桥逆变电路

电压型全桥逆变电路的原理如图 6-22(a)所示。桥臂 1 和 4 为一对,同时导通、关断,桥臂 2 和 3 同时通断。两对交替各导通 180° 。输出电压、电流波形如图 6-22(b)所示。输出电压的基波有效值为

$$U_{o1} = \frac{2\sqrt{2}U_d}{\pi} = 0.9U_d \quad (6-28)$$

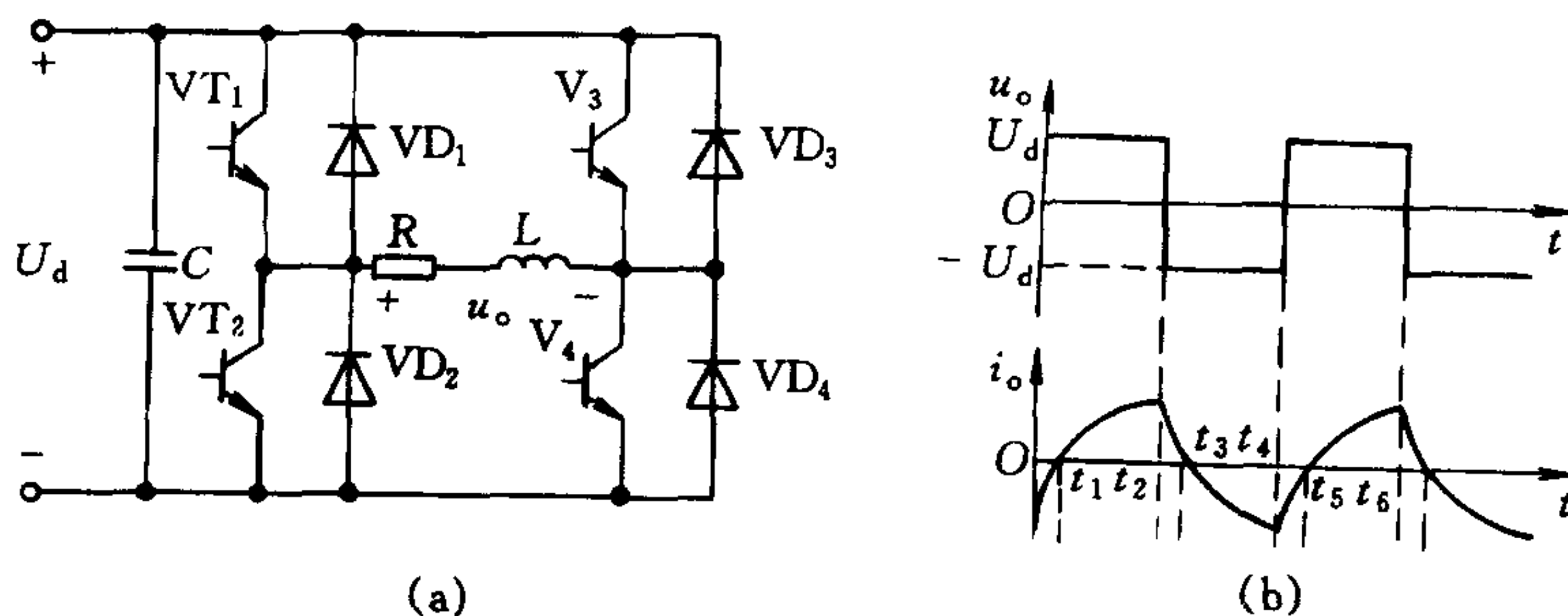


图 6-22 电压型全桥逆变电路及工作波形

(2) 三相桥式逆变电路

三相桥式逆变电路如图 6-23(a)所示。三相桥式逆变电路的基本工作方式是 180° 导电方式,即每个桥臂导通 180° ,同一相上下两个臂交替导电。各相开始导通的时间依次相差 120° 。三相桥式逆变电路的工作波形如图 6-23(b)所示。输出线电压有效值 U_{UV} 及其基波有效值 U_{UV1} 为

$$U_{UV1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_d = 0.78U_d \quad (6-29)$$

$$U_{UV} = \sqrt{\frac{2}{3}} U_d = 0.816U_d \quad (6-30)$$

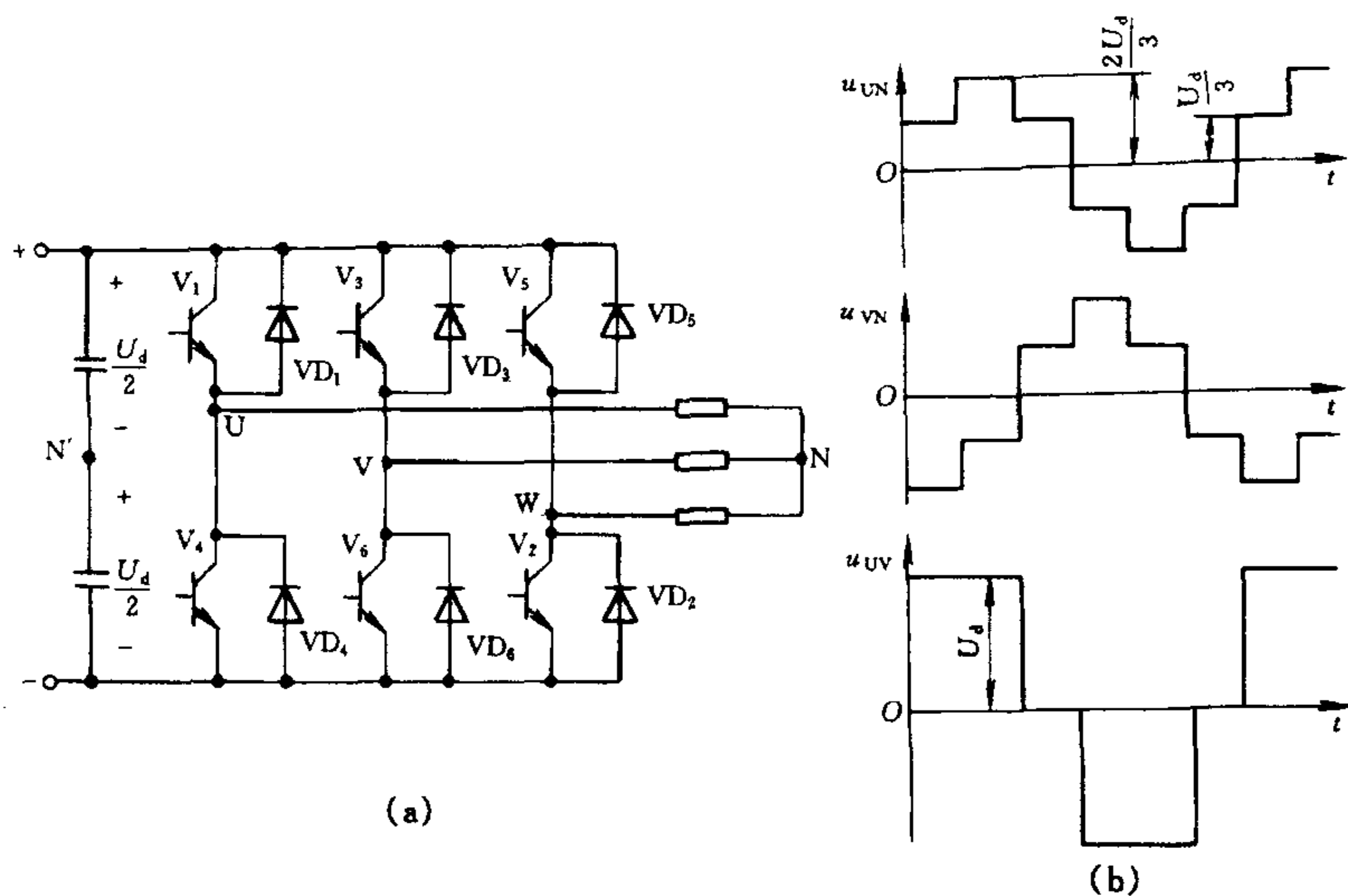


图 6-23 电压型三相桥式逆变电路及工作波形

(三) 电流型逆变电路

图 6-24(a)为一种电流型三相桥式逆变电路的结构。电流型逆变电路主要有以下特点：

- ① 直流侧接有大电感，相当于电流源；
- ② 交流侧电流为矩形波，与负载性质无关；
- ③ 直流侧电感对负载无功能量起缓冲作用；
- ④ 逆变器从直流侧向交流侧传送的功率是脉动的，该脉动由直流电压的脉动来体现；
- ⑤ 当用于交—直—交变频器且负载为电动机时，若交—直变换为可控整流，可方便地实现再生制动。

电流型三相桥式逆变电路的基本工作方式是 120° 导通方式，每个臂导通 120° 。图 6-24(b)为逆变电路的输出波形。输出电流的基波有效值 I_{u1} 和直流电流 I_d 的关系为

$$I_{u1} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} I_d = 0.78 I_d \quad (6-31)$$

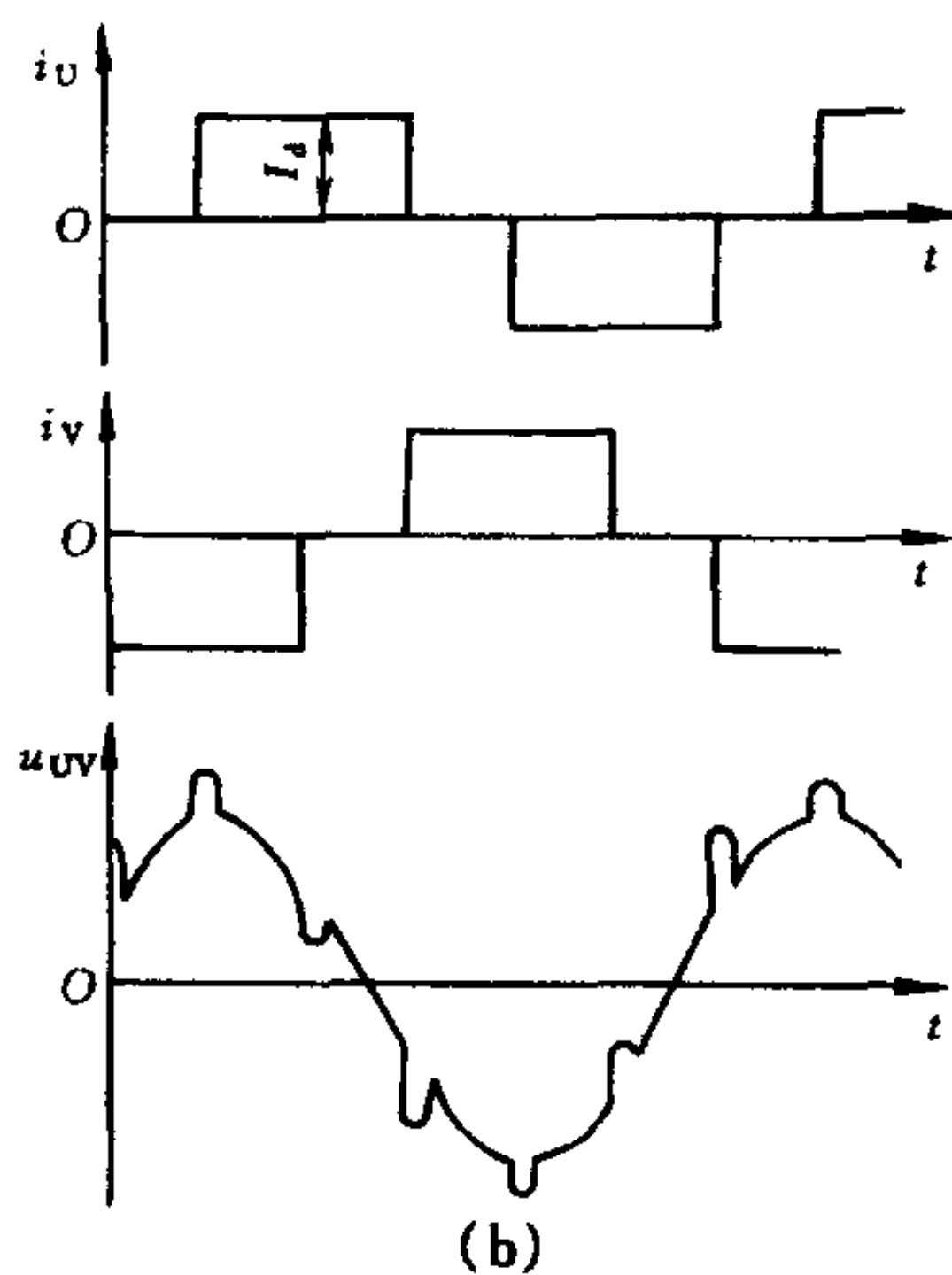
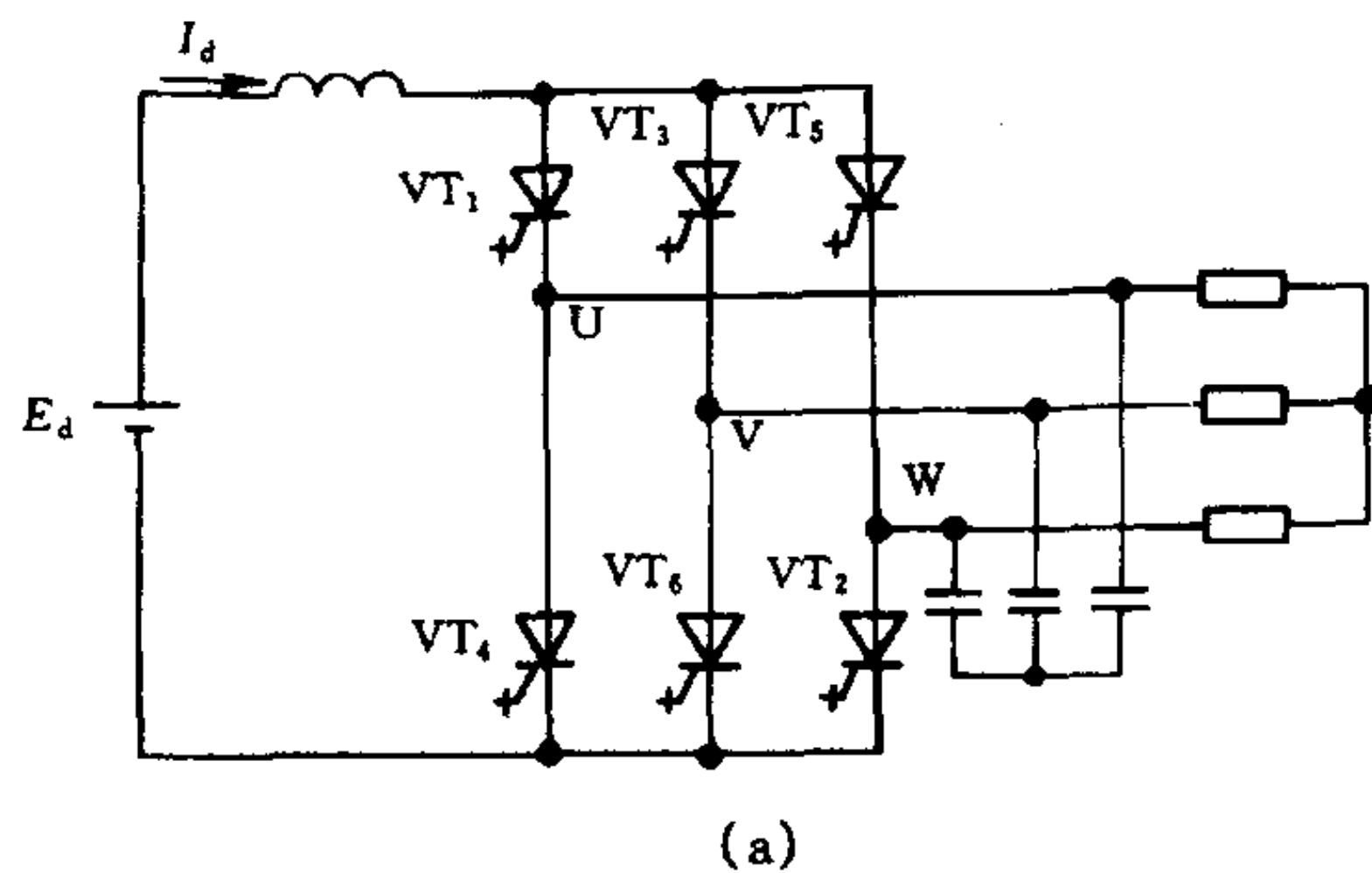


图 6-24 电流型三相桥式逆变电路及工作波形

(四) 负载换相式逆变电路

图 6-25(a)是并联谐振式逆变电路，图中 L 和 R 串联为中频电炉负载的等效电路，电容 C 为并联补偿电容器。图 6-25(b)是逆变电路的输出波形。负载电流 i_o 基波有效值 I_{o1} 及负载电压 u_o 有效值 U_o 分别为

$$I_{o1} = \frac{4I_d}{\sqrt{2}\pi} = 0.9I_d \quad (6-32)$$

$$U_o = \frac{\pi U_d}{2\sqrt{2}\cos\varphi} = 1.11 \frac{U_d}{\cos\varphi} \quad (6-33)$$

由于负载换相方式要求负载电流超前于电压，因此补偿电容应使负载过补偿，使负载电路工作在容性状态下。

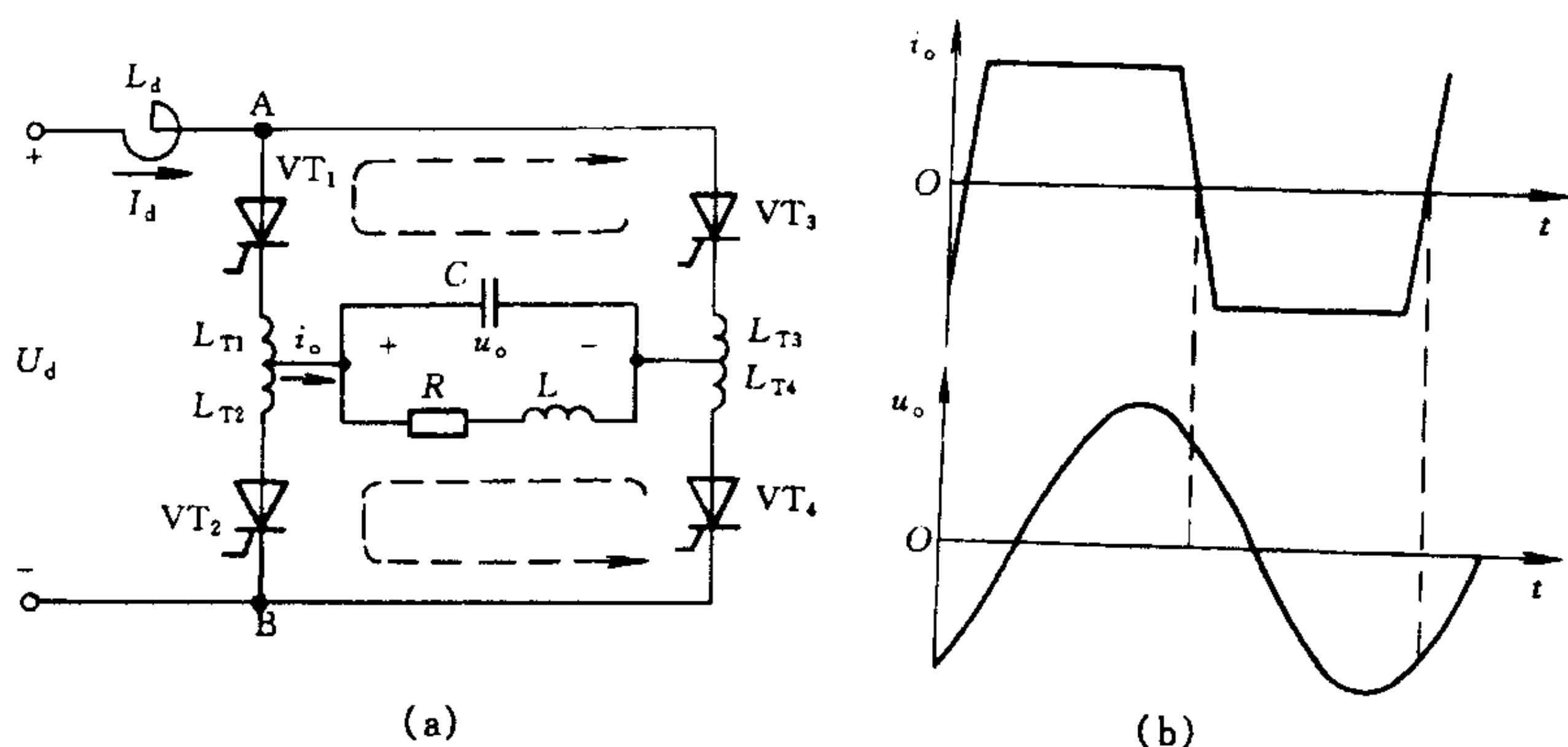


图 6-25 并联谐振式逆变电路及输出波形

(五) 逆变电路的多重化

逆变电路多重化是将多个逆变电路的输出波形组合起来，减少其中所含的谐波，使之更为接近正弦波。另外在大容量系统中，逆变电路的多重化可以降低每个逆变电路的容量。

图 6-26(a)为单相电压型二重化的原理图，图 6-26(b)是电路的输出波形。将两逆变电路输出电压展开成傅氏级数可得：

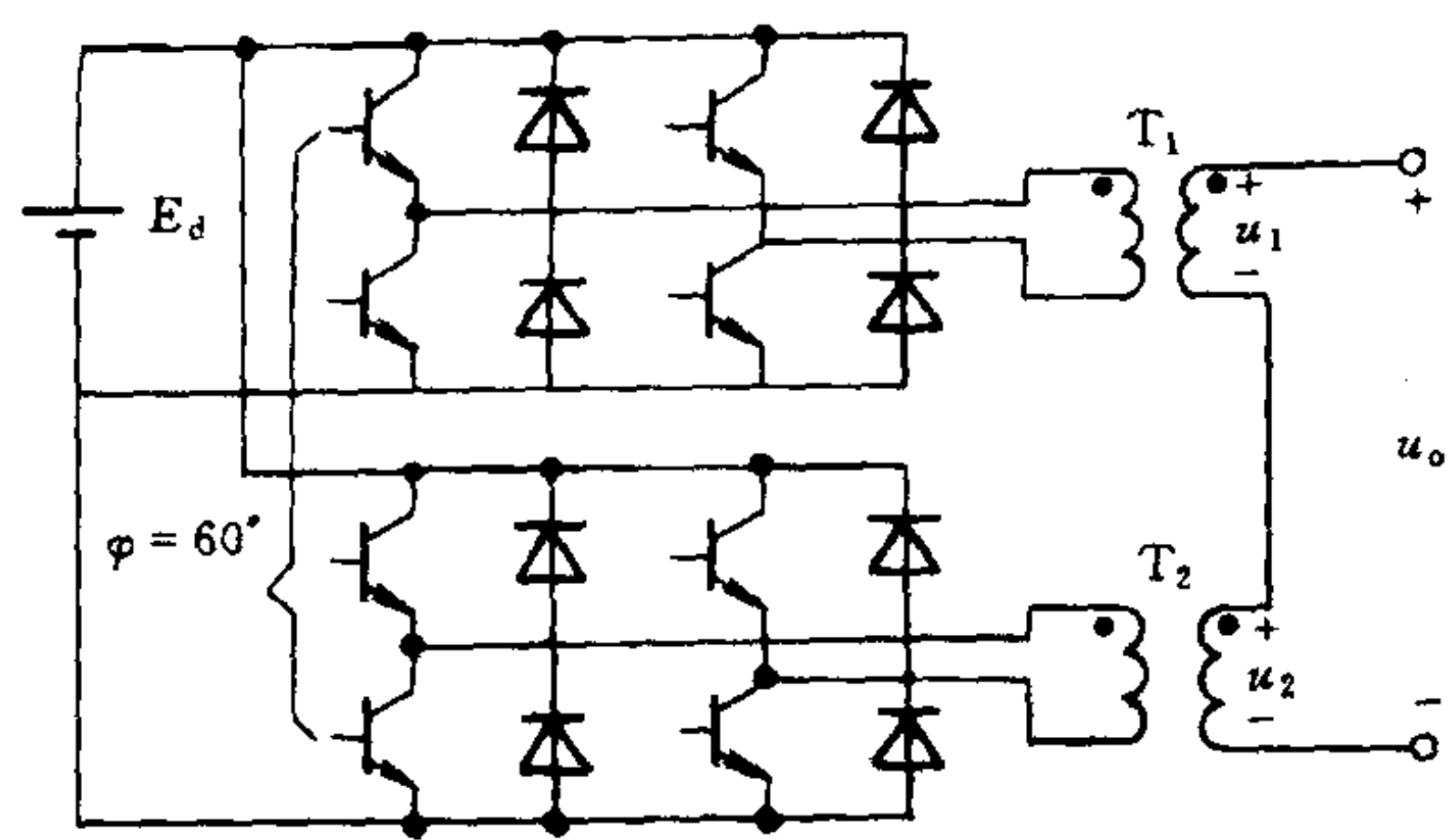
$$u_1 = \frac{4E_d}{\pi} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \left[n \left(\omega t + \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (6-34)$$

$$u_2 = \frac{4E_d}{\pi} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \left[n \left(\omega t - \frac{\varphi}{2} \right) \right] \quad (6-35)$$

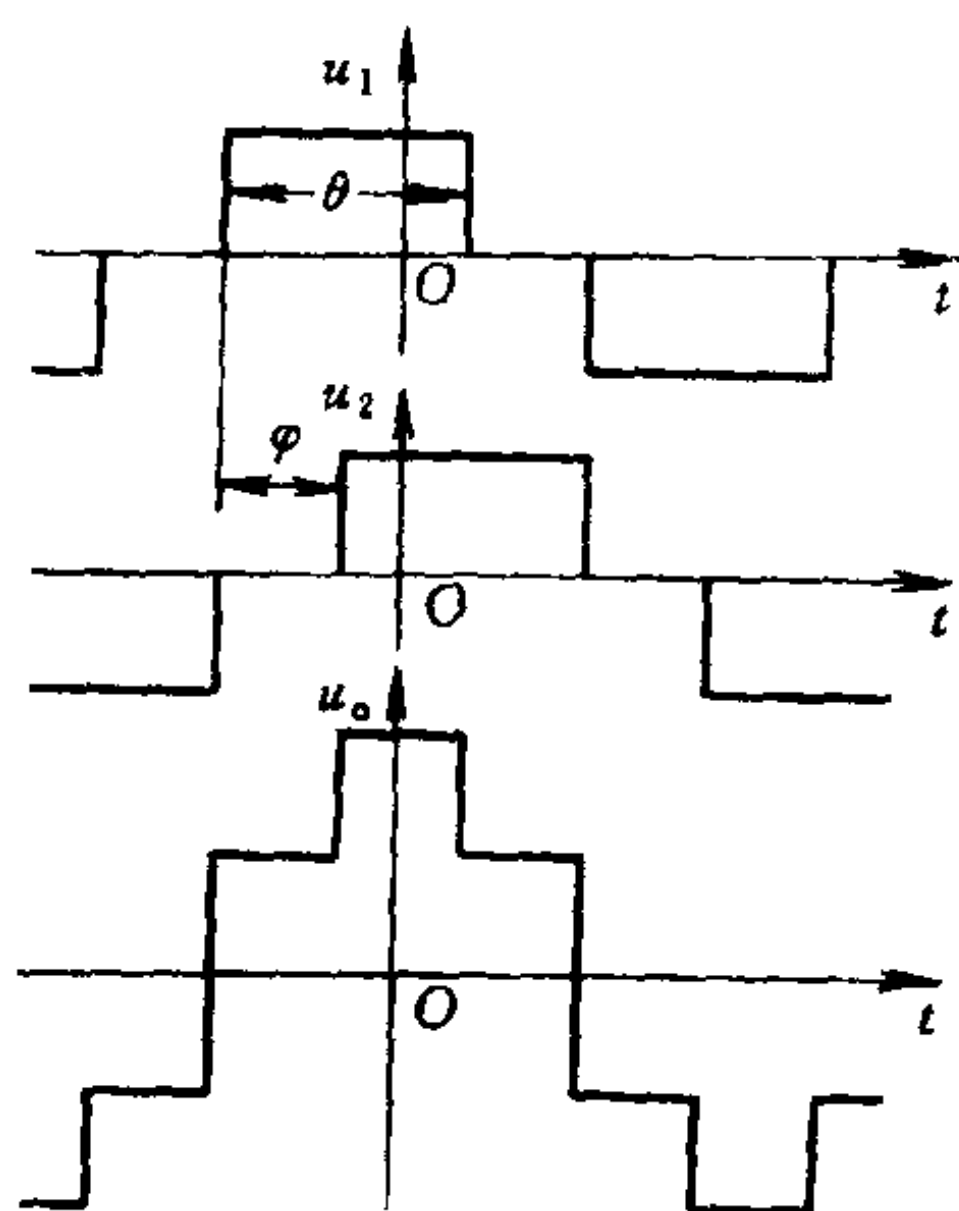
将上二式相加可得：

$$u_o = u_1 + u_2 = \frac{8E_d}{\pi} \sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{n\varphi}{2} \cos n\omega t \quad (6-36)$$

选择合适的 θ 和 φ 就可消除和降低输出电压中某些谐波成分。



(a)



(b)

图 6-26 单相电压型二重逆变电路及输出波形

二、重点和难点

- ① 了解器件换相、电网换相、负载换相及电容换相的原理、特点和使用场合；
- ② 电压型和电流型逆变电路的概念和特点；
- ③ 并联谐振式逆变电路的构成、工作原理、换相过程及其波形分析；
- ④ 单相全桥电压型逆变电路、三相桥式电压型逆变电路的工作原理、波形分析和基本计算；
- ⑤ 逆变电路多重化的概念、原理和实现方法。

三、例题分析

例 6-6 三相桥式电压型逆变电路， 180° 导电方式， $U_d = 100\text{V}$ 。试画出输出电压波形，并由波形求输出相电压的基波幅值 U_{u01m} 和有效值 U_{u0} ，输出线电压基波幅值 U_{uv1m} 和有效值 U_{uv} 。

解：三相桥式电压型逆变电路输出电压波形如图 6-23(b) 所示。

输出线电压基波幅值为

$$\begin{aligned} U_{uv1m} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{uv} \sin \omega t d\omega t \\ &= \frac{2}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} u_d \cdot \sin \omega t d\omega t \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} U_d = 110\text{V} \end{aligned}$$

输出线电压有效值为

$$\begin{aligned} U_{uv} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{uv}^2 d\omega t} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5}{6}\pi} u_d^2 d\omega t} \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} U_d = 81.6 \text{ V}$$

输出相电压基波幅值为

$$\begin{aligned} u_{u01m} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u_{u0} \sin \omega t d\omega t \\ &= \frac{2}{\pi} \left[2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{u_d}{3} \sin \omega t d\omega t + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi} \frac{2u_d}{3} \sin \omega t d\omega t \right] \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\frac{U_d}{3} + \frac{2U_d}{3} \right] \\ &= \frac{2}{\pi} U_d = 63.7 \text{ V} \end{aligned}$$

输出相电压有效值为

$$\begin{aligned} u_{u0} &= \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_{u0}^2 d\omega t} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{u_d}{3} \right)^2 d\omega t + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2}{3}\pi} \left(\frac{2u_d}{3} \right)^2 d\omega t \right]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[\frac{2\pi}{3} \cdot \frac{U_d^2}{9} + \frac{\pi}{3} \cdot \frac{4U_d^2}{9} \right]} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} U_d = 47.1 \text{ V} \end{aligned}$$

第六节 脉宽调制技术

一、基本内容和知识点

PWM 控制在电力电子技术的发展过程中占有十分重要的地位。就主电路结构而言, PWM 逆变电路和上节中的方波输出逆变是相同的, 但二者的控制方式不同, 因而输入及输出特性有很大的差别。采用脉宽调制型逆变电路构成的交—直—交变频电路具有以下特点:

- ① 可以得到相当接近正弦波的输出电压;

- ② 整流电路采用二极管, 可获得接近 1 的功率因数;
- ③ 只用一级可控的功率环节, 电路结构简单;
- ④ 通过对输出脉冲宽度的控制就可改变输出电压, 大大加快了变频器的动态响应。

(一) PWM 控制的基本原理

将图 6-27(a)所示的正弦半波分成 N 等份, 就可把正弦半波看成由 N 个等宽度的脉冲所组成的波形。如果把把这个脉冲序列用同样数量的等幅而不同宽的矩形脉冲序列替代, 使矩形脉冲的中点和相应正弦部分面积相等, 就得到图 6-27(b)所示的脉冲序列, 这就是 PWM 波形。当 PWM 脉冲宽度是按正弦规律变化时, 也称为 SPWM 波形。

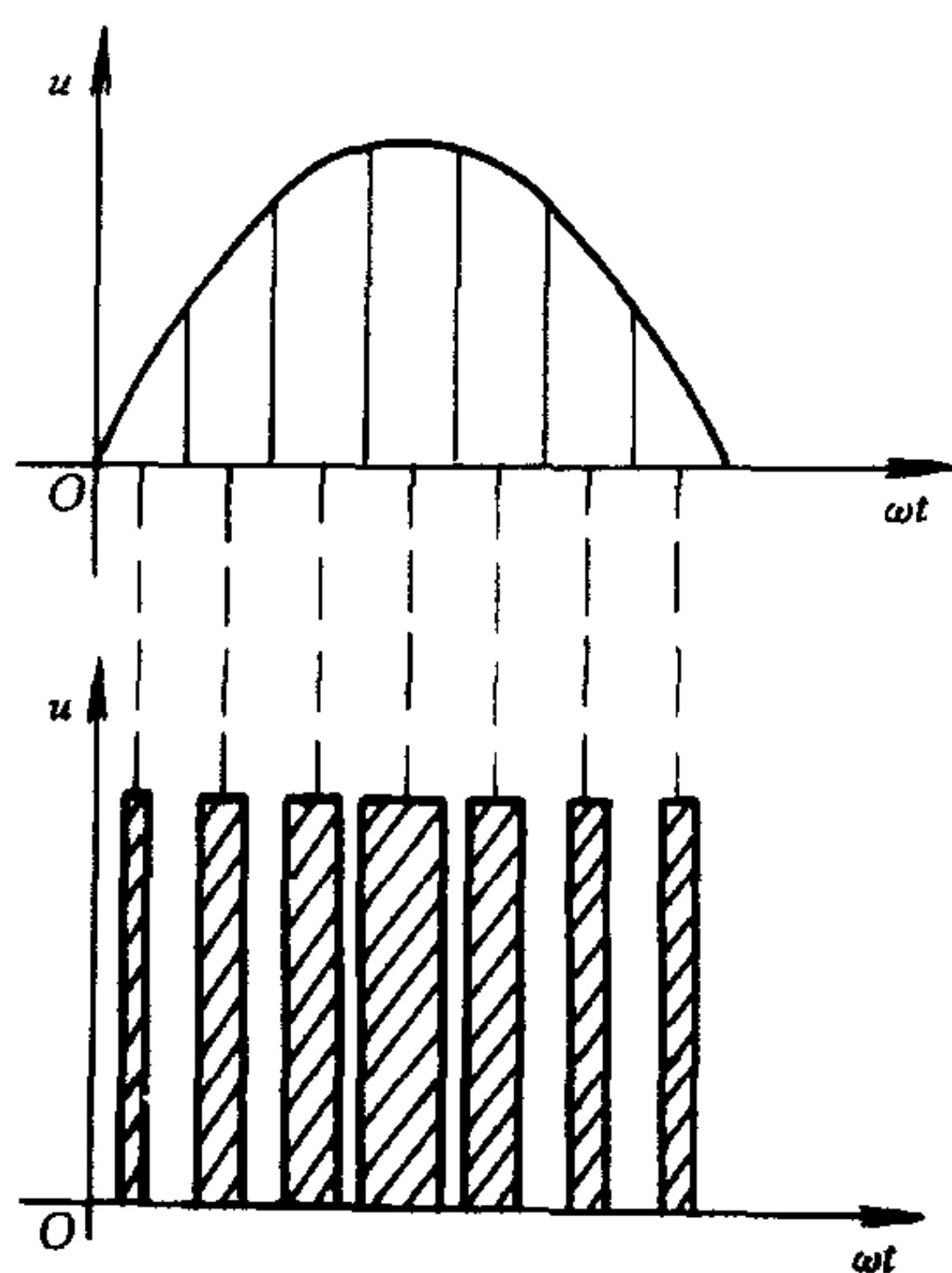


图 6-27 PWM 控制的基本原理示意图

获得 PWM 波形较为实用的方法是采用调制的方法, 即把所希望的波形作为调制信号 u_r , 把接受调制的信号作为载波 u_c 。通过对载波的调制得到所期望的 PWM 波形。

图 6-28 为单极性 PWM 控制方式原理图。单极性 PWM 控制方式是指在调制信号的半个周期内载波只在一个方向变化, 所得到的 PWM 信号也只在一个方向变化, 这样在一个周期内, 逆变器输出的 PWM 波形就由 $\pm U_d$ (U_d 为直流侧电压) 和 0 三种电平组成。

双极性 PWM 控制方式是指在 u_r 的半个周期内, 载波是在正负两个方向变化的, 所得到的 PWM 波形也是在两个方向变化。在

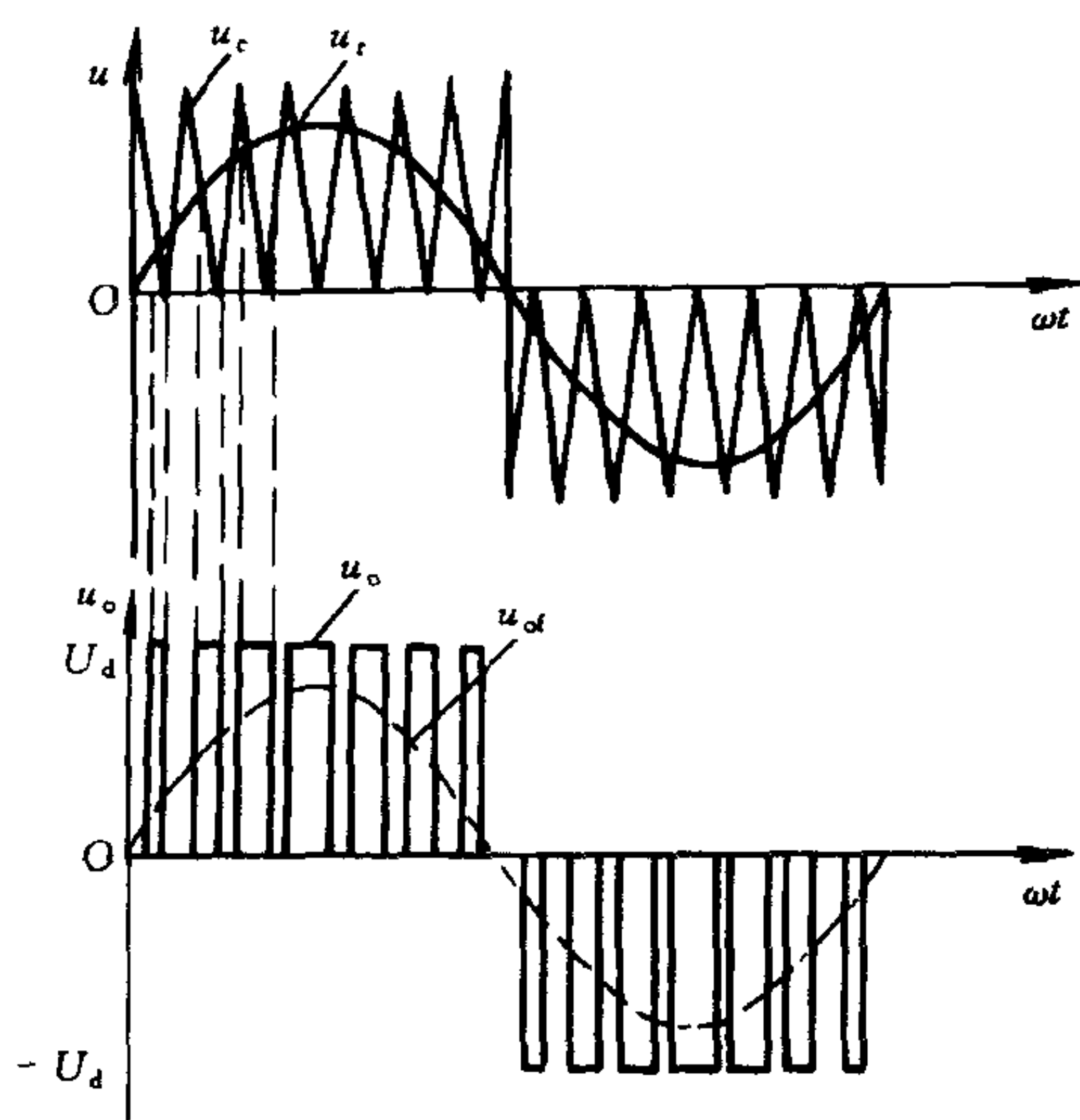


图 6-28 单极性 PWM 控制方式原理

u_r 的一个周期内，输出的 PWM 波形只有 $\pm U_d$ 两种电平。图 6-29 为双极性 PWM 控制原理。在三相桥式逆变电路中，通常都采用双极性控制方式。

(二) PWM 型逆变电路的控制方式

在 PWM 逆变电路中，载波频率 f_c 与调制信号频率 f_r 之比 $N = f_c / f_r$ 称为载波比。根据载波和信号波是否同步及载波比的变化情况，PWM 逆变电路有异步调制和同步调制两种控制方式。

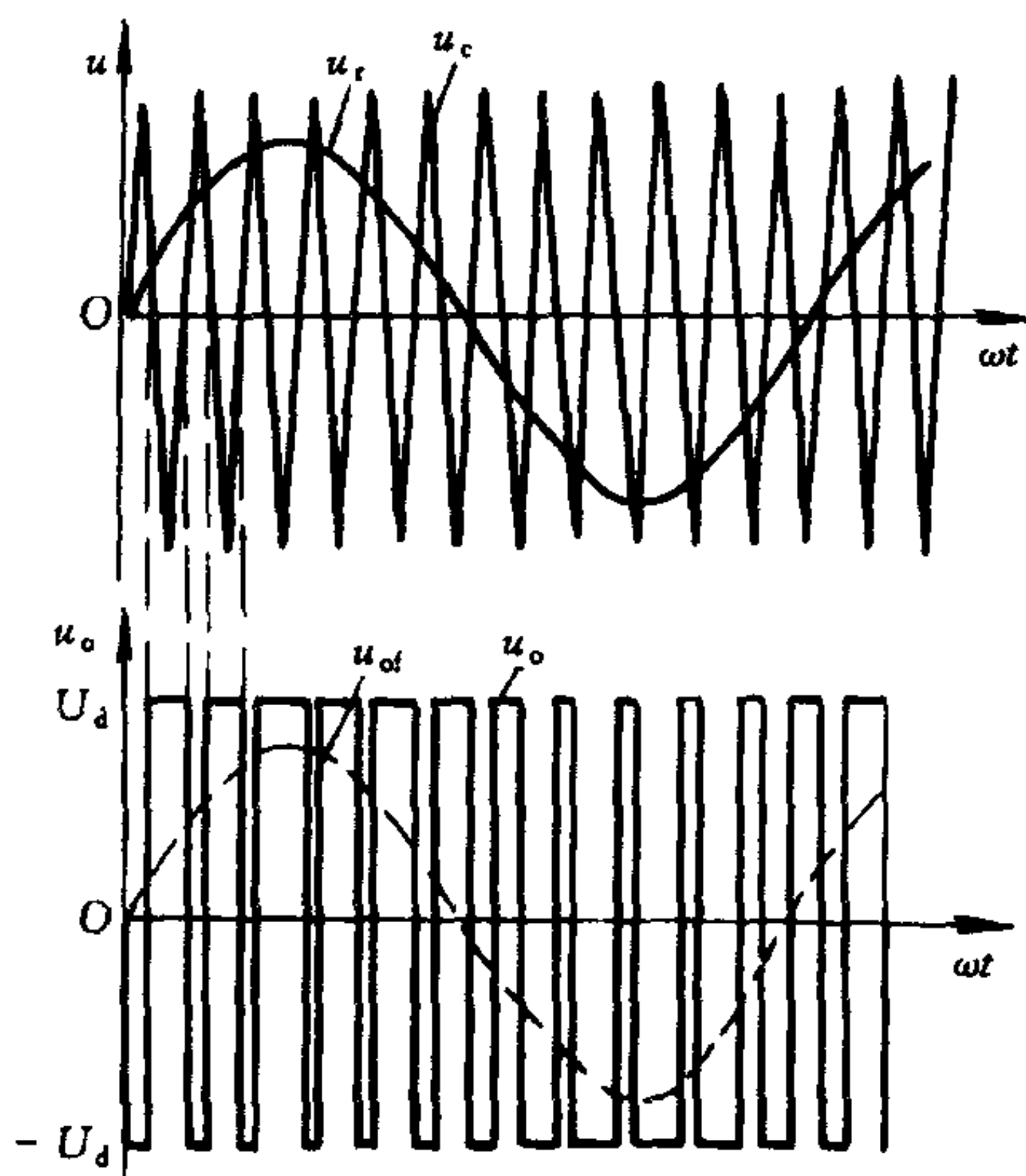


图 6-29 双极性 PWM 控制方式原理

1. 异步调制

载波信号和调制信号不保持同步关系的调制方式称为异步调制方式。这种方式中，调制信号频率变化时，载波频率不变，因而载波比 N 是变化的。异步调制实现较为简单，但在调制信号的正负半周内输出脉冲不对称。

2. 同步调制

载波比 N 等于常数，并在变频时使载波信号和调制信号保持同步的方式称为同步调制。同步调制的缺点是，在逆变电路输出频率很低时，由于载波比固定，由 PWM 调制而产生的 f_c 附近的谐波频率也相应降低，给负载造成不利影响。

为克服上述缺点，通常采用分段同步方式，将逆变电路的输出频率划分为若干频段，每个频段内保持载波比 N 为恒定，不同频段的载波比不同。

(三) SPWM 波形的生成方法

SPWM 波形可以采用硬件电路生成，也可用微机通过软件来实现。采用硬件电路生成时可用模拟电路构成的三角波载波和正弦调制波发生电路，用比较器来确定它们的交点，也可采用专门用来产生 SPWM 波形的大规模集成电路芯片来生成。目前 SPWM 波形的生成和控制多采用微机通过软件实现，其基本算法有：自然采样法、规则采样法和低次谐波消去法等。

1. 自然采样法

自然采样法是按照 SPWM 控制的基本原理，在正弦波和三角波的自然交点时刻控制功率器件的通断。要准确生成 SPWM 波形就需要准确地算出正弦波和三角波的交点，这要求解超越方程，因而难以在实时控制中在线计算，通常采用查表法实现。

2. 规则采样法

规则采样法有两种方案，一种是采用锯齿波作为载波，由于锯齿波的一条边是垂直的，因而使计算量明显减小。实际应用较多的还是采用三角波作为载波(rule sampling)的规则采样法。图 6-30 为采用三角

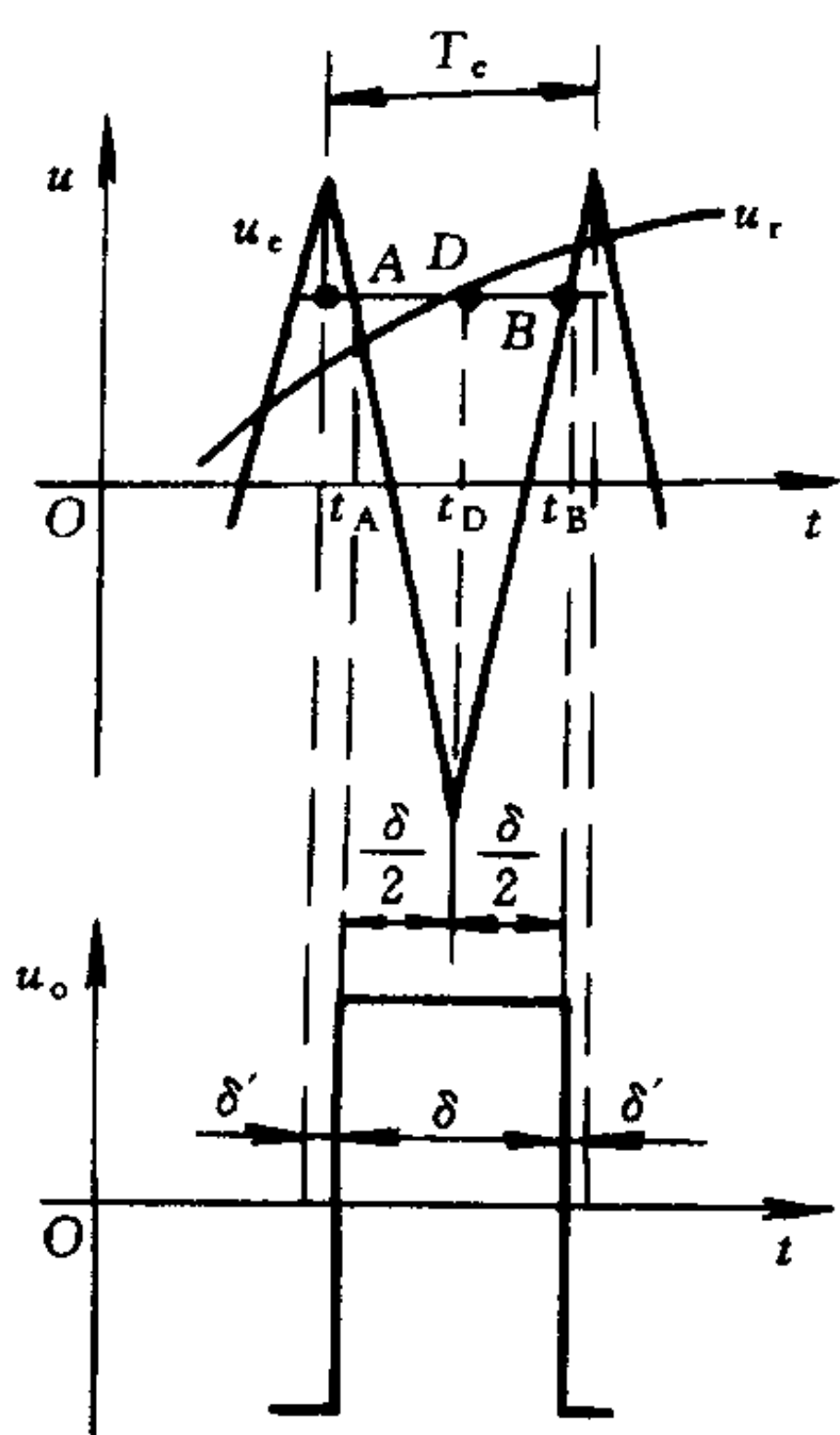


图 6-30 采用三角波载波的规则采样法

波载波的规则采样法原理。在三角波的负峰时刻 t_D 对正弦调制波采样而得到 D 点，过 D 点作一水平直线和三角波交于 A 点和 B 点，在 A 点和 B 点所对应时刻 t_A 和 t_B 控制功率器件的通断。规则采样法通常事先存入正弦函数表 and 不同载波频率的 $T_c/2$ ，运行时通过加法和乘法运算即可求出开关器件的通断时刻。

3. 低次谐波消去法

低次谐波消去法是以消去 PWM 波形中某些主要的低次谐波为目的，通过计算来确定各脉冲的开关时刻。如果在输出电压的半个周期内开关器件开通和关断各 k 次，则共有 k 个自由度可以控制，除用一个自由度来控制基波幅值外，

可以消除 $k-1$ 种谐波。低次谐波消去法计算复杂，只能离线计算，通过查表法实现。

(四) PWM 型变频器主电路

交—直—交变频器由整流器、直流滤波环节和逆变器构成。在电路形式上，PWM 逆变电路和第五节中的无源逆变电路是相同的，差别仅在于控制方式。PWM 逆变器所需的直流电源绝大多数要从市电电源整流得到。整流器一般采用不可控的二极管整流电路。图 6-31 为电压型变频电路，图 6-32 为电流型变频电路。在 PWM 变频装置中，电压型变频器应用最为广泛。电流型变频电路的特点是可以方便地在电机为制动状态时将能量返回电网。电压型变频器在电机回馈制动时，电机能量反馈至直流侧，造成直流电压升高，这种过电压称为泵升电压，为限制泵升电压，可将电机反馈能量用电阻消耗掉或增加一套有源逆变电路将能量反馈电网。

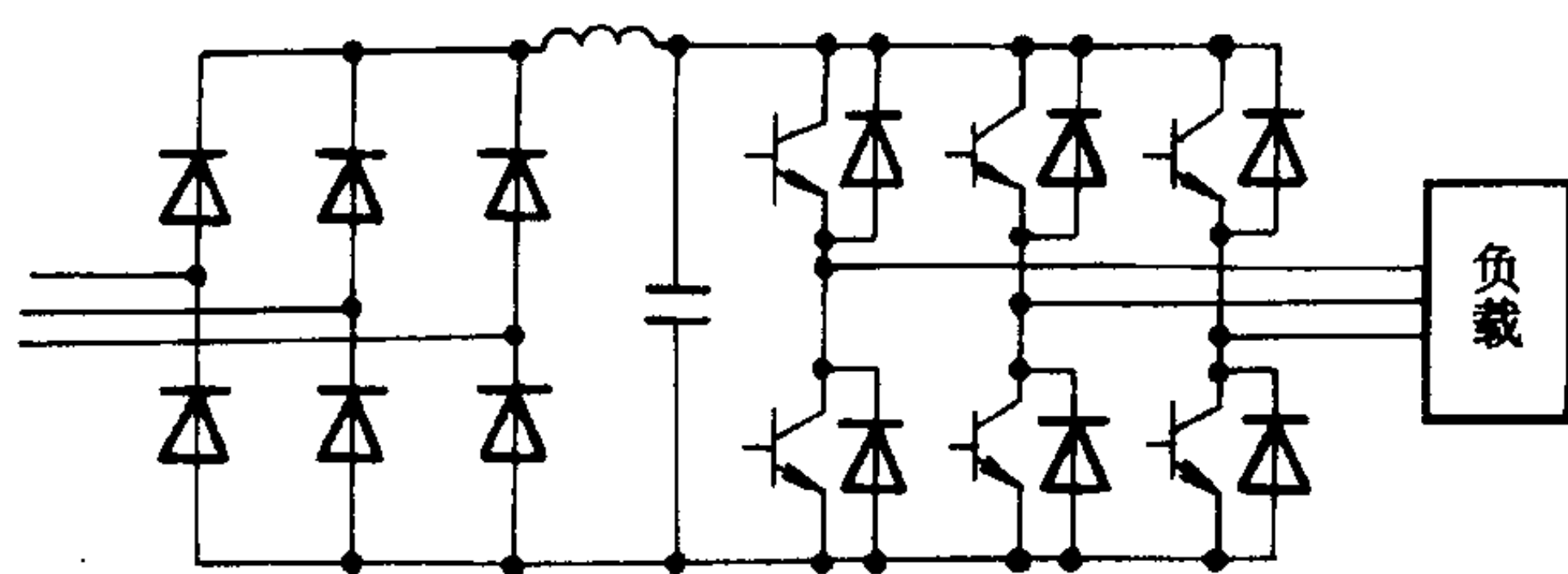


图 6-31 交—直—交电压型变频电路

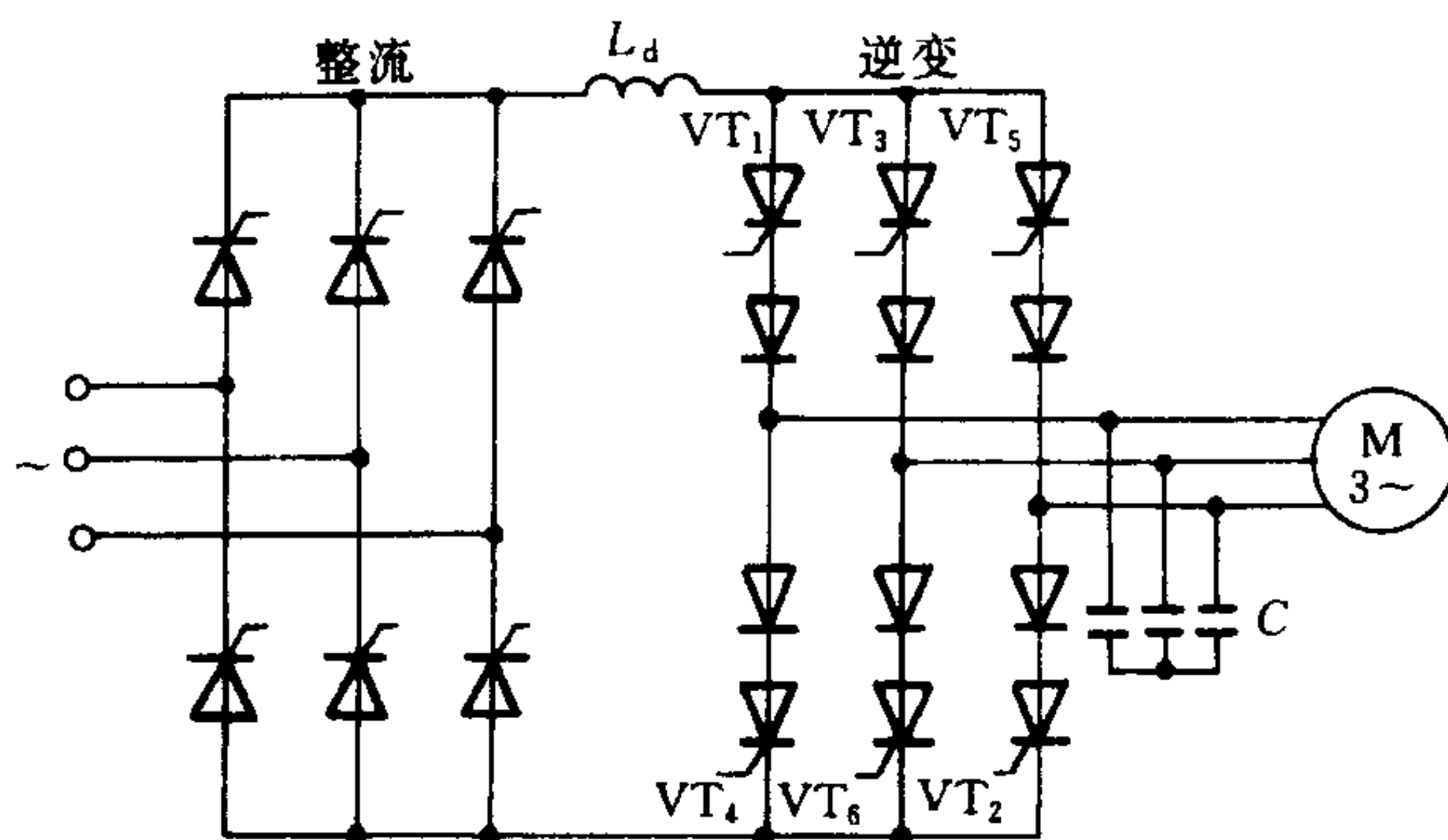


图 6-32 交—直—交电流型变频电路

图 6-33 和图 6-34 为整流、逆变均为 PWM 控制的电压型和电流型变频电路,通过对整流电路进行 PWM 控制,可使系统输入电流为正弦、功率因数为 1 且在电机处于回馈制动时,将能量返回电网。

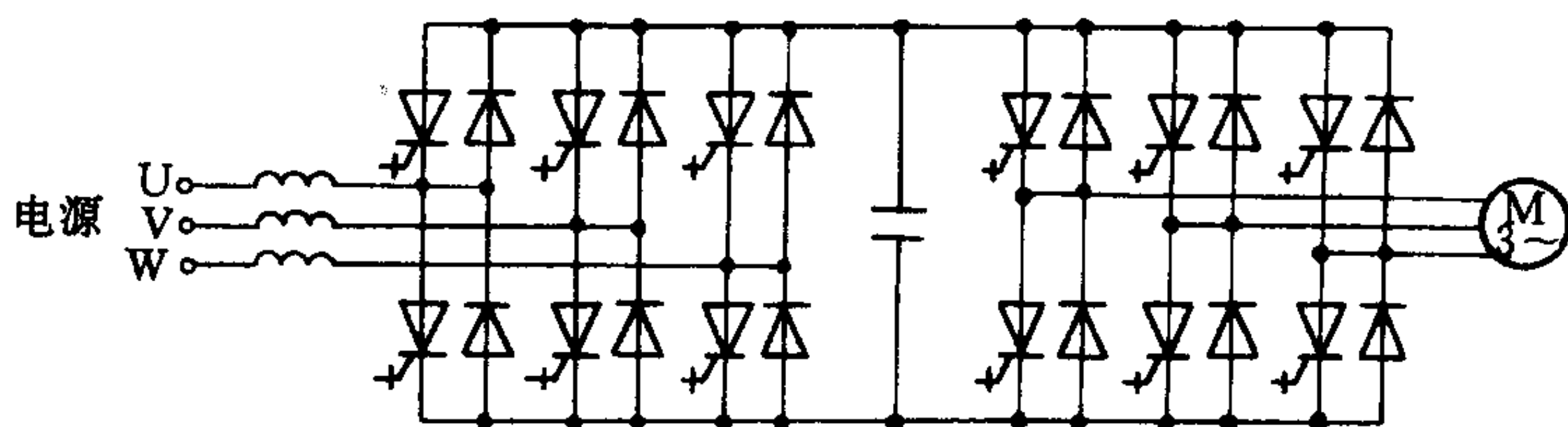


图 6-33 整流、逆变均为 PWM 控制的电压型变频电路

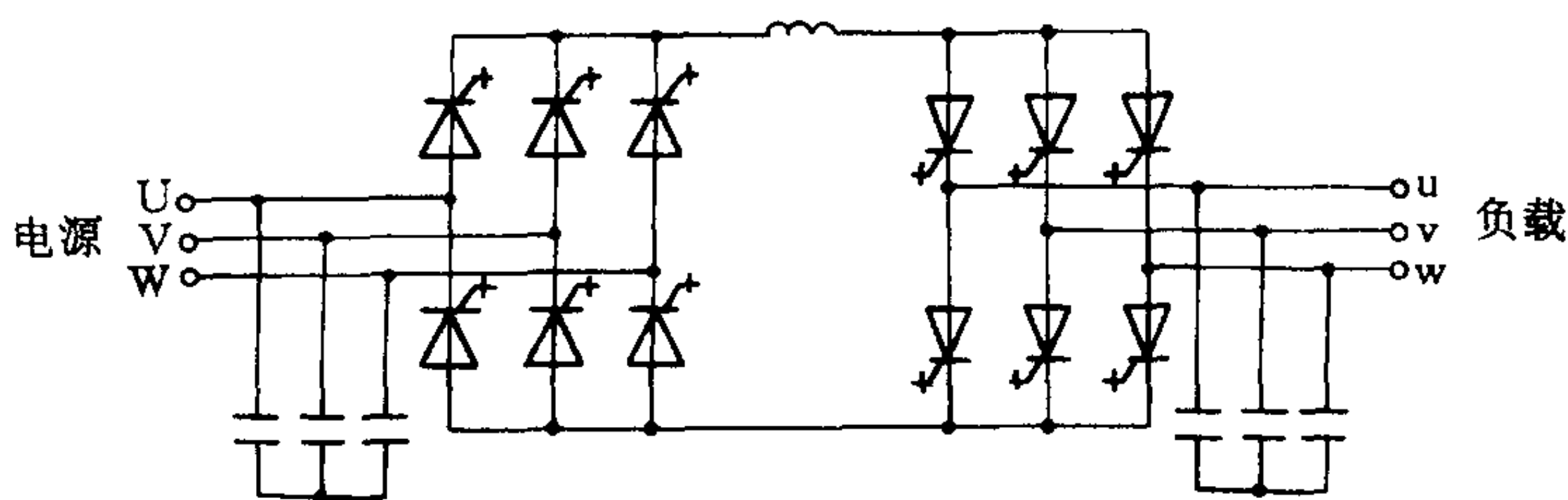


图 6-34 整流、逆变均为 PWM 控制的电流型变频电路

(五) PWM 型逆变电路控制方法的改进

逆变电路除输出 PWM 波形中的谐波含量外，提高逆变电路的直流电压利用率、减少开关次数等也是衡量 PWM 控制方式的重要方面。对于正弦波调制的三相 PWM 逆变电路来说，逆变器输出线电压基波最大幅值为 $(\sqrt{3}/2)U_d$ ，直流电压利用率仅为 0.866。采用梯形波和三角波相比较的方法，即采用梯形波作为调制信号可以有效地提高直流电压利用率。采用线电压控制方法也可以使直流电压利用率提高 15%，并降低开关器件的开关次数，减少开关损耗。

二、重点和难点

- ① PWM 控制的基本原理及用三角波作为载波产生 PWM 波形的方法；
- ② 异步调制和同步调制的控制方法及各自的优缺点；
- ③ 自然采样、规则采样及低次谐波消去法等各种 SPWM 波形的生成方法；
- ④ PWM 逆变电路及变频电路的各种主电路形式；
- ⑤ 了解提高 PWM 逆变电路性能的各种方法。

三、例题分析

例 6-7 电压型交—直—交变频器需要实现再生制动时，主

电路应采取什么措施？

解 电压型交—直—交变频器在再生制动时，电机能量通过逆变电路回馈到直流侧，如不采取措施，将会使直流滤波电容电压上升，危及系统安全并使制动过程无法继续进行。这种情况下可采取两种措施，一是在直流侧设置由电力电子开关和能耗电阻组成的泵升电压限制电路，当泵升电压超过一定数值时，使开关导通将再生能量消耗在电阻上。另一种方法是将再生能量回馈到电网，可以在直流侧增设一套有逆变电路，也可以将二极管整流桥换为由全控型器件构成的 PWM 整流电路，这样就可以实现能量的双向流动。

第七节 直流调速系统

一、基本内容和知识点

电力拖动自动控制系统有调速系统、位置随动系统、张力控制系统等多种类型，而各种系统往往都是通过控制电机转速来实现的。因此调速系统是最基本的拖动控制系统。

直流电动机具有良好的起、制动性能，宜于在大范围内平滑调速，因而在需要高性能可控电力拖动的领域中得到了广泛的应用。直流电动机有三种方法调节其转速：①调节电枢供电电压；②减弱励磁磁通 Φ ；③改变电枢回路电阻 R 。其中调节电枢供电电压方式性能最好，也是直流调速系统最为常用的方式。

(一) 单闭环调速系统

1. 直流调速系统用的可控直流电源

采用调节电枢供电电压调节电机转速时，需要有专门的可控直流电源。常用的可控直流电源有以下三种：

(1) 旋转变流机组

采用交流电动机拖动直流发电机组成机组给直流电动机供

电。通过调节直流发电机的励磁电流改变输出电压。该系统简称为 G-M 系统。G-M 系统可以实现正反向电动运行,也可实现回馈制动。G-M 系统的缺点是设备多、体积大、效率低、响应速度慢。

(2) 静止可控整流器

采用第二节中介绍的晶闸管可控整流电路,可获得可控直流电源。采用静止可控整流器供电的直流调速系统简称 V-M 系统,为直流调速系统的主要形式,具有响应速度快、效率高等特点。

晶闸管整流电路由于晶闸管的单向导电性使系统不能实现可逆运行。需要实现四象限运行时,通常采用两组全控整流电路反并联实现。晶闸管整流电路的另一个缺点是元件对过电压、过电流以及过高的 du/dt 和 di/dt 都十分敏感。另外,当系统处于深调速状态时,系统的功率因数较低,并产生较大的谐波电流影响电网。

(3) 直流斩波器和脉宽调制变换器

采用第三节中介绍的直流斩波器也是获得可控直流电源的一种方法。直流斩波电路可以采用脉冲宽度调制、脉冲频率调制或两点式控制方案。采用直流斩波电路供电的直流调速简称脉宽调速系统,它具有低速运行稳定、调速范围宽、快速响应性好的优点。

2. 调速系统性能指标

(1) 调速范围

生产机械要求电动机提供的最高转速与最低转速之比称为调速范围 D ,即

$$D = \frac{n_{\max}}{n_{\min}} \quad (6-37)$$

其中 n_{\max} 和 n_{\min} 一般都指电机额定负载时的转速。

(2) 静差率

当系统在某一转速下运行时,负载由理想空载增加到额定值所对应的转速降落 Δn_{nom} 与理想空载转速 n_0 之比,称为静差率 s ,

即

$$s = \frac{\Delta n_{\text{nom}}}{n_o} \quad (6-38)$$

调速范围、静差率和额定速降间的关系为

$$D = \frac{n_{\text{nom}} s}{(1-s) \Delta n_{\text{nom}}} \quad (6-39)$$

3. 采用转速负反馈的闭环调速系统的静特性

图 6-35 为采用转速负反馈的闭环调速系统结构。闭环调速系统的静特性表示闭环系统电机转速与负载电流(或转矩)的稳态关系。由系统各环节的稳态关系可得转速负反馈闭环调速系统的静特性方程为

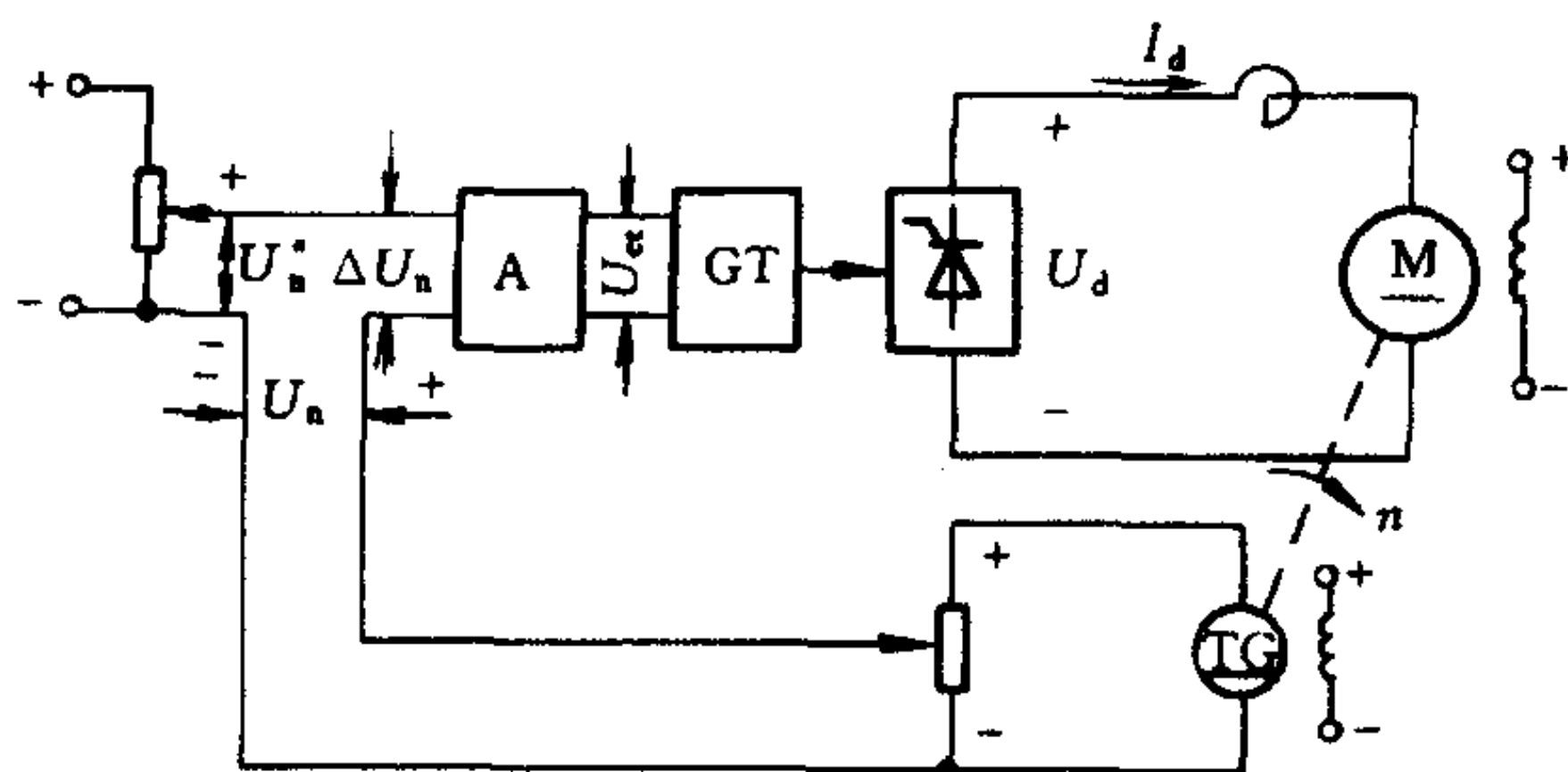


图 6-35 采用转速负反馈的闭环调速系统

$$n = \frac{K_p K_s U_n^*}{C_e (1+K)} - \frac{R I_d}{C_e (1+K)} \quad (6-40)$$

式中, K_p , K_s 分别为放大器及晶闸管整流触发装置的放大倍数, $K = K_p K_s \alpha / C_e$ (α 为转速反馈系数)。

根据图 6-35 中各环节的稳态关系式可以画出系统的稳态结构图如图 6-36 所示。

比较开环及闭环系统特性有如下关系:

$$\Delta n_{\text{cl}} = \frac{\Delta n_{\text{op}}}{1+K} \quad (6-41)$$

$$D_{\text{cl}} = (1+K) D_{\text{op}} \quad (6-42)$$

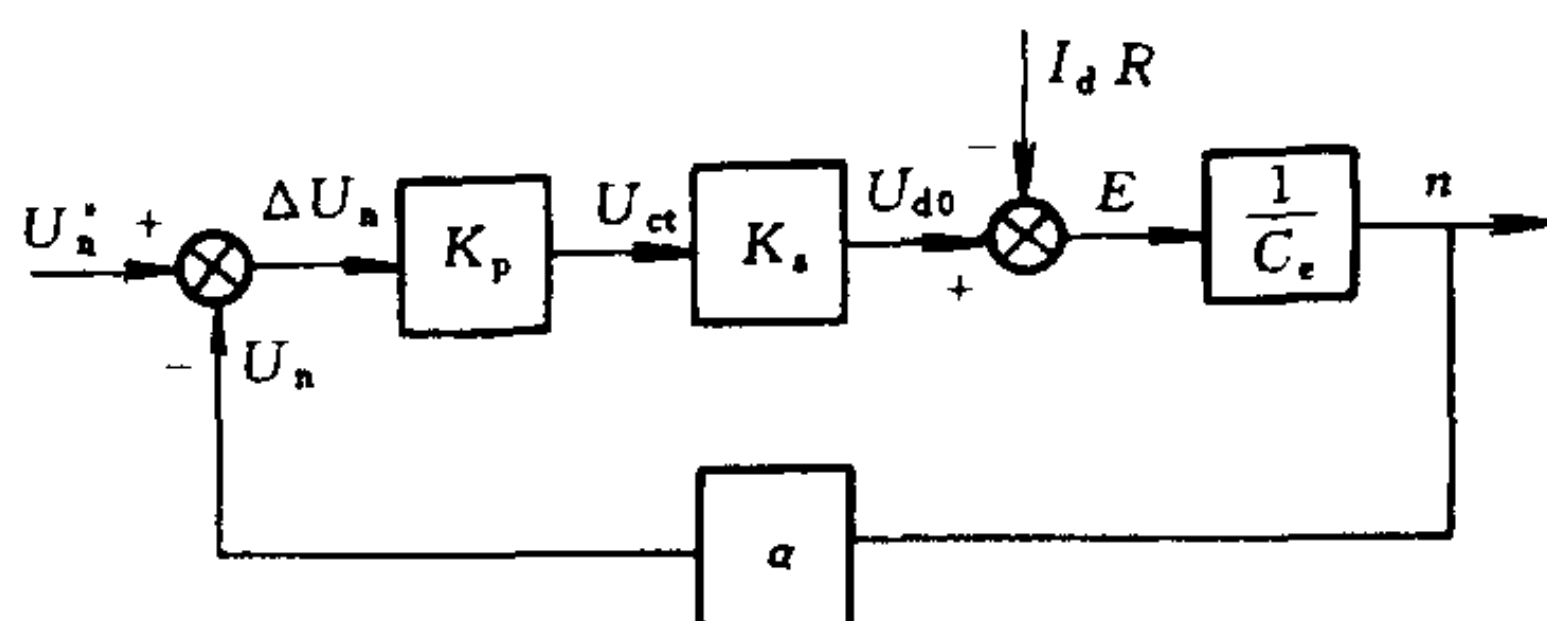


图 6-36 转速负反馈系统稳态结构图

式中下标 cl 表示闭环系统， op 表示开环系统。

4. 限流保护

在单闭环调速系统中，为在起动和堵转时限制电机电流、保护电机，经常采用电流截止负反馈限制电机的最大电流。电流截止负反馈环节仅在电机电流大于临界电流时才开始起作用。图 6-37(a) 为带电流截止负反馈的闭环调速系统稳态结构图，图 6-37(b) 为其静特性。

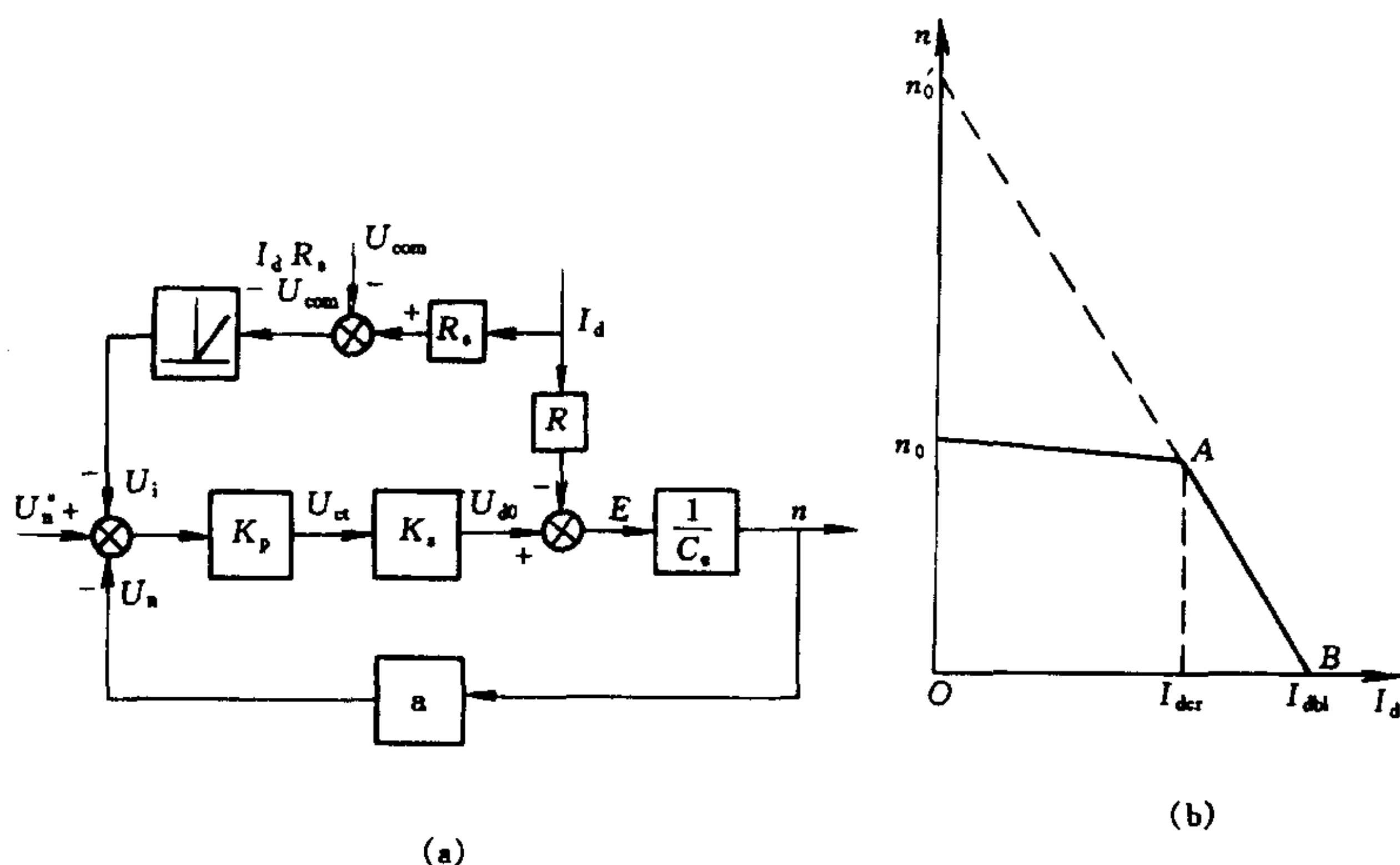


图 6-37 带电流截止负反馈的闭环调速系统
稳态结构图及静特性

5. 电压反馈电流补偿控制的调速系统

为简化系统的安装和维护,在对静、动态性能要求不高的系统中常采用电压负反馈及电流正反馈取代转速反馈。图 6-38 为电压负反馈调速系统稳态结构图,其静特性方程如式(6-43)所示。

$$n = \frac{K_p K_s U_n^*}{C_e (1+K)} - \frac{R_{rec} I_d}{C_e (1+K)} - \frac{R_a I_d}{C_e} \quad (6-43)$$

式中 $K = \gamma K_p K_s$, γ 为电压反馈系数, R_{rec} 为整流装置内阻, R_a 为电机电枢电阻。

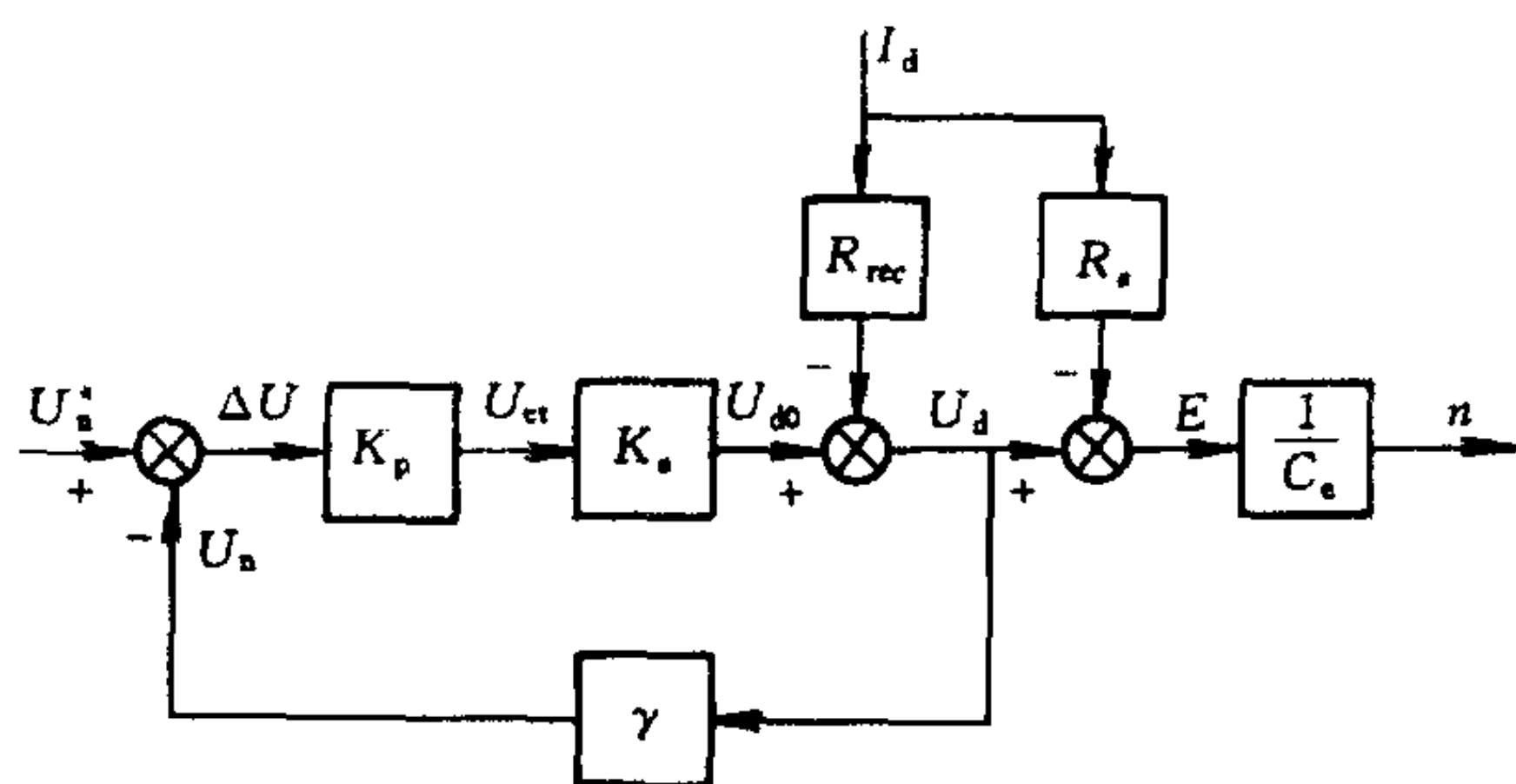


图 6-38 电压负反馈调速系统稳态结构图

由式(6-43)可以看出,电压负反馈对由整流装置内阻引起的静态速降有克服能力,但对电枢电阻引起的速降无法克服。因此该系统的稳态性能低于转速负反馈系统。

图 6-39 为附加电流正反馈的电压负反馈调速系统静态结构图,其静特性方程如式(6-44)所示。

$$n = \frac{K_p K_s U_n^*}{C_e (1+K)} - \frac{(R_{rec} + R_s) I_d}{C_e (1+K)} + \frac{K_p K_s \beta I_d}{C_e (1+K)} - \frac{R_a I_d}{C_e} \quad (6-44)$$

式中 $K = \gamma K_p K_s$, β 为电流反馈系数。

由于电流正反馈可以补偿负载增加时的静态速降,因而可以提高系统稳态性能。由式(6-44)可以看出,当 $\beta = \frac{R + K R_a}{K_p \cdot K_s}$ 时,静特性方程为

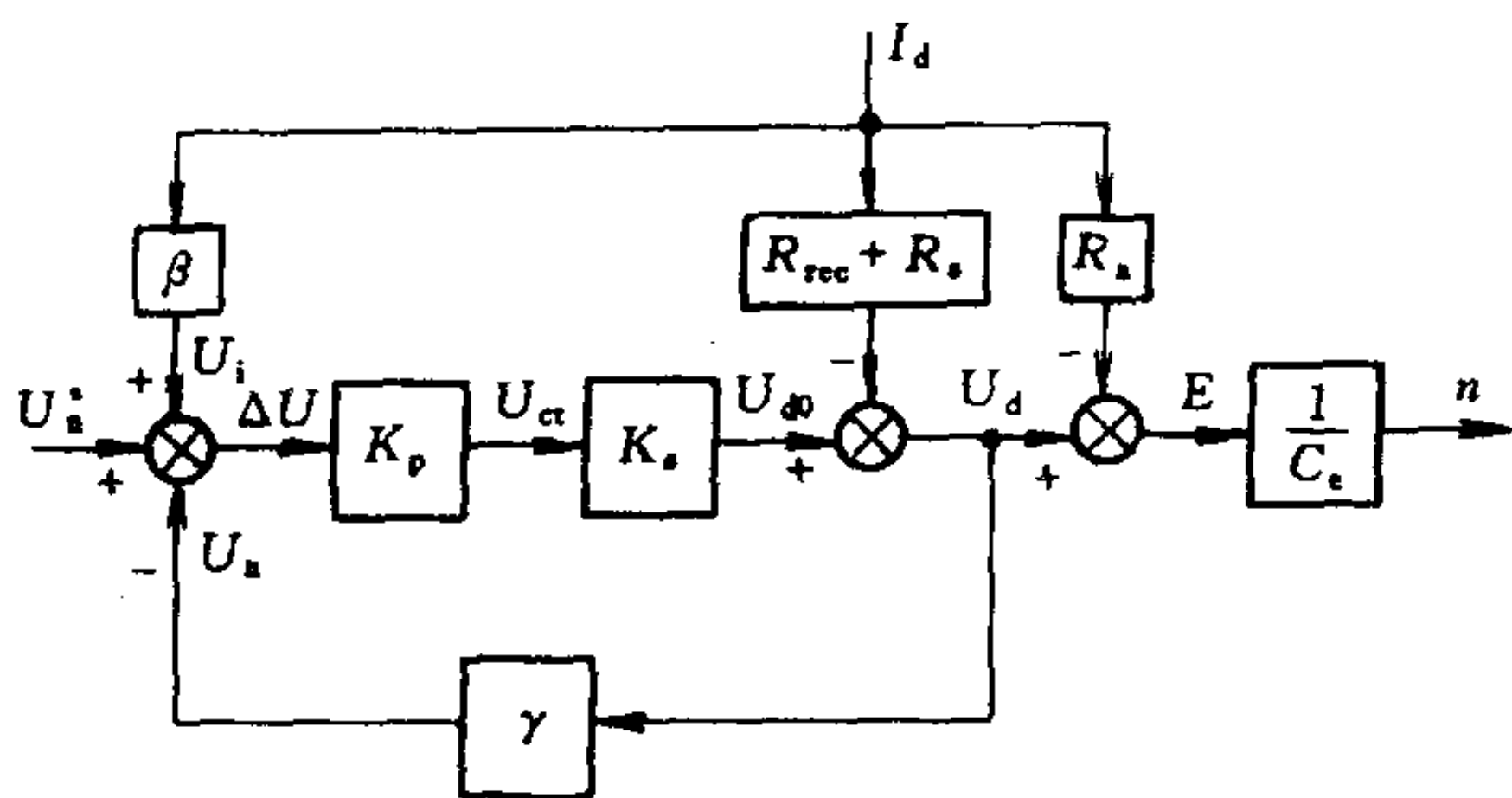


图 6-39 带电流正反馈的电压负反馈
调速系统静态结构图

$$n = \frac{K_p K_s U_n^*}{C_e (1 + K)} \quad (6-45)$$

此时电机转速与负载无关，称为全补偿。

电流正反馈属于补偿控制，它需要靠参数的配合才能获得较好的效果，因而很少单独使用。当系统处于全补偿状态时，系统也处于临界稳定状态。

(二) 双闭环调速系统

1. 双闭环调速系统的构成

图 6-40 为双闭环调速系统结构，系统采用转速、电流双闭环

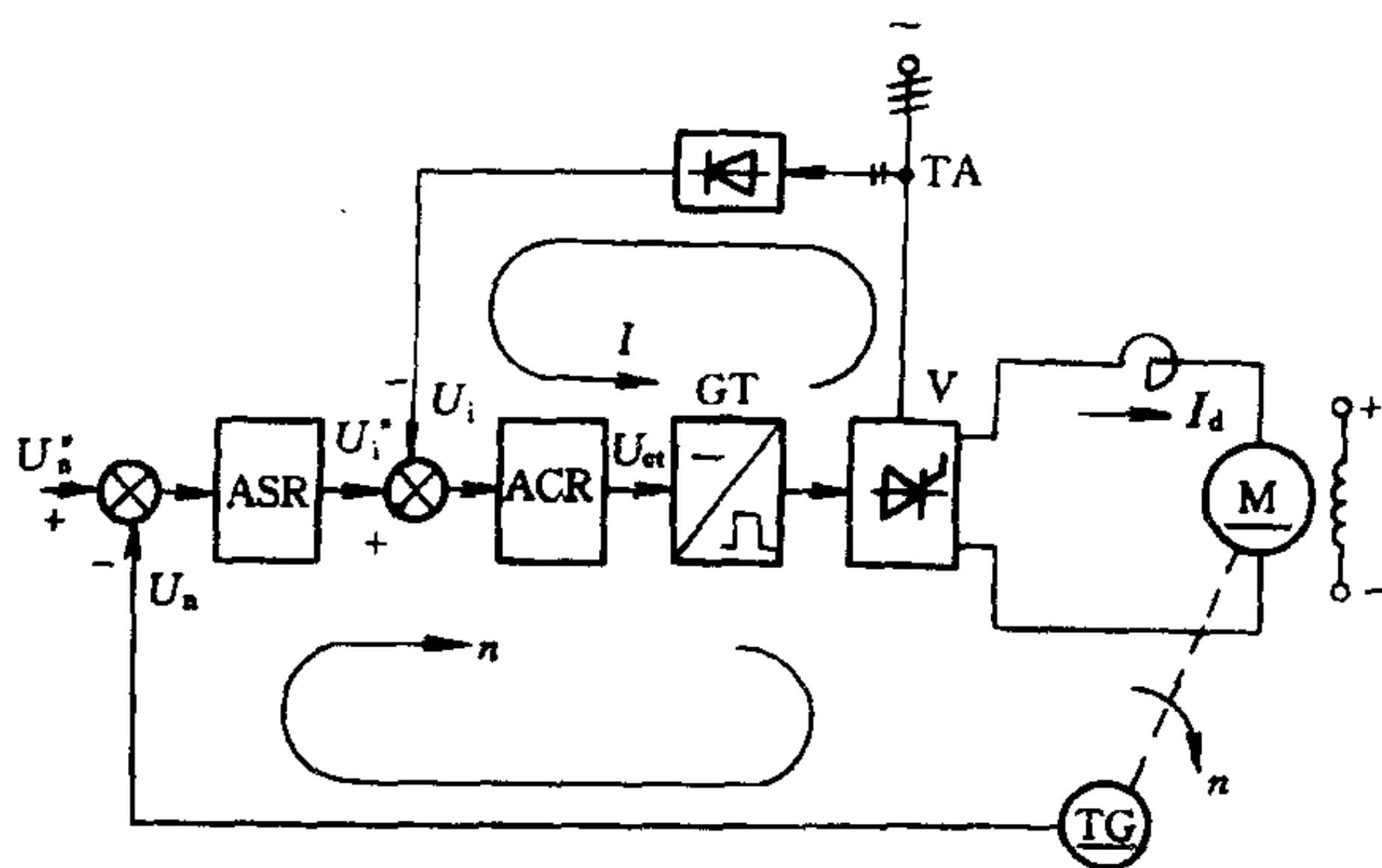


图 6-40 转速电流双闭环调速系统

结构。转速环、电流环分别设置了速度调节器 ASR 和电流调节器 ACR, 它们均采用 PI 调节器。图 6-41 为双闭环调速系统稳态结构图。由于采用 PI 调节器, 在正常运行时, 系统各变量有如下关系:

$$U_n^* = U_n = \alpha n \quad (6-46)$$

$$U_i^* = U_i = \beta I_d \quad (6-47)$$

$$U_{ct} = \frac{U_{do}}{K_s} = \frac{C_e n + I_d R}{K_s} \quad (6-48)$$

由此可得转速、电流反馈系数的计算方法如下:

$$\alpha = \frac{U_{nm}^*}{n_{\max}} \quad (6-49)$$

$$\beta = \frac{U_{im}^*}{I_{dm}} \quad (6-50)$$

式中 U_{nm}^* 、 U_{im}^* 为速度给定及电流给定的最大值。

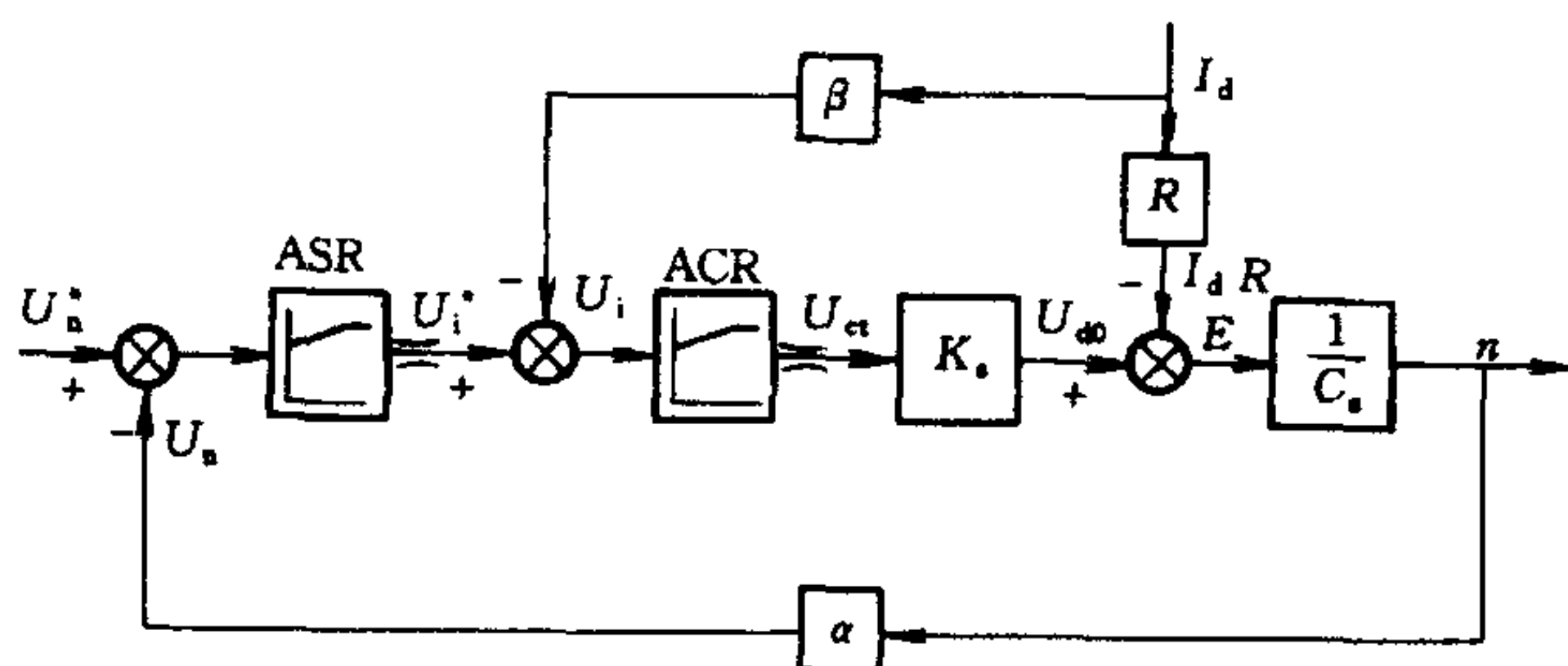


图 6-41 双闭环调速系统稳态结构图

2. 双闭环系统的动态性能

(1) 起动性能

双闭环系统在突加给定时的起动过程分为三个阶段, 如图 6-42 所示。

第 I 阶段为电流上升阶段, ASR 迅速达到饱和, 电机电流升至最大电流。第 II 阶段为恒流升速阶段, ASR 保持饱和状态, 电机在最大电流下升速。第 III 阶段为转速调节阶段, 当转速达到给定值时开始进入转速调节阶段, 此时转速开始出现超调, ASR 退

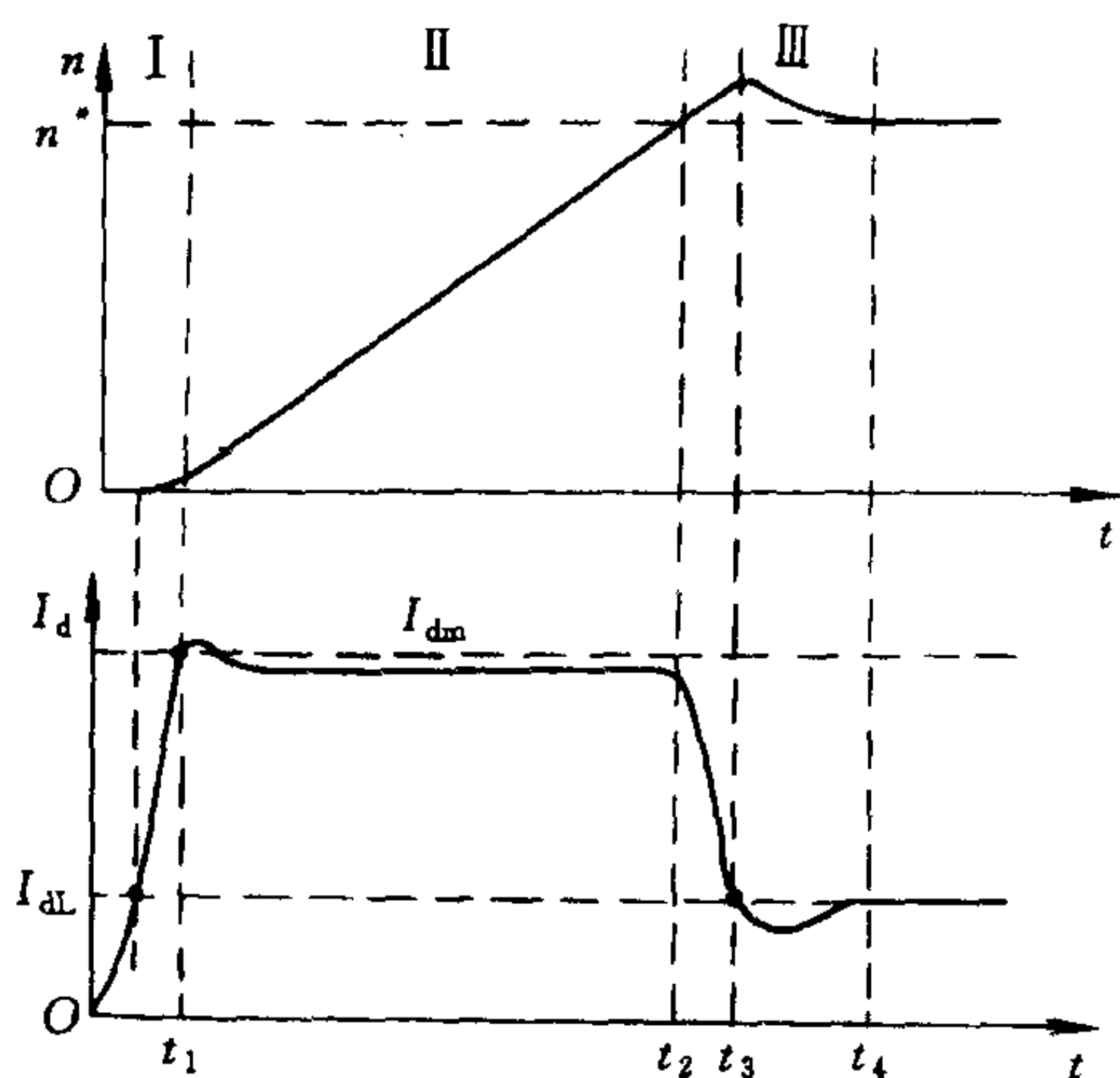


图 6-42 双闭环调速系统起动时的
转速和电流波形

出饱和状态, ASR 和 ACR 同时起调节作用, 使转速最终达到给定值。

(2) 抗扰性能

双闭环调速系统中常见的扰动有负载扰动和电网电压扰动。在受到负载扰动时需要由 ASR 来调节, 在受到电网电压扰动时, 通过 ACR 的调节就可抑制其影响, 调节速度高于单闭环系统。

(3) 调节器的作用

转速调节器的作用可以归纳为: ①使转速 n 跟随给定电压变化, 稳态无静差; ②对负载变化起抗扰作用; ③其输出限幅值决定允许的最大电流。

电流调节器的作用可以归纳为: ①对电网电压波动起及时抗扰作用; ②起动时保证获得允许的最大电流; ③在转速调节过程中, 使电流跟随其给定电压 U_i^* 变化; ④在电机过载时限制电枢电流的最大值。

(三) 可逆调速系统

1. 晶闸管—电动机系统的可逆线路

为使电动机可以正反向运行, 有两种常用方法: 一是改变电动机电枢电压的极性称为电枢反接方式。另一种是改变电机励磁电流的方向称为励磁反接方式。在快速性要求较高和频繁正反转的可逆系统中主要采用电枢反接方式, 其线路使用最多的是采用两组晶闸管装置反并联可逆线路, 如图 6-43 所示。

在两组晶闸管装置反并联可逆线路中存在“环流”问题。环流是指不流过电动机或其他负载, 而直接在两组晶闸管之间流通

的短路电流。环流可分为静态环流和动态环流两大类。静态环流又可分为直流平均环流和瞬时脉动环流。直流平均环流是由于两组晶闸管整流装置中整流电压与逆变电压平均值不等造成，直流平均环流可以采用 $\alpha \geq \beta$ 配合控制来消除。瞬时脉动环流是由于两组整流装置输出电压瞬时值不相等造成，抑制方法为在环流通路内串入环流电抗器。

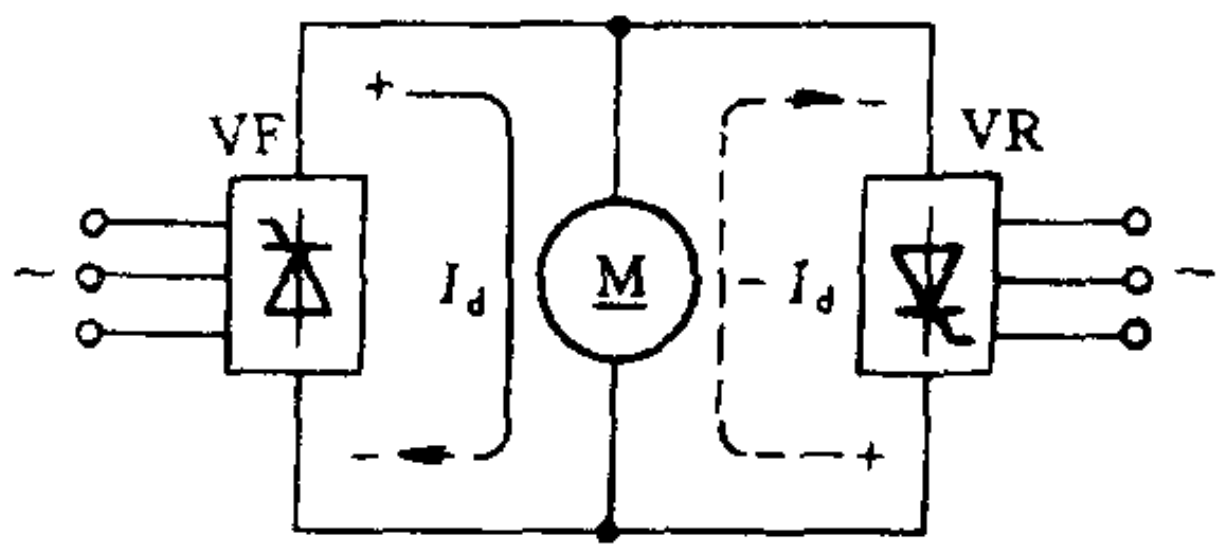


图 6-43 两组晶闸管装置反并联可逆线路

2. 有环流可逆调速系统

有环流可逆调速系统采用 $\alpha = \beta$ 配合控制，可以消除直流平均环流，但存在瞬时脉动环流。图 6-44 为该系统的原理框图。

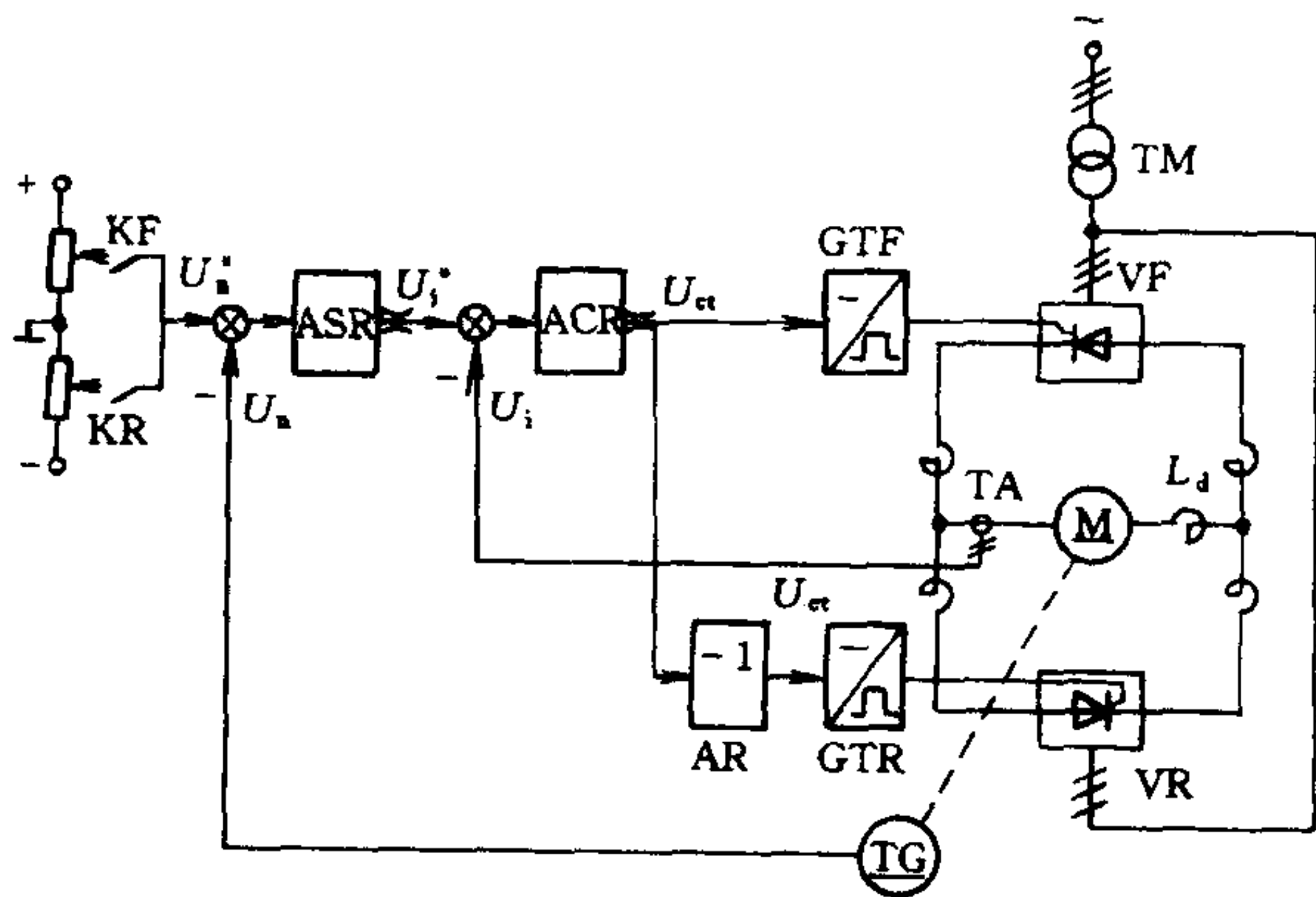


图 6-44 有环流可逆调速系统原理框图

有环流可逆调速系统在正向制动时分为两个主要阶段，第一阶段中电流由正向负载电流下降到零，正组处于逆变状态，称作“本组逆变阶段”。第二阶段中，电流由零变到负向最大电流，电机在最大制动电流下制动，称作“它组制动阶段”。正反组切换过程中无死区，这是有环流可逆系统的突出优点。

3. 无环流可逆调速系统

在无环流可逆调速系统中既没有直流平均环流也没有瞬时脉动环流。它有两种类型：逻辑无环流系统和错位无环流系统。逻辑无环流系统是目前应用最广泛的系统，系统中的无环流逻辑控制器 DLC 是系统的关键部件，它按系统的工作状态决定哪组晶闸管整流装置开放。对无环流逻辑控制器的要求如下：

① 由电流给定信号的极性和零电流检测信号共同发出逻辑切换指令。当电流给定信号极性改变且零电流信号有效时发出切换指令；

② 发出切换指令后，须经过封锁延时时间才能封锁原导通组脉冲，再经过开放延时才能开放另一组脉冲；

③ 在任何情况下，两组晶闸管不能同时加触发脉冲。

逻辑无环流系统可省去环流电抗器，节约设备容量，但由于两组整流装置切换存在死区，影响了系统的快速性。

二、重点和难点

① 调速系统的性能指标及其与电机额定速降的关系；

② 转速负反馈调速系统的静特性及参数计算；

③ 电流截止负反馈、电压负反馈及电流正反馈系统的工作原理及特点；

④ 双闭环调速系统构成及稳态参数计算；

⑤ 双闭环调速系统起动过程、抗扰性能以及两个调节器的作用；

⑥ 可逆调速系统构成及环流的分类、抑制方法；

⑦ 有环流调速系统及逻辑无环流系统的工作原理及特点。

三、例题分析

例 6-8 某调速系统为转速单闭环系统，采用比例放大器，电动机参数为： $P_{ed} = 2.2\text{kW}$ ， $U_{nom} = 220\text{V}$ ， $I_{nom} = 12.5\text{A}$ ， $n_{nom} =$

1 500r/min, $R_a = 1.37\Omega$, 整流触发装置放大倍数 $K_s = 50$, 整流器内阻 $R_{rec} = 1\Omega$ 。速度给定最大值为 15V, 要求系统 $D = 10$, $s \leq 5\%$, 求:

① 系统开环转速降落;

② 设计比例放大器 K_p 及反馈系数 α 。

解: 电动机电动势系数 $C_e = \frac{U_{nom} - I_{nom} \cdot R_a}{n_{nom}} = \frac{220 - 12.5 \times 1.37}{1500} = 0.135 \text{V} \cdot \text{min/r}$

开环转速降落 $\Delta n_{op} = \frac{I_{nom} \cdot R}{C_e} = \frac{12.5 \times (1.37 + 1)}{0.135} = 219 \text{r/min}$

为满足 $D = 10$, $s \leq 5\%$, 系统允许闭环速降为

$$\Delta n_{cl} = \frac{n_{nom} \cdot s}{D(1-s)} = \frac{1500 \times 5\%}{10(1-5\%)} = 7.89 \text{r/min}$$

系统的开环放大倍数为

$$K = \frac{\Delta n_{op}}{\Delta n_{cl}} - 1 = \frac{219}{7.89} - 1 = 26.8$$

转速反馈系数为

$$\alpha = \frac{U_{nmax}^*}{n_{nom}} = \frac{15}{1500} = 0.01 \text{V} \cdot \text{min/r}$$

比例放大器放大倍数为

$$K_p = \frac{K \cdot C_e}{K_s \cdot \alpha} = \frac{26.8 \times 0.135 \text{V} \cdot \text{min/r}}{50 \times 0.01 \text{V} \cdot \text{min/r}} = 7.2$$

第八节 交流调速系统

一、基本内容和知识点

随着电力电子技术和控制技术的发展和进步, 交流调速系统的性能日益提高。交流调速主要有异步电动机调速和同步电动机调速两大部分。同步电动机主要采用变频调速, 异步电动机则有多种调

速方案，这里将主要讨论异步电动机调速系统。

(一) 交流调速的基本类型

目前交流异步电机有多种调速方法，根据各种调速方案中转差功率的变化情况可以分为三类：转差功率消耗型、转差功率回馈型和转差功率不变型。转差功率消耗型系统将调速过程中增加的转差功率都转化为热而消耗掉，效率低，代表的调速方案为调压调速、绕线转子异步电机转子串电阻调速等。转差功率回馈型将增加的转差功率通过变流装置回馈电网或转化为机械能予以利用，代表的方案为绕线转子异步电动机串级调速。转差功率不变型在调速过程中转差功率基本不发生变化，因而效率最高，代表的方案为变压变频调速。

(二) 异步电动机调压调速系统

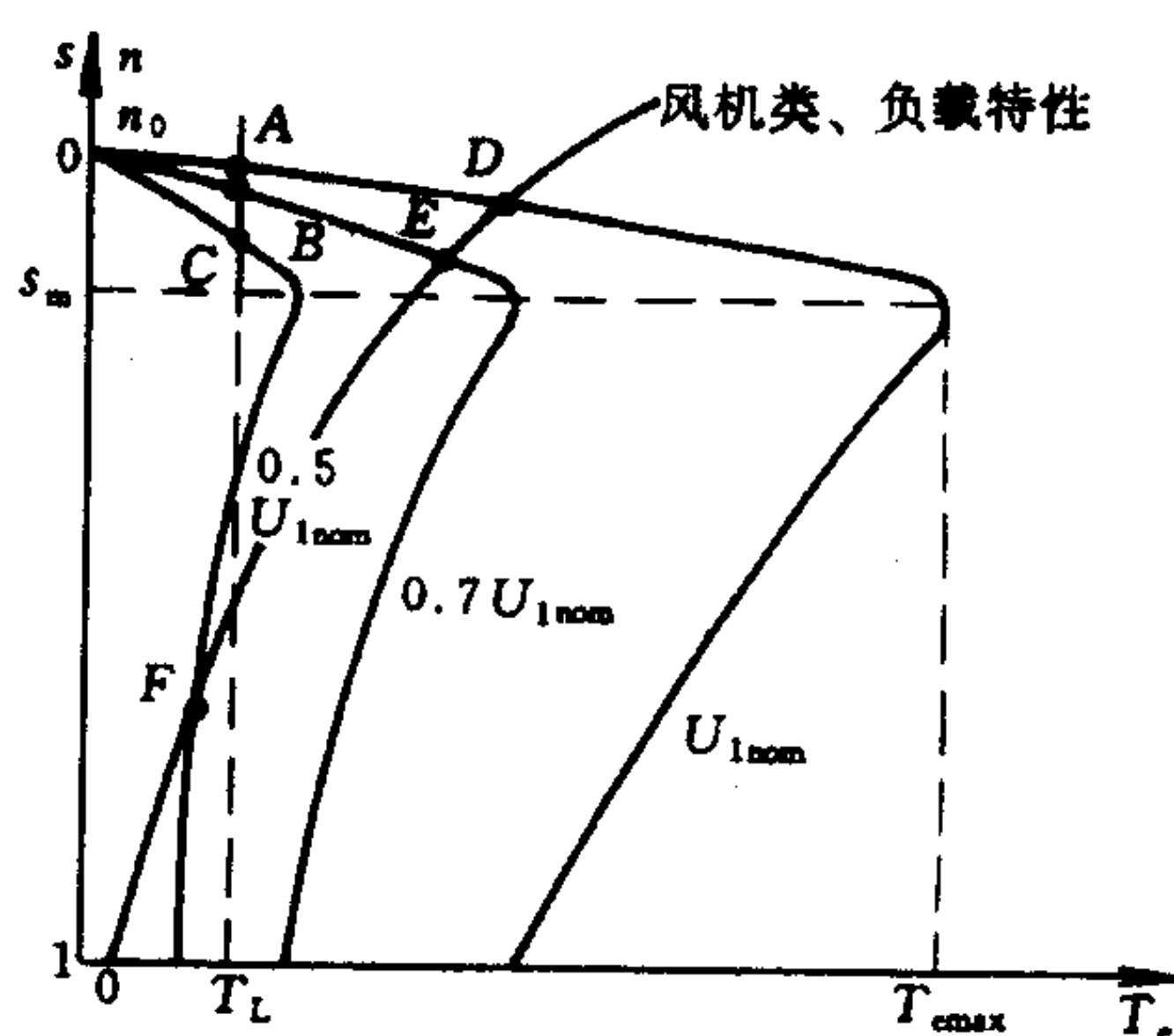


图 6-45 感应电动机在不同电压下的机械特性

异步电动机的电磁转矩与定子电压的平方成正比，改变定子外加电压就可以改变其机械特性的函数关系，从而改变电动机的转速。在定子供电电压改变时，异步电动机的机械特性如图 6-45 所示。图中 U_{1nom} 为异步电动机定子额定电压。

改变异步电动机定子电压的主要方法有：自耦变压器

调压、串联饱和电抗器以及采用晶闸管交流调压器。异步电动机调压调速是一种比较简便的调速方法，但效率低，调速范围窄。

(三) 异步电动机变压变频调速系统

异步电动机在其定子施加一定频率的交流电压就会在电机内产生一旋转磁场，其旋转速度称为同步转速： $n_0 = \frac{60f_1}{p}$ 。异步电动

机在电动运行时转速低于同步转速，且通常其差值很小。当供电频率改变时，旋转磁场转速发生变化，从而电机的转速也随之改变。

1. 变频调速的基本控制方式

在变频调速过程中，为充分利用电机铁心希望保持电机磁通为额定值不变，这样在基频以下调速时，需要保持 $\frac{U_1}{f_1}$ 为常值，称为恒压频比控制方式。考虑到定子压降的影响，低频时将控制特性曲线抬高，其特性如图 6-46 所示。在基频以上调速时，由于定子电压的限制，定子电压保持为额定电压，使电机的磁通与频率成反比地降低。当电动机电流为额定电流时，在基速以下电机的转矩保持不变，属于“恒转矩调速”，基频以上电机的输出功率基本不变，属于“恒功率调速”。

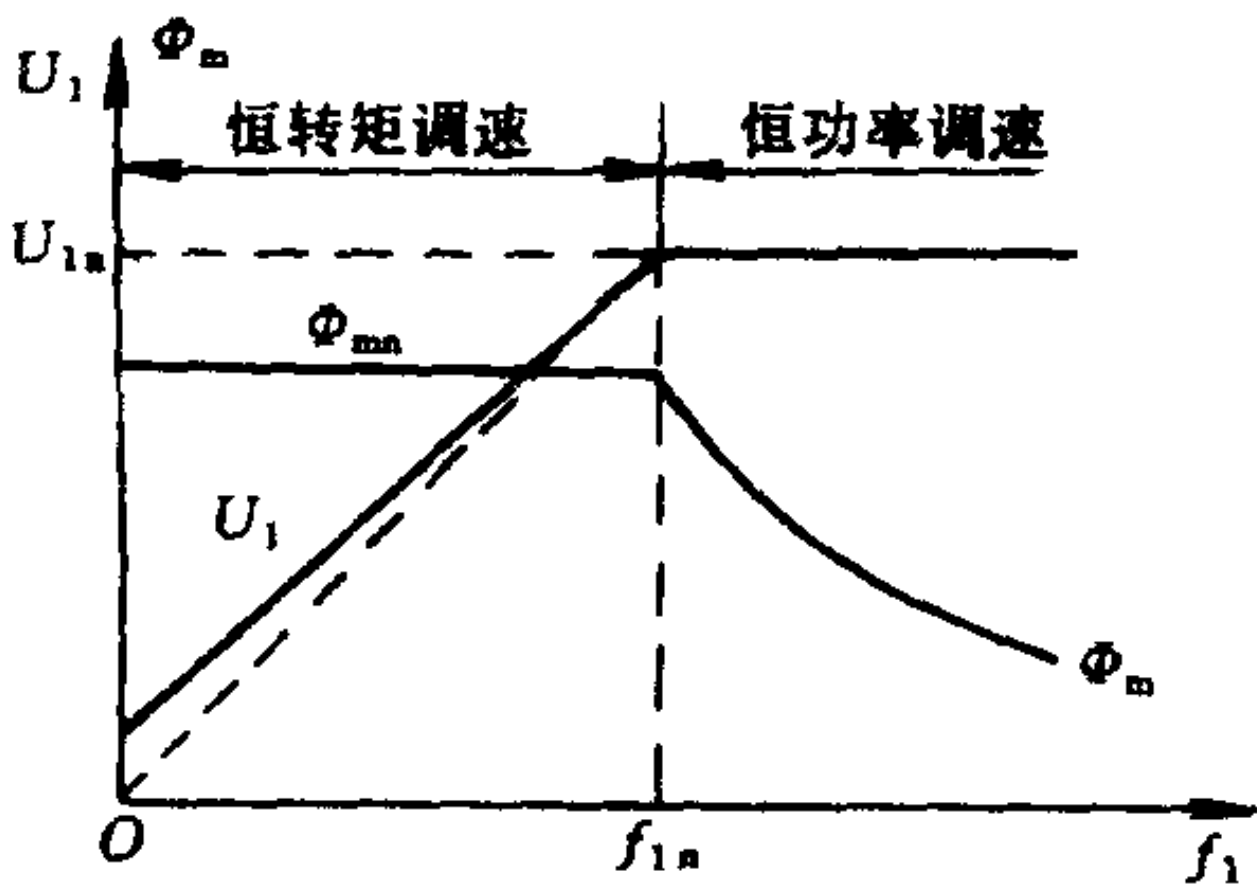


图 6-46 异步电动机变频调速控制特性

2. 异步电动机变频调速的稳态机械特性

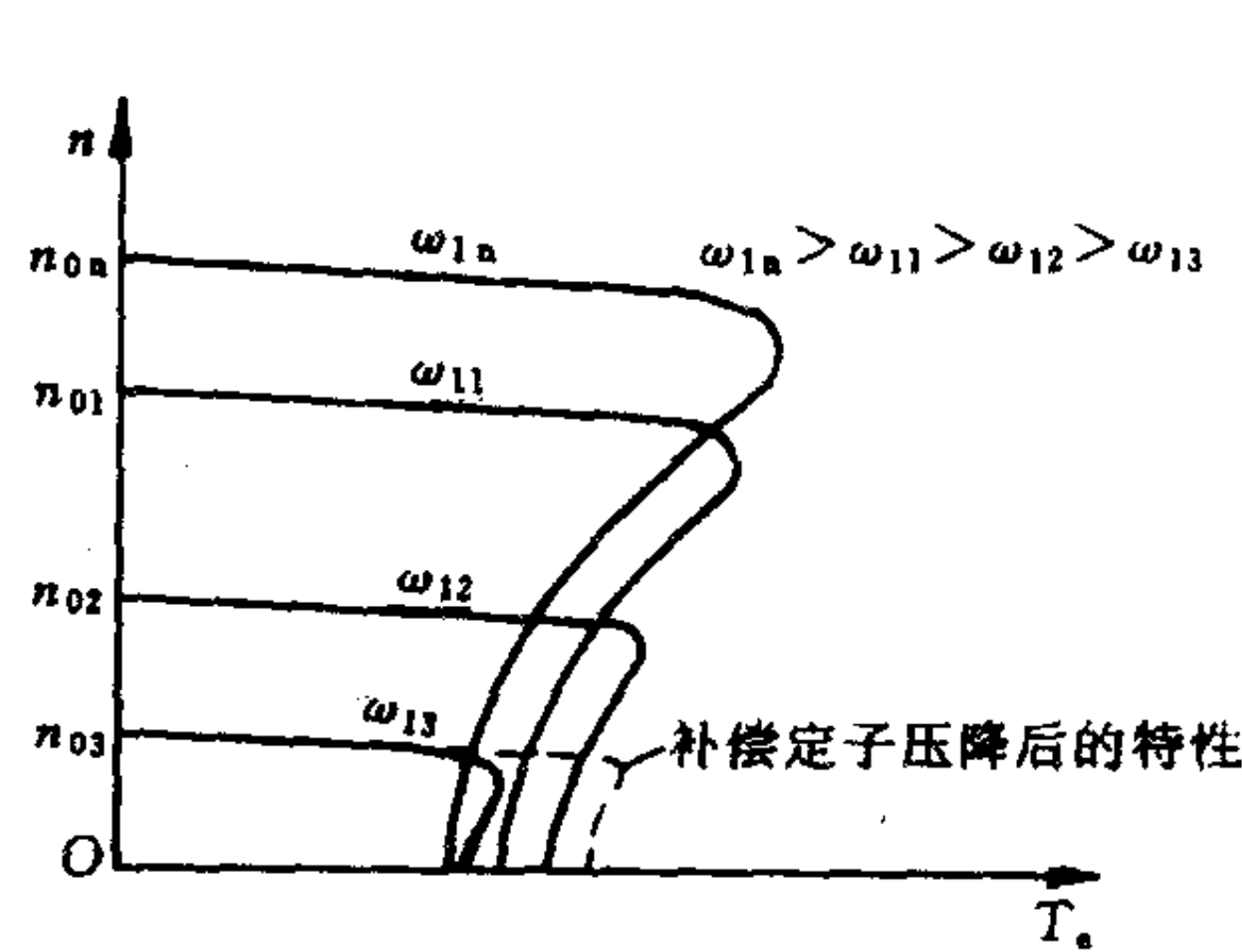


图 6-47 恒压频比控制时变频调速的机械特性

异步电动机变频调速最常用的控制方法是在基频以下采用恒压频比带定子压降补偿的控制方式，这样基本上保持磁通 Φ_m 在各级转速上都为恒值，其稳态机械特性如图 6-47 所示。当 u_1/ω_1 为恒值时，即在恒压频比条件下改变频率时，机械特性基本上是平行下移的。

如果采用恒 E_g/ω_1 控制 (E_g 为气隙磁通在定子每相绕组中的感应电动势) 及恒 E_r/ω_1 控制 (E_r 为转子全磁通的感应电动势), 异步电动机的机械特性可以获得更宽的线性范围。

3. 转速闭环、转差频率控制的变频调速系统

交流异步电动机在稳定运行时, 电机的转差率 s 很小, 电机转矩与转差角频率可表示为式 (6-51) 所示的近似关系式:

$$T_e \approx K_m \Phi_m^2 \frac{\omega_s}{R'_2} \quad (6-51)$$

式中 K_m 为与电机结构有关的常数, Φ_m 为电机磁通, R'_2 为转子等效电阻。

由上式可以看出, 当气隙磁通不变时, 异步电动机转矩近似与转差角频率成正比, 这样通过控制 ω_s 就可控制异步电机转矩, 提高系统的动态性能。这就是转差频率控制的基本概念。

图 6-48 为采用电流型变频器的转差频率控制的变频调速系统结构, 图中 GF 为函数发生器, 它反映了在保持磁通恒定时, 定

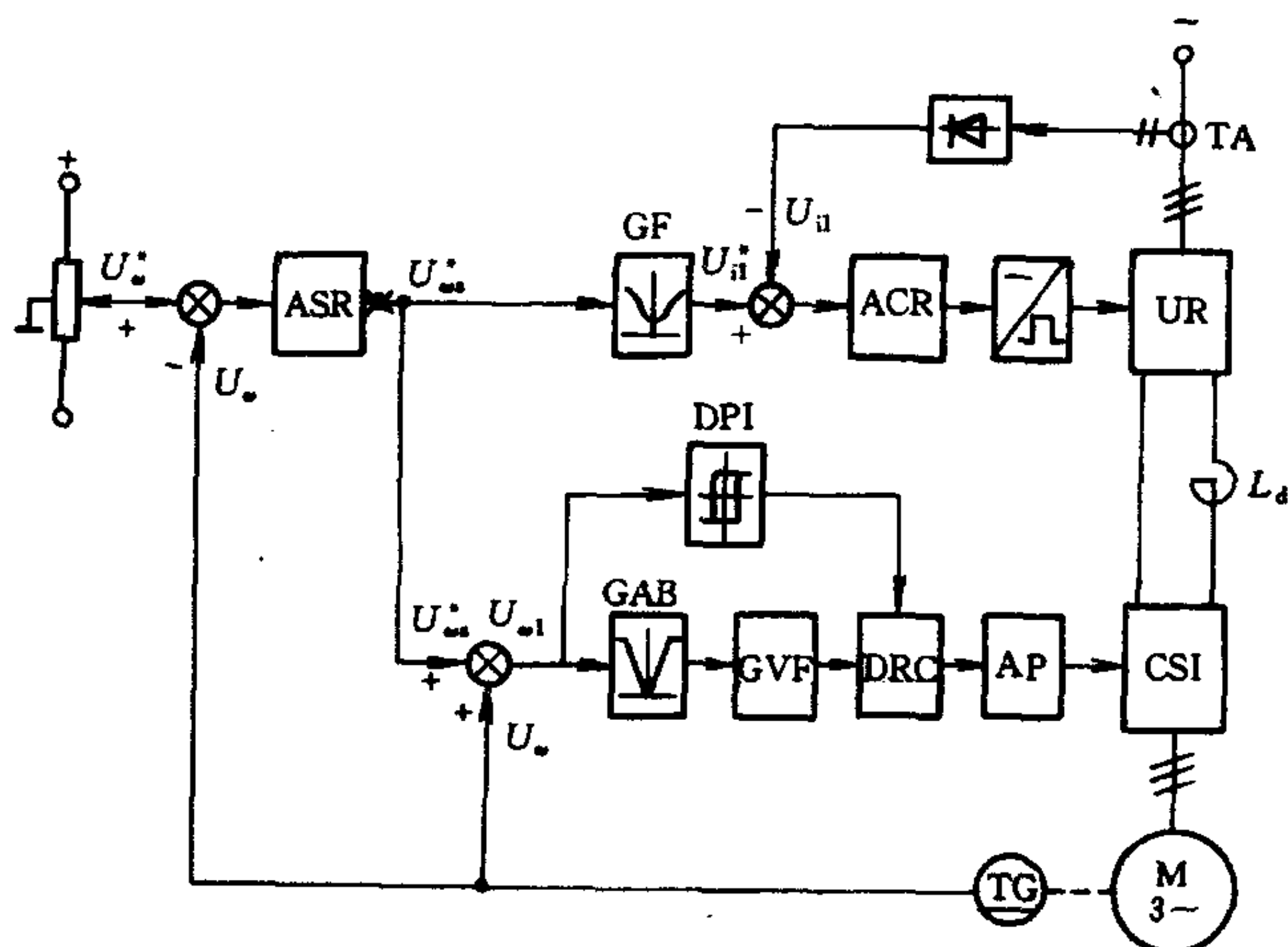


图 6-48 转差频率控制的变频调速系统结构原理图

子电流与转差角频率的关系。

转差频率控制系统的优点在于频率控制环节的输入是转差信号,使加、减速更为平滑。同时,由于在动态过程中 ASR 饱和使系统在最大转矩下加速和减速。但系统在保持动态过程中磁通 Φ_m 恒定以及定子电流相位的控制等方面还存在一些问题,影响了系统的动态性能。

4. 异步电动机矢量控制技术

(1) 异步电动机的多变量数学模型

异步电动机在变频调速时需要协调控制电压(电流)、频率两个输入变量,控制对象除转速外还有磁通,而它们之间又互相影响,再加上电机转矩为磁通与电流的乘积,所以异步电机的数学模型是一个高阶、非线性、强耦合的多变量系统。

根据产生相同旋转磁动势的原则可以将三相交流绕组通过坐标变换等效为具有两个匝数相等、互相垂直且以磁场旋转速度旋转的直流绕组。经过坐标变换,异步电动机模型为四阶状态方程,并可用图 6-49 表示。

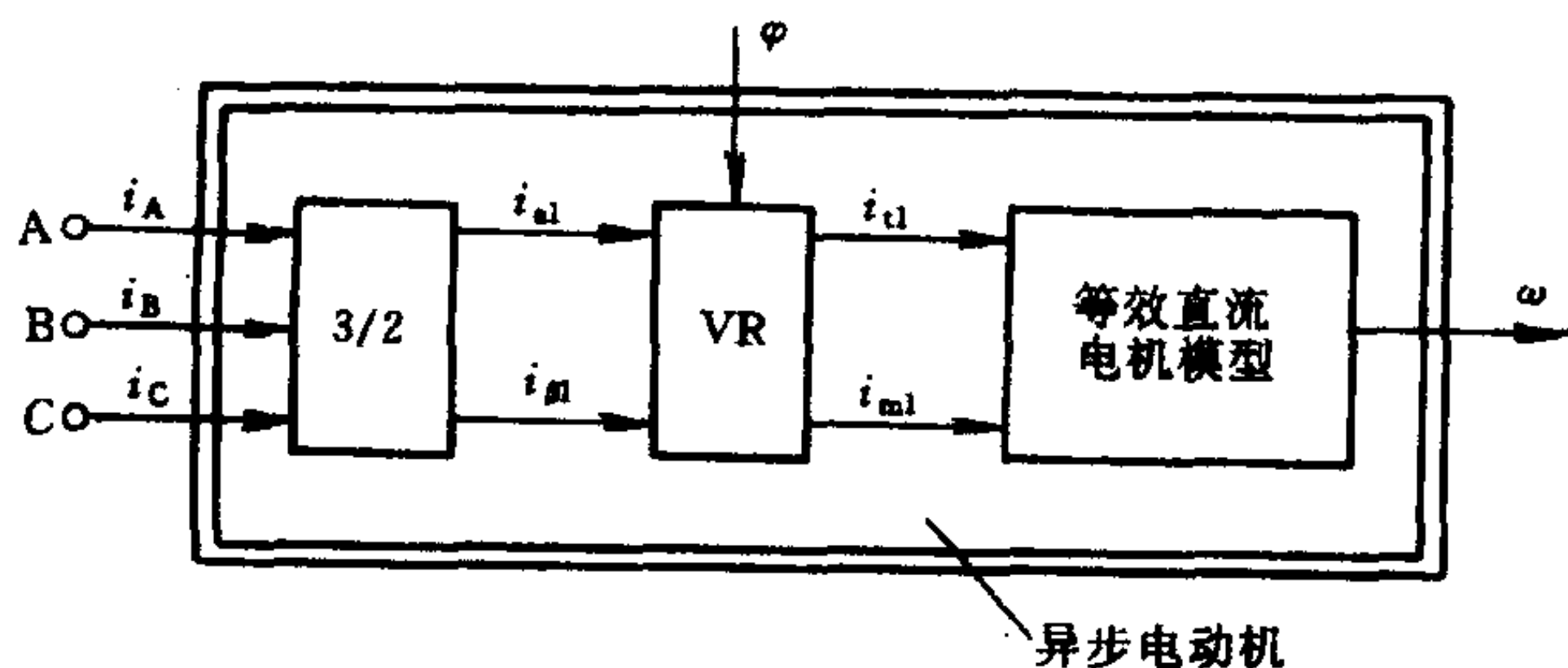


图 6-49 异步电动机的坐标变换结构图

(2) 矢量控制系统的构想

由于异步电动机经坐标变换可等效为直流电机,模仿直流电机的控制方法求得控制量再经相应的坐标反变换就能控制异步电动机,达到相似的控制效果。这样通过坐标变换实现的控制系统就称作矢量变换控制系统或称矢量控制系统。图 6-50 为矢量控制

系统的基本结构。

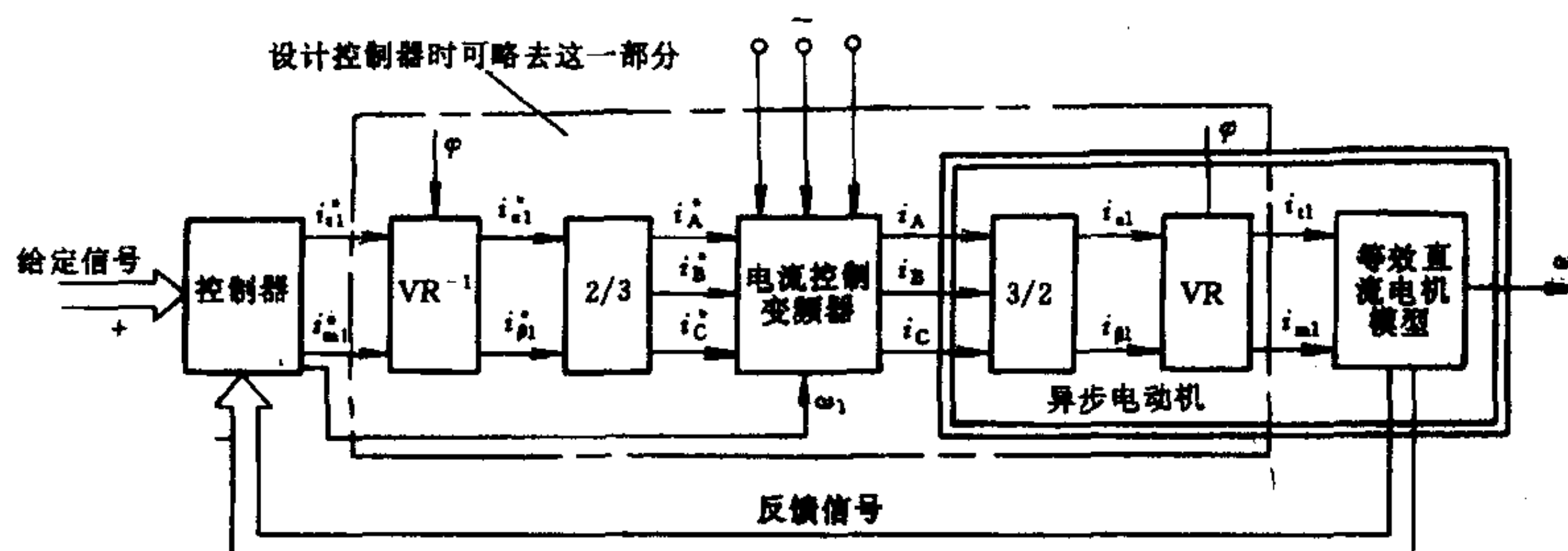


图 6-50 矢量控制系统的基本结构

（四）绕线转子异步电动机串级调速系统

串级调速是在电机转子回路中引入一可控的附加电动势，实现电动机的转速调节，由于是在电机的转子侧引入控制变量以实现调速，因而只适用于绕线转子异步电动机。串级调速系统可分为次同步系统和超同步系统。超同步串级调速系统所串入的电动势既可从电机转子吸收转差功率也可向电机转子输送转差功率，因而在电机转速高于或低于同步转速时均可处于电动和再生制动状态。次同步串级调速系统所串入的电动势只能从电机转子吸收转差功率，因此系统只能处于次同步电动状态和超同步再生制动状态。由于次同步系统结构和控制系统比较简单，因而实际系统中以次同步系统应用最为广泛。图 6-51 为次同步串级调速系统原理图。

当逆变器逆变角逐渐减小时，串入异步电机转子回路的附加电动势增大，异步电动机转速下降。图 6-52 为串级调速系统的机械特性。当逆变角减小时，系统机械特性近似平行下移，但由于转子回路电抗及整流电路的影响，电机最大转矩有所减小。

串级调速系统属转差功率回馈型调速方式，系统效率较高，但系统的功率因数较低。串级调速装置的容量随着调速范围的增大而增大，因而适用于要求调速范围不大的中、大功率绕线转子异

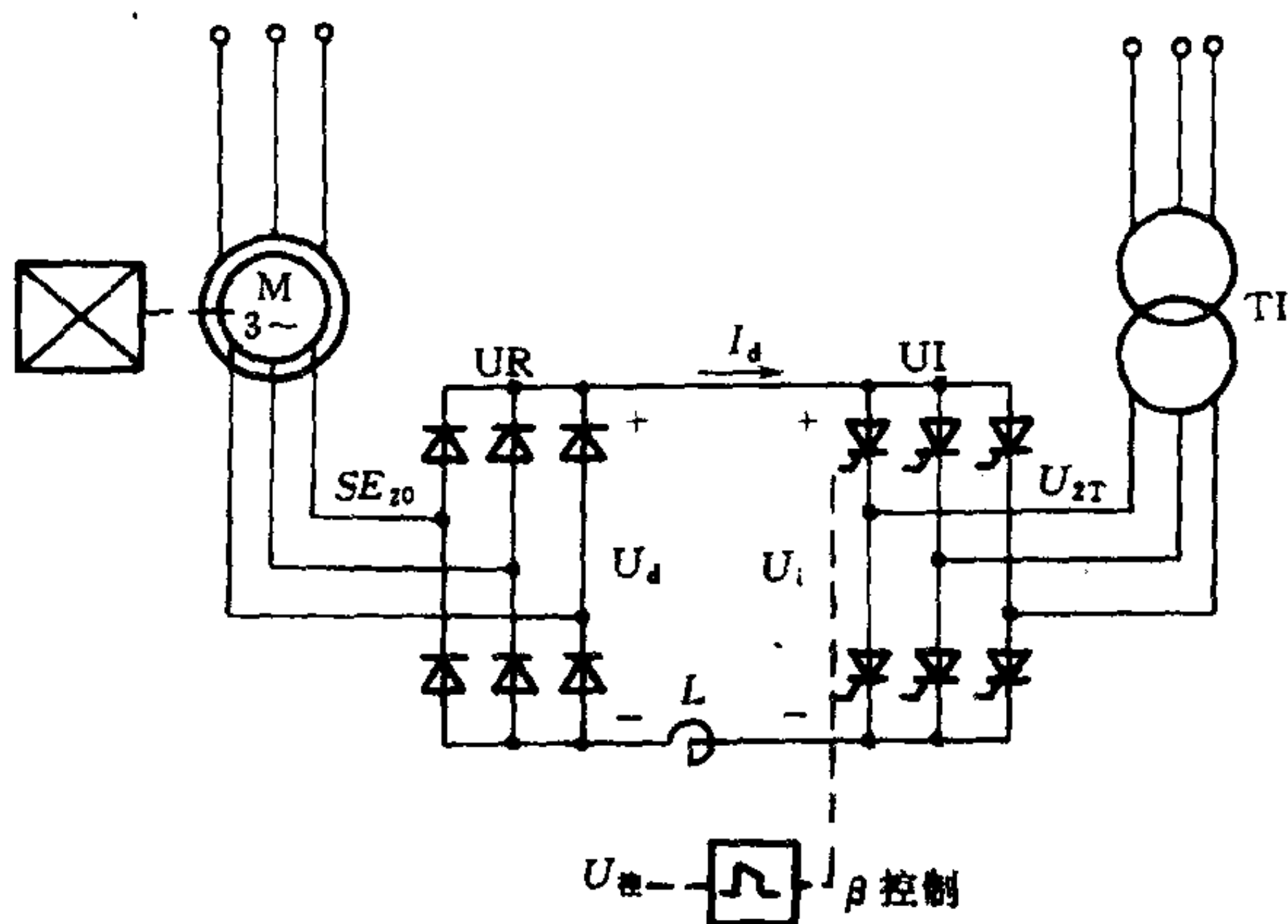


图 6-51 电气串级调速系统原理图

步电动机的调速。

二、重点和难点

① 交流调速系统的基本类型以及各种调速方案的特点；

② 异步电动机调压调速系统的基本原理及特点；

③ 变频调速的基本控制方式以及在基频以上、基频以下调速时各变量的变化情况；

④ 转速闭环、转差频率控制的变频调速系统原理及特点；

⑤ 异步电动机数学模型的性质以及矢量控制系统的基本原理；

⑥ 绕线转子异步电动机串级调速系统的构成及工作特性。

三、例题分析

例 6-9 叙述转差功率的定义，它与电磁功率的关系是怎样

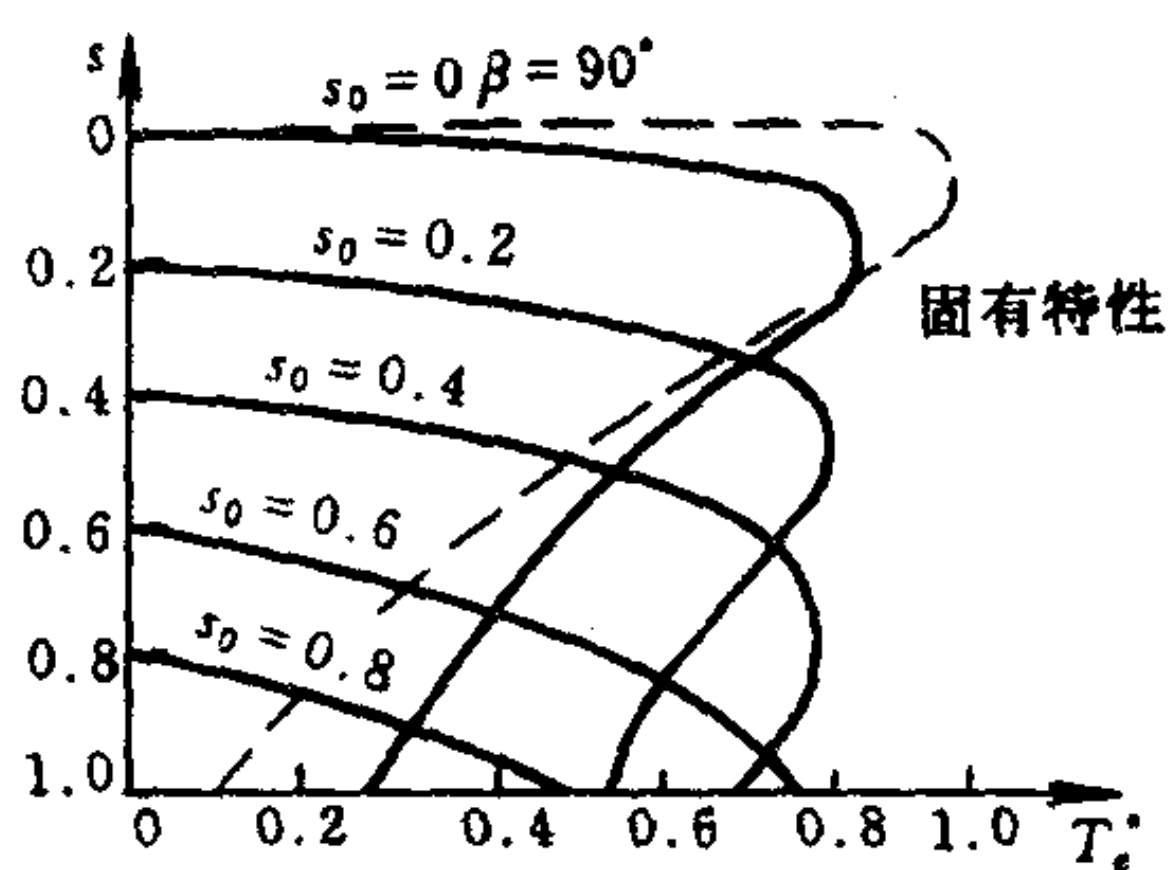


图 6-52 异步电机在串级调速时的机械特性

的?从转差功率变化的情况,交流调速系统可分为哪几种类型?每种类型各举一例。

解 按照交流异步电动机的基本原理,从定子传入转子的电磁功率 P_m 可分为两部分,一部分 $P_2 = (1-s)P_m$ 是拖动负载的有效功率,另一部分消耗在电机的转子电阻上。这部分功率与转差率成正比,因而称为转差功率,其数值为 $P_s = s \cdot P_m$ 。按照转差功率变化情况,交流调速系统可分为:转差功率消耗型调速系统,例如调压调速系统;转差功率回馈型调速系统,如串级调速系统;转差功率不变型调速系统,如变频调速。

思 考 题

- 6-1 使晶闸管导通的条件是什么?维持晶闸管导通需要什么条件?怎样才能使晶闸管由导通变为关断?
- 6-2 单相正弦交流电源,电压有效值 220V。晶闸管与负载电阻串联,所采用晶闸管的通态平均电流为 200A,试计算导通角为 180° 和 60° 时电路允许的峰值电流各是多少?
- 6-3 试说明 GTR、MOSFET、IGBT 各自的优缺点。
- 6-4 单相全控桥中, $U_2 = 100V$, 负载 $R = 2\Omega$, L 值极大,反电动势 $E = 50V$ 。当 $\alpha = 30^\circ$ 时,求输出平均电压 U_d , 平均电流 I_d 。设整流变压器一次侧电压为 220V,求变压器一、二次侧绕组电流有效值,并作出 u_d , i_d 和 i_2 的波形。
- 6-5 三相全控桥接反电动势、阻感负载,电路处于有源逆变状态, $E = 400V$, $R = 1\Omega$, L 值极大, $U_2 = 220V$, $\beta = 60^\circ$, $L_B = 1mH$,求 U_d 及 I_d 数值及换相重叠角 ν 。
- 6-6 在双反星型带平衡电抗器整流电路中,平衡电抗器的作用是什么?如把平衡电抗器短路,电路工作状态会发生什么变化?十二相整流电路的两组桥应错开多少电角度?为什么?
- 6-7 三相桥式全控整流电路对直流电动机供电,主回路中平波电抗器足够大。要求电动机在额定转矩下恒转矩调速,调速范围是 10。试问调速范围与晶闸管的电流定额有何关系?为什么?调速范围与电路可控移相范围关系又如何?

- 6-8 桥式可逆斩波电路供电的直流调速系统如图 6-15 所示, 电路采用双极式控制方式, 设电动机左端为正端, 说明当电机处于反向电动状态时, 各晶体管的工作状态及电动机电压、电流方向。
- 6-9 一台 220V, 10kW 电炉, 采用单相晶闸管交流调压电路使其工作于 5kW, 试求出其控制角、工作电流有效值和功率因数。
- 6-10 三相交—交变频电路有哪两种接线方式? 它们有什么区别?
- 6-11 试从输入电流谐波、功率因数及输出电压谐波三方面比较单相和三相交—交变频电路。
- 6-12 什么是电压型和电流型逆变电路? 各有何特点?
- 6-13 换相方式有哪几种? 各有什么特点?
- 6-14 试画出三相桥式电压型逆变电路的原理图, 开关元件选用 IGBT, 负载为电阻电感负载。设直流侧中性点为 N' , 画出三相输出端 U、V、W 相对于 N' 的电压及线电压 u_{UV} 的波形。
- 6-15 逆变电路的多重化的目的是什么? 如何实现?
- 6-16 什么是 SPWM 控制逆变电路? 它有何主要特点? 试画出载波为三角波, 采用双极性调制时一周期内的 SPWM 波形图(载波比为 9)。
- 6-17 低次谐波消去法的原理是什么? 对于 5 脉冲的 PWM 波形(半周期内有 5 个脉冲), 可以消去的谐波有几种?
- 6-18 和正弦波调制相比, 采用梯形波调制作作为逆变器的 PWM 控制方法有什么优缺点?
- 6-19 采用整流、逆变均为 PWM 控制的变频电路有何特点?
- 6-20 在转速负反馈单闭环有静差直流调速系统中, 当下列参数发生偏移或扰动时, 系统是否有调节作用? 为什么?
- (1) 调节器放大倍数;
 - (2) 主回路的供电电网电压;
 - (3) 测速发电机的励磁电流。
- 6-21 晶闸管整流装置供电的直流调速系统, 数据如下:
- 电动机: 5kW, 220V, 25A, 1 000r/min, $R_a = 0.5\Omega$
- 触发整流环节系数: $K_s = 40$, 整流装置内阻 $R_{rec} = 0.5\Omega$
- 转速给定电压最大值: $U_{nmax}^* = 10V$
- 若采用比例调节器, 实现转速负反馈系统, 调速范围 $D = 15$, 静差率 $s \leq 5\%$, 计算转速反馈系数 α 及比例调节器放大倍数 K_p 。

- 6-22 试说明在异步电动机变压变频调速系统中,在基频以上、基频以下调速的基本控制方式及电机电压、磁通、转矩的变化情况。
- 6-23 简述目前交流调速系统中,矢量控制等高性能控制技术的发展现状与特点。

参 考 书 目

- [1] 黄俊,王兆安.电力电子变流技术.第3版.北京:机械工业出版社.1994
- [2] 陈伯时主编.电力拖动自动控制系统.第2版.北京:机械工业出版社.1992

第七章 电网络理论与电磁场数值分析

第一节 电路的基本性质

一、线性和非线性

一般来讲，如果叠加定理对一个电路成立，此电路就是线性的。对一个一端口(网络)，设激励为电压 $u(t)$ ，所产生的响应为电流 $i(t)$ (也可以设激励为 $i(t)$ ，响应为 $u(t)$)，则此一端口的线性性质可以表达如下：

当 $u(t) \longrightarrow i(t)$

意思是“ $u(t)$ 意味着 $i(t)$ ”时，将有

$$\alpha u^{(1)}(t) + \beta u^{(2)}(t) \longrightarrow \alpha i^{(1)}(t) + \beta i^{(2)}(t)$$

其中

$$u^{(1)}(t) \longrightarrow i^{(1)}(t)$$

$$u^{(2)}(t) \longrightarrow i^{(2)}(t)$$

α 和 β 为任意常数。 $u^{(1)}(t)$ 和 $u^{(2)}(t)$ 为二个激励信号。

对一个 n 端口(网络)，设第 k 端口的电压和电流的参考方向如图 7-1 所示，且分别以 u_k 和 i_k 来表示， $k=1, 2, \dots, n$ 。当 u_k 和 i_k 服从由端口 k 所限定的约束时，则称 u_k 和 i_k 为允许信号对。从外部的性状来研究一个 n 端口，且

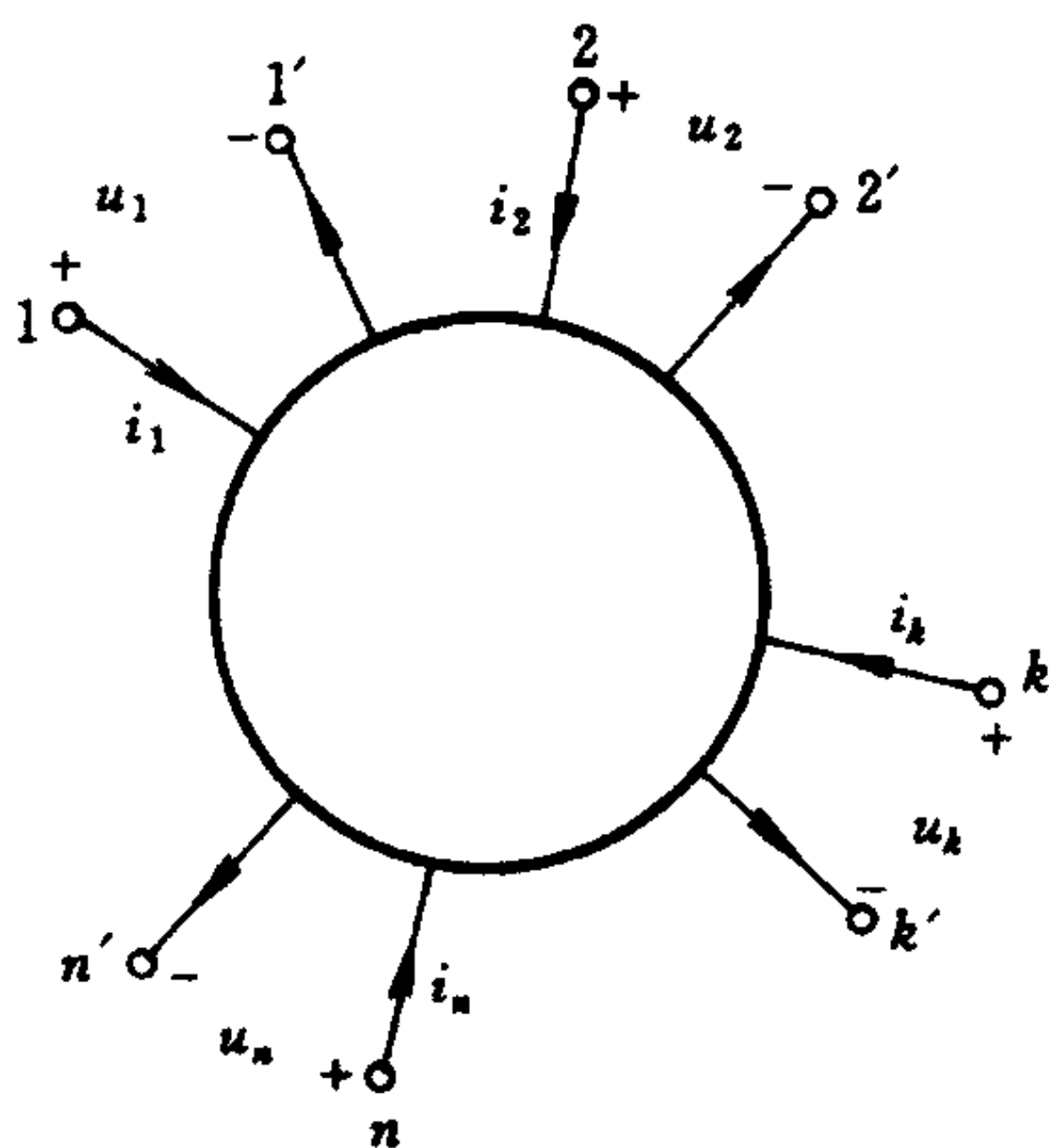


图 7-1 n 端口网络

假设任一端口的电压和电流均为允许的。设列向量

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$$

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)]^T$$

$\mathbf{x}(t)$ 表示 n 个输入或激励, $\mathbf{y}(t)$ 表示 n 个输出或响应, $x_k(t)$ 可以是电压或电流, 而相应的 $y_k(t)$ 将是电流或电压。

当 $\mathbf{x}(t) \longrightarrow \mathbf{y}(t)$

而

$$\alpha \mathbf{x}(t) \longrightarrow \alpha \mathbf{y}(t)$$

时, 称此 n 端口为按端口齐性的网络。

同样, 如果当 $\mathbf{x}(t) \longrightarrow \mathbf{y}(t)$, $\hat{\mathbf{x}}(t) \longrightarrow \hat{\mathbf{y}}(t)$

有 $\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{x}}(t) \longrightarrow \mathbf{y}(t) + \hat{\mathbf{y}}(t)$

则这种性质称为按端口可加性质。

如果一个 n 端口具有齐性和可加性, 则称为按端口线性的网络。

通常, 由线性元件和独立源构成的电路称为线性电路。这个定义与“按端口线性”是有一定的区别的。如图 7-2(a) 所示电路是线性电路, 这是因为任一支路中的响应是各个激励单独作用时所产生的响应之叠加。但是, 如果把图 7-2(b) 虚线所示框中的电路看作是一个一端口, 此一端口不是按端口线性的, 因为在该端口齐性和可加性均不成立。

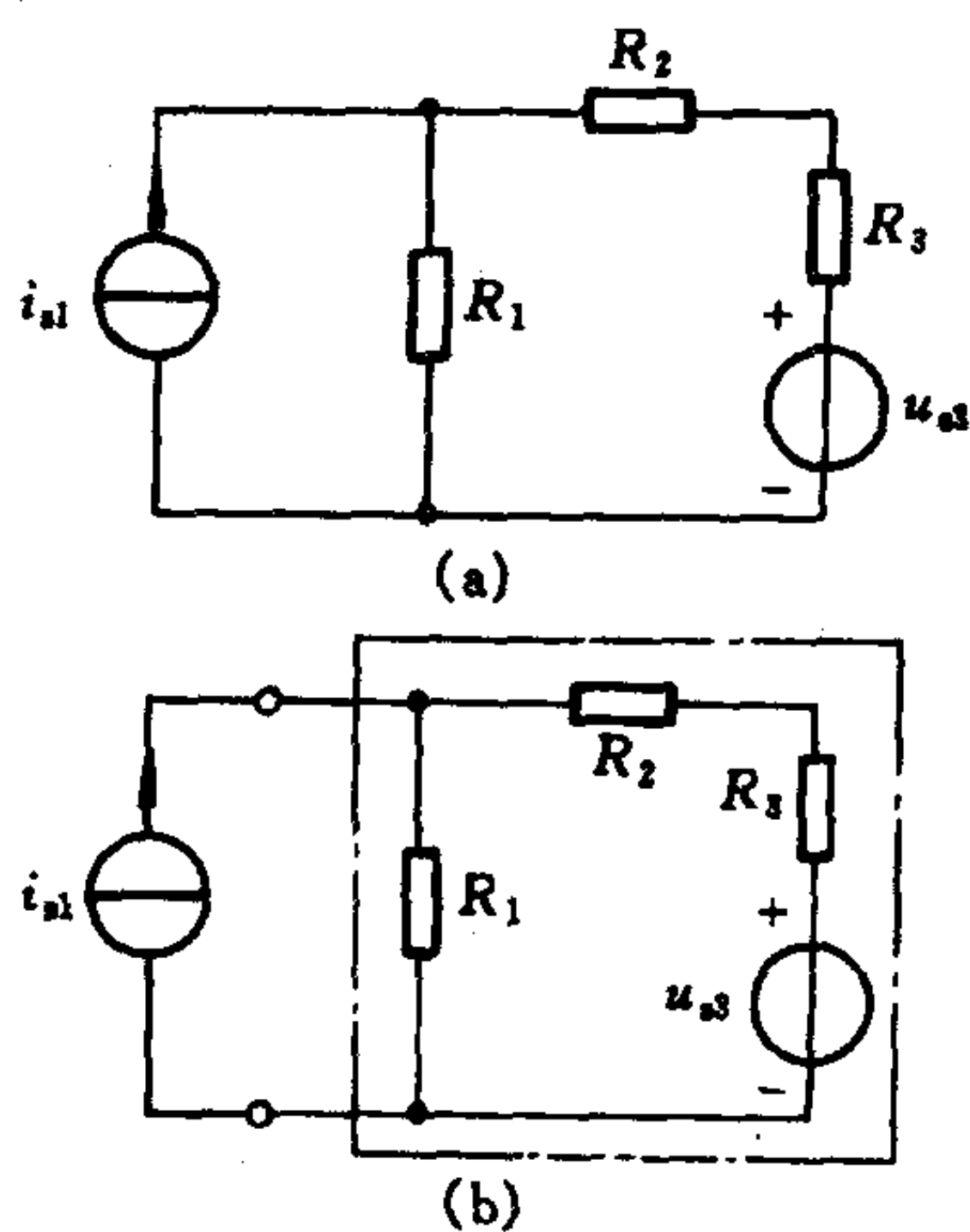


图 7-2 线性电路
和“按端口线性”

二、时变和非时变

一个不含时变元件的电路称为非时变电路, 否则就称为时变电路。

对于 n 端口来讲, 设对一个 n 端口的激励和响应有

$$x(t) \longrightarrow y(t), \quad \hat{x}(t) \longrightarrow \hat{y}(t)$$

如果对所有 t_0 , 当 $\hat{x}(t) = x(t - t_0)$ 时, 有 $\hat{y}(t) = y(t - t_0)$, 则称此 n 端口为“按端口非时变”网络。这就是说, 对一个非时变 n 端口, 不论激励是在什么时间施加的, 其响应均是相同的。

三、无源性和有源性

对于图 7-3 所示一端口 N , 输入该网络的功率

$$p(t) = u(t)i(t)$$

从任何初始时刻 t_0 到 t , 该网络的总能量

$$W(t) = W(t_0) + \int_{t_0}^t u(\tau)i(\tau)d\tau$$

式中 $W(t_0)$ 为在初始时刻 t_0 时该一端口所储存的能量。

如果对任何一对允许信号, 对所有 t_0 以及所有时间 $t \geq t_0$, 有

$$W(t) \geq 0, \quad \forall u(t), i(t) \quad (7-1)$$

则此一端口 N 为无源的。如果一端口不满足上式, 它就是有源的。即只有当对某个激励和某一初始时间 t_0 以

及某一时间 $t \geq t_0$, 有 $W(t) < 0$, 则此一端口就是有源的。

设一端口的所有允许信号对 $u(t)$ 、 $i(t)$ 从 $t_0 - \infty$ 为“平方可积”, 即有

$$\int_{t_0}^{\infty} u^2(t)dt < \infty; \quad \int_{t_0}^{\infty} i^2(t)dt < \infty$$

如果对所有初始时间 t_0 , 下式成立:

$$W(t) = W(t_0) + \int_{t_0}^{\infty} u(\tau)i(\tau)d\tau = 0 \quad (7-2)$$

其中 $W(t_0)$ 为 t_0 时的初始能量, 则称此一端口为无损网络。

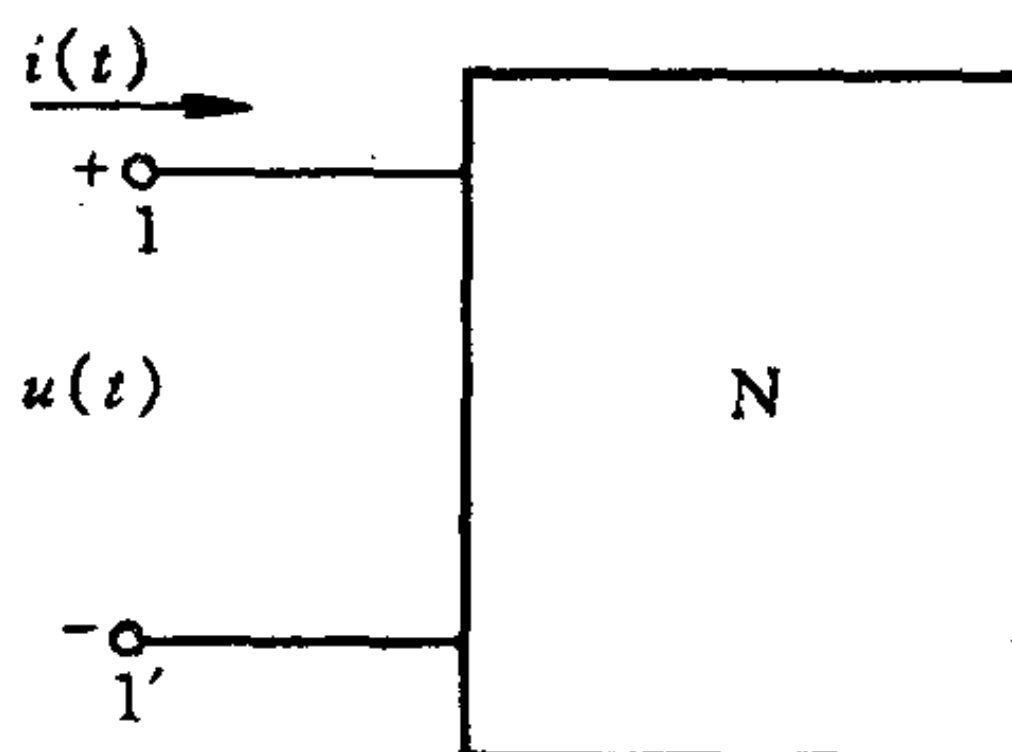


图 7-3 一端口 N

以上关于 $u(t)$ 和 $i(t)$ “平方可积” 的条件, 也即

$$u(\infty)=u(-\infty)=i(\infty)=i(-\infty)=0$$

就是说, 一端口在 $t=\infty$ 和 $t=-\infty$ 时均为松驰的。

假设一端口在 $t=-\infty$ 时无任何储存能量, 则无源性可按下式定义:

$$W(t)=\int_{-\infty}^t u(\tau)i(\tau)d\tau \geq 0, \quad \forall u(t), i(t), t \geq -\infty \quad (7-3)$$

对 n 端口, 如果全部端口的允许信号对是真实的, 且对所有 t 输入端口的总能量为非负的, 则此 n 端口为无源的, 即对全部 $t \geq -\infty$, 有

$$W(t)=\int_{-\infty}^t \mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{i}(\tau)d\tau \geq 0 \quad (7-4)$$

这里设 $t=-\infty$ 时, $\mathbf{u}(-\infty)=\mathbf{0}$, $\mathbf{i}(-\infty)=\mathbf{0}$ 。

如果对某些允许信号, 且对某些 $t > -\infty$, 有

$$W(t)=\int_{-\infty}^t \mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{i}(\tau)d\tau < 0$$

则此 n 端口为有源的。

如果对所有平方可积有限值允许信号对, 有

$$W(t)=\int_{-\infty}^t \mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{i}(\tau)d\tau = 0$$

则此 n 端口为无损的。

线性(正)电阻元件、电容元件和电感元件均为无源元件, 而线性负电阻元件、电容元件和电感元件是有源的。

对于理想变压器, 如图 7-4(a)所示, 有

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

按式(7-4)

$$W(t)=\int_{-\infty}^t \{u_1(\tau)i_1(\tau)+u_2(\tau)i_2(\tau)\}d\tau=0$$

所以理想变压器是无源的且是无损的。

对理想回转器，如图 7-4(b)所示，有

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r \\ r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

或

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & g \\ -g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

式中 r 和 g 分别称为回转电阻和回转电导，统称为回转常数。按式 (7-4) 有

$$\begin{aligned} W(t) &= \int_{-\infty}^t \{u_1(\tau)i_1(\tau) + u_2(\tau)i_2(\tau)\} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t \{gu_1(\tau)u_2(\tau) - gu_1(\tau)u_2(\tau)\} d\tau = 0 \end{aligned}$$

故理想回转器也是无源的且是无损的。

以上有关无源性、无损性和有源性主要是针对线性电路而言的。非线性电路的无源性和有源性的一般定义较为复杂。

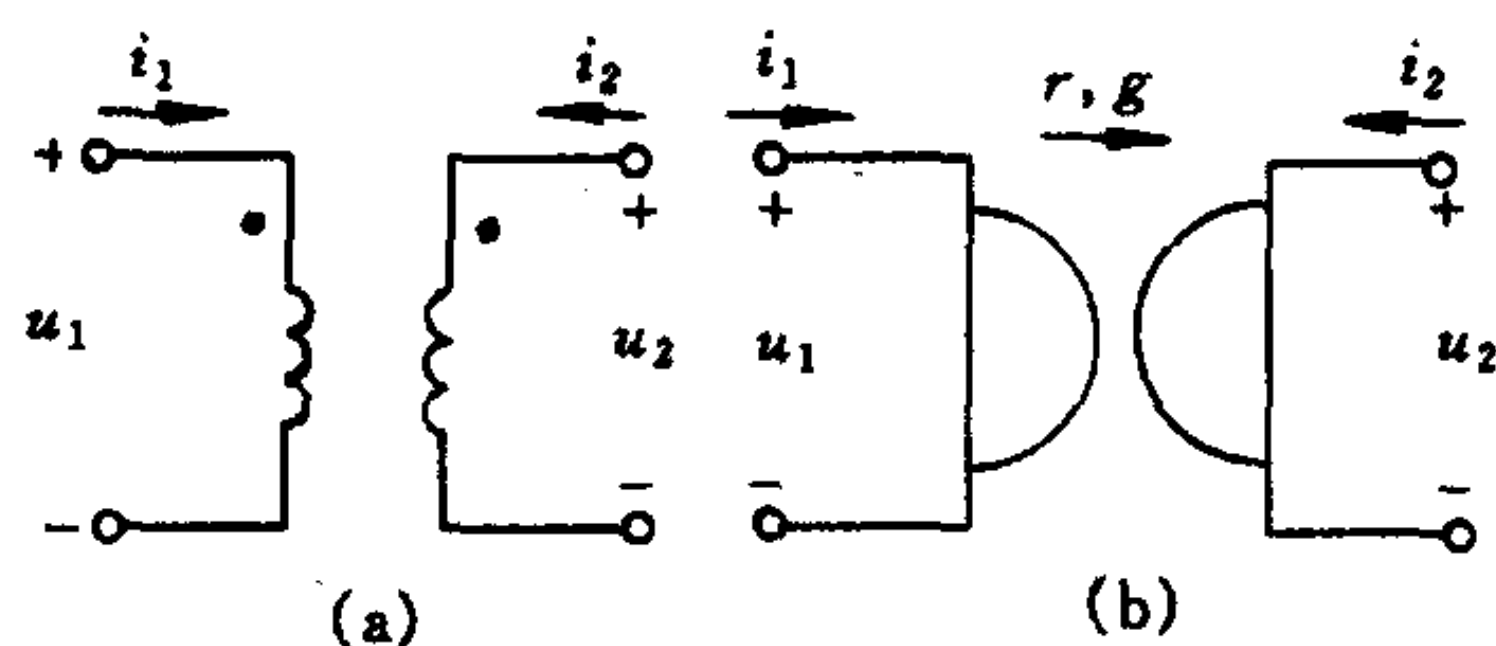


图 7-4 理想变压器和回转器

第二节 图 论

一、图的基本概念

图 G 是顶点集 V 和边集 E 的总体，写为 $G=(V, E)$ ；在电路图中，顶点指结点，边指支路。

有向图为有向边所构成的图。在电路图中支路具有一定的方

向，通常是人为规定的支路电压与支路电流的关联方向。

有关路径、回路、网孔、连通图、树、割集、单树支割集、单连支回路、关联矩阵 A 、基本割集矩阵 Q_f 、基本回路矩阵 B_f 的定义见第一章。

二、信号流图

信号流图是利用一个有向图来描述一些变量之间的关系。当这些关系是线性时，此有向图就可以用来表示一组联立的线性代数方程。信号流图把变量描述为沿着支路流动的“信号”，这些信号被所经过的支路的“特性”改变。

信号流图的结点用来表示变量，结点 k 就用 x_k 表示。联接结点 x_a 和 x_b 的一条有向支路 (x_a, x_b) 带有一个与之相联系的数量，称为增益或传输量 t_{ba} ，各不同结点的信号按下列方程相互联系

$$x_i = \sum t_{ij} x_j \quad i=1, 2, \dots \quad (7-5)$$

对每一结点 x_i ，当 $t_{ij} \neq 0$ 时，有一条自结点 j 到结点 i 的有向支路 (x_j, x_i) 。支路 (x_j, x_i) 的增益就是 t_{ij} ； $t_{ij}=0$ 就意味着自结点 j 到结点 i 不存在任何支路。结点 x_i 可以当作是“流入”该结点的全部信号的一个叠加点，而从结点 x_i “流出”的信号则不计及。

在信号流图中，凡是过一个结点的支路都以该结点为起点，这种结点称为“源点”或“输入结点”。凡是过一个结点的支路都以该结点为终点，这种结点称为“汇点”或“输出结点”。图 7-5 中，

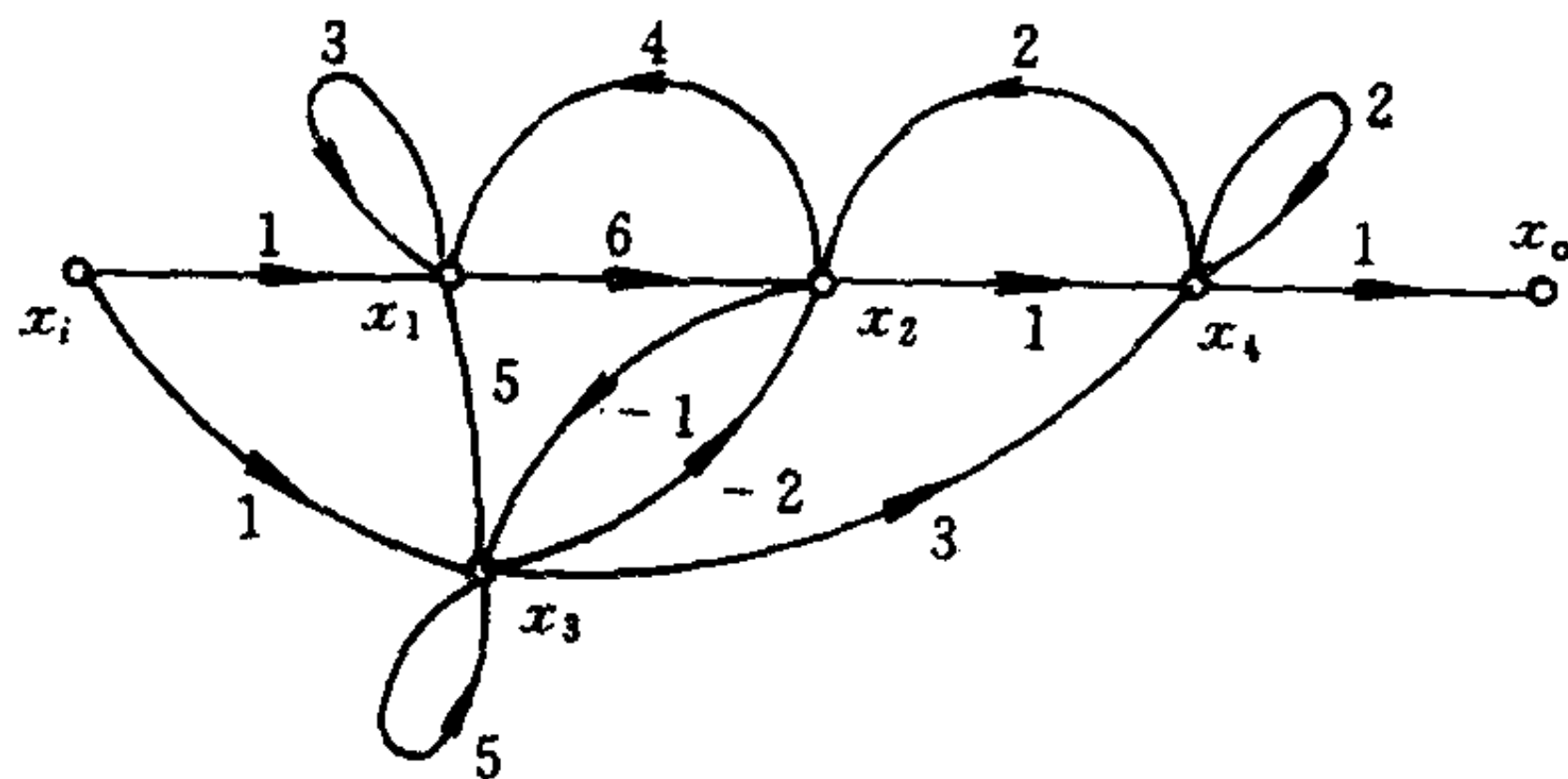


图 7-5 源点和汇点

x_i 为源点, x_o 为汇点。

三、信号流图的画法

设给定一个代数方程组

$$Ax = bu$$

其中 A 为一个 $n \times n$ 矩阵, x 和 b 为 n 列向量, u 为标量。把上式改写为

$$x = (1 + A)x - bu \quad (7-6)$$

$$x = [1 + A : -b] \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}$$

这里 1 为 $n \times n$ 的单位矩阵, 且用列向量 $-b$ 把 $n \times n$ 矩阵 $(1 + A)$ 增广。

定义一个矩阵 C , 使

$$C = [1 + A : -b]$$

这样, 得

$$x_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} x_j + C_{i,n+1} u, \quad i=1, 2, \dots, n \quad (7-7)$$

若定义 $u = x_{n+1}$, 则式(7-7)可写为

$$x_i = \sum_{j=1}^{n+1} C_{ij} x_j \quad i=1, 2, \dots, n$$

将此式与式(7-5)比较, 可见 C_{ij} 与 t_{ij} 对应。可以根据矩阵 C 来构成信号流图。矩阵 C 描述了图的关联性质以及支路的权。

例如, 设方程如下:

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -x_i$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$$

$$-4x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 0$$

将方程写成式(7-6)的形式, 有

$$1 + A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ -4 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \quad -b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u = x_i$$

由此得

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

对应的信号流图如图 7-6。

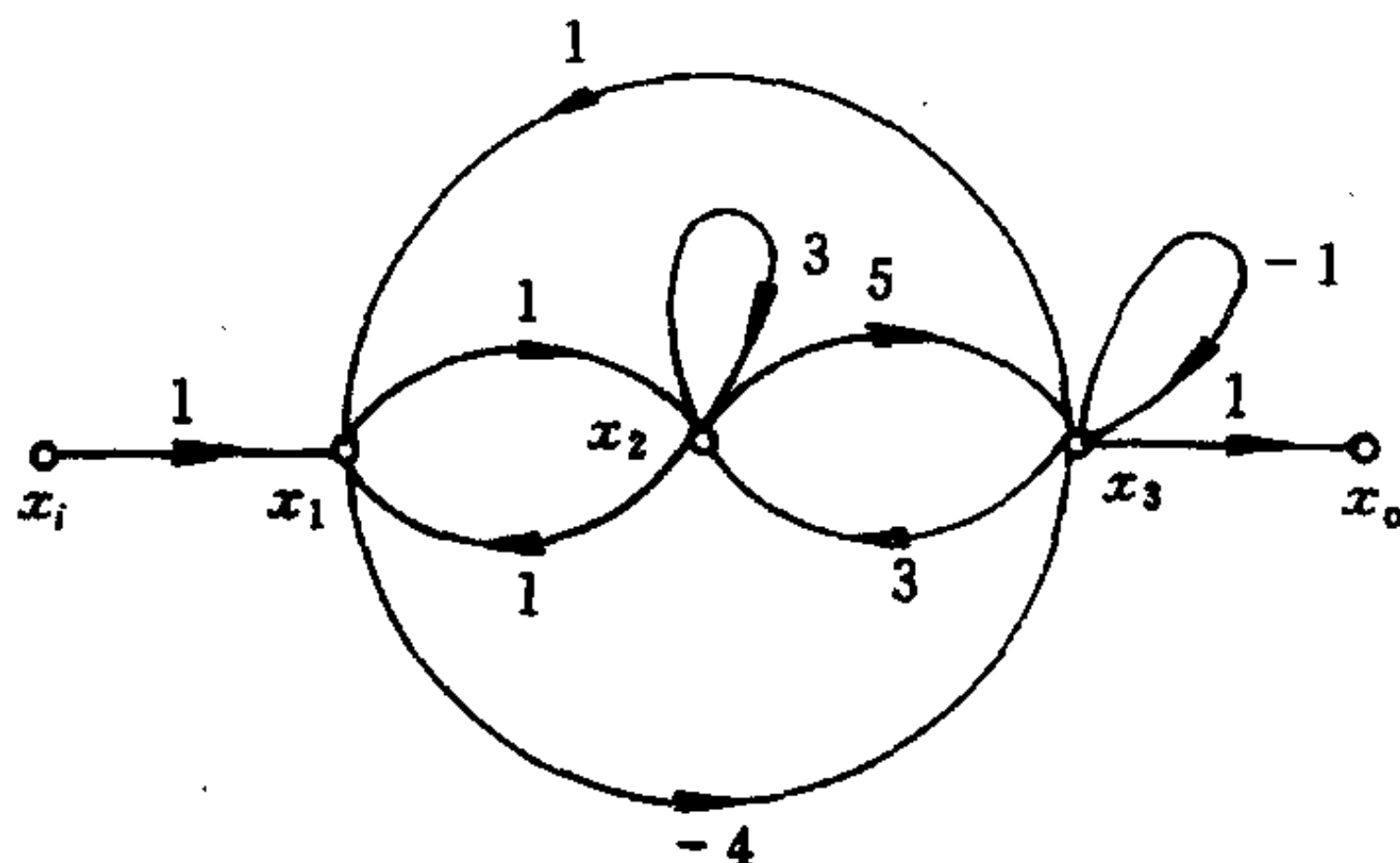


图 7-6 从 C 画信号流图

给定一个电路，要画出有关电压、电流的信号流图，必须注意到变量的选择问题。显然，用这组变量写出的方程应当是独立的，另一方面又必须保证其他变量都可以从这一组变量导出。

四、Mason 公式

设一个信号流图的输入结点信号为 x_i ，输出结点信号为 x_o ， x_o/x_i 定义为信号流图的增益或传输量 T ，即 $T \triangleq x_o/x_i$ 。Mason 公式就是用来计算信号流图的增益的。信号流图是一种有向图，涉及到的概念都应按有向图来考虑。首先介绍一些用到的术语。

- (1) 有向路(简称为路)，即有向支路序列；
- (2) 路径增益 P ，即有向路中支路增益的乘积；
- (3) 回路(或反馈回路)，即有向图的有向回路；
- (4) 回路增益 L ，即回路中支路增益的乘积；
- (5) 前向路，这是指自输入结点到输出结点的一条路；

(6) 非切触回路，若一组回路不具有公共结点，则称它们为非切触回路。当任两个回路不具有公共结点时，称这两个回路为一组非切触双重回路；当任三个回路不具有公共结点时，称这三个回路为一组非切触三重回路；余类推。

常常把路和路径增益，回路和回路增益不加区分地加以引用。另外，自环应当作为回路来处理（自环指一条支路的端点为一个结点，从而该支路形成一个环）。

Mason 公式可以表达如下：信号流图的增益 T 为

$$T = \frac{\sum P_m \Delta_m}{\Delta} \quad (7-8)$$

式中分母的 Δ 称为信号流图的行列式，由下式给出

$$\Delta = 1 - \sum L_k^1 + \sum L_k^2 - \sum L_k^3 + \dots$$

其中 L_k^1 表示第 k 回路的增益，求和 $\sum L_k^1$ 是对全部回路进行的； L_k^2 表示第 k 组非切触双重回路的增益，它等于该组中两个回路增益的乘积，求和 $\sum L_k^2$ 是对全部这类双重回路进行的； L_k^3 表示第 k 组非切触三重回路的增益，它等于该组中三个回路增益的乘积，求和 $\sum L_k^3$ 是对全部这类三重回路进行的；余类推。

分子中的 P_m 是指输入结点到输出结点的第 m 条前向路的增益； Δ_m 是一种余因式，把信号流图中的第 m 条前向路的全部支路以及与此条路共有一个结点的全部支路移去后得到的子图，这个子图的行列式就是 Δ_m ；求和是对全部前向路进行的。

对图 7-7 所示的信号流图，输入结点为 x_1 ，设输出结点为 x_2 ，用 Mason 公式有

$$\Delta = 1 - (g + h + ef) + gh$$

$$P_1 = ac, \Delta_1 = 1 - h$$

$$P_2 = bd, \Delta_2 = 1 - g$$

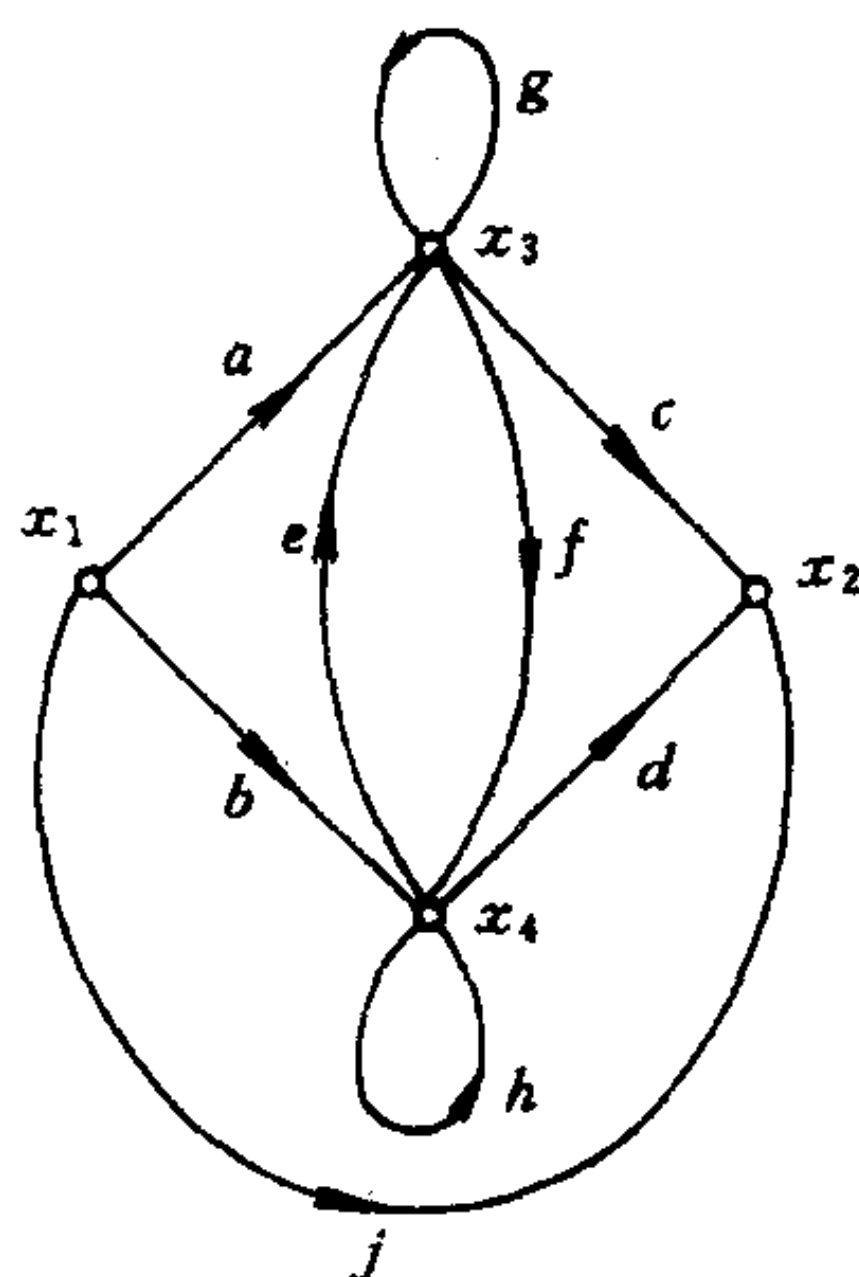


图 7-7 Mason 公式的应用

$$P_3 = afd, \Delta_3 = 1$$

$$P_4 = bec, \Delta_4 = 1$$

$$P_5 = j, \Delta_5 = 1 - (g + h + ef) + gh$$

按式(7-8), 得

$$T = \frac{x_2}{x_1} = j + \frac{ac(1-h) + bd(1-g) + afd + bec}{1 - (g + h + ef) + gh}$$

第三节 网络方程

一、电路方程及其变量

设一个电路有 b 条支路, n_t 个结点。用 b 阶列向量 i 和 u 分别表示 b 个支路电流和支路电压。对各结点的 KCL 可以用以下矩阵形式来表达

$$Ai = 0 \quad (7-9)$$

KCL 还可以写为

$$Q_i i = 0 \quad (7-10)$$

对各回路的 KVL 可以用以下的矩阵形式来表达

$$B_l u = 0 \quad (7-11)$$

结点法以结点电压为一组独立变量, 总共有 $n(n = n_t - 1)$ 个变量。回路法以回路电流为一组独立变量, 总共有 $l(l = b - n)$ 个变量。割集法以割集电压为一组独立变量, 总共有 n 个独立变量。

结点法、回路法和割集法均具有独立变量较少的特点, 但都对支路关系提出一定的限制。

二、列表法(代数形式)

列表法中不要求把支路电流和支路电压消去, 因此各支路关系均可以直接写出。

用拉氏变换形式来写电路方程时, 按 KCL, 有

$$AI=0 \quad (7-12)$$

按 KVL, 有

$$U-A^T U_n=0 \quad (7-13)$$

而支路方程的矩阵形式为

$$FU+HI=U_s+U^i \quad (7-14)$$

式(7-12)~(7-14)中, U 和 I 分别为支路电压列向量和支路电流列向量, U_n 为结点电压列向量, U_s 为独立电源列向量, U^i 为计及电感的初始电流和电容的初始电压形成的附加电源列向量。

这样, 有如下形式的“结点列表方程”。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A} \\ -\mathbf{A}^T & \mathbf{1}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_n \\ U \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ U_s+U^i \end{bmatrix} \quad (7-15)$$

式中 $\mathbf{1}_b$ 为 $b \times b$ 单位阵, \mathbf{F} 和 \mathbf{H} 均为 $b \times b$ 矩阵, \mathbf{A} 为 $n \times b$ 矩阵, 总共有 $2b+n$ 个方程。

如以(基本)割集为依据来表示 KCL 和 KVL, 则可得“割集列表方程”

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_f \\ -\mathbf{Q}_f^T & \mathbf{1}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_t \\ U \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ U_s+U^i \end{bmatrix} \quad (7-16)$$

式(7-16)中, U_t 为树支电压列向量, 方程总数为 $2b+n$ 。

如以(基本)回路为依据来表示 KCL 和 KVL, 则可得“回路列表方程”

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{B}_f^T & \mathbf{0} & \mathbf{1}_b \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_l \\ U \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ U_s+U^i \end{bmatrix} \quad (7-17)$$

式中 I_l 为连支电流列向量, 方程总数为 $2b+l$ 。

例如对图 7-8(a)所示电路, 设所有初始条件均为零值, 其对

应的图如图 7-8(b)所示。则该电路的支路方程中 F 和 H 矩阵分别为

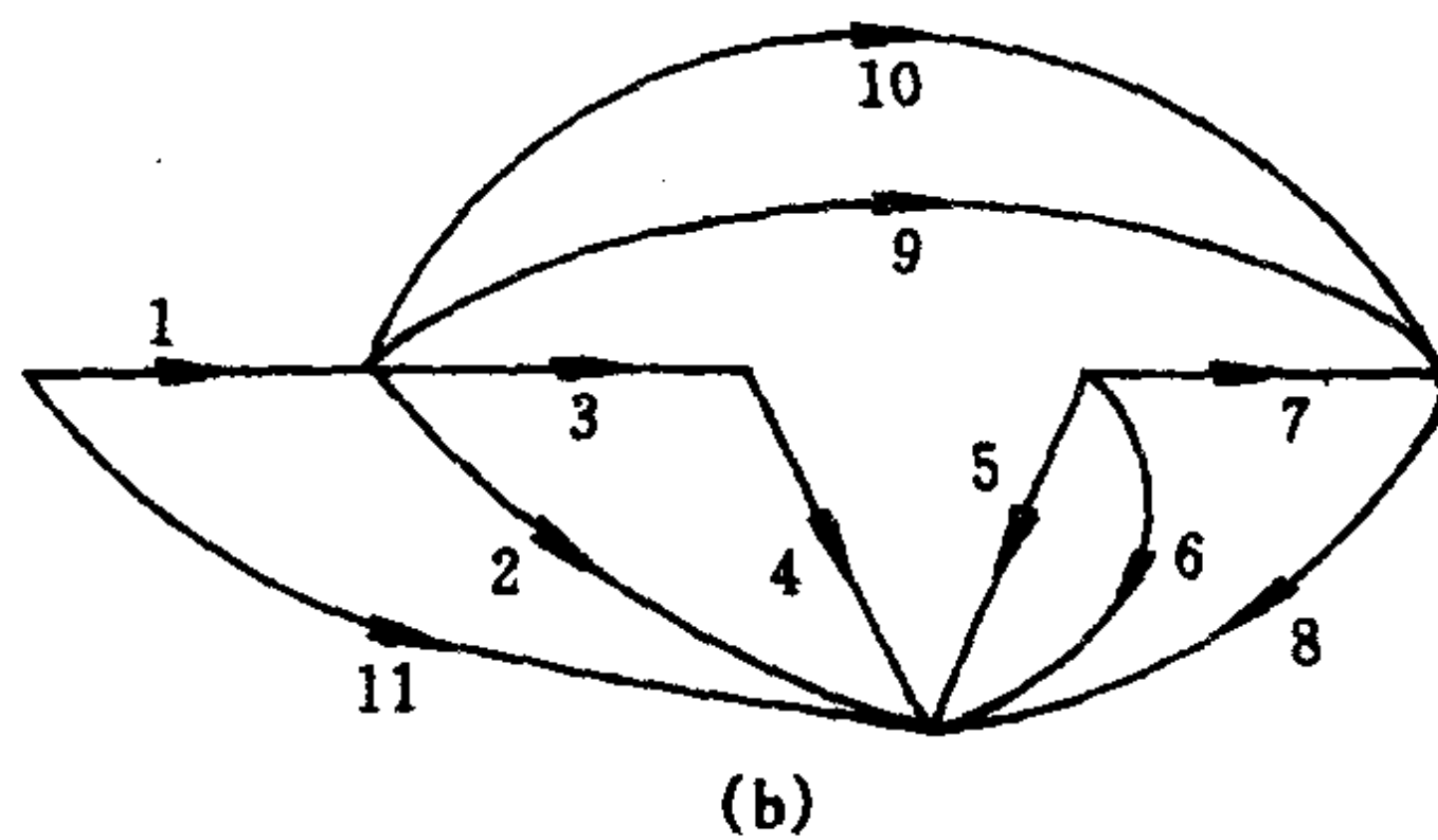
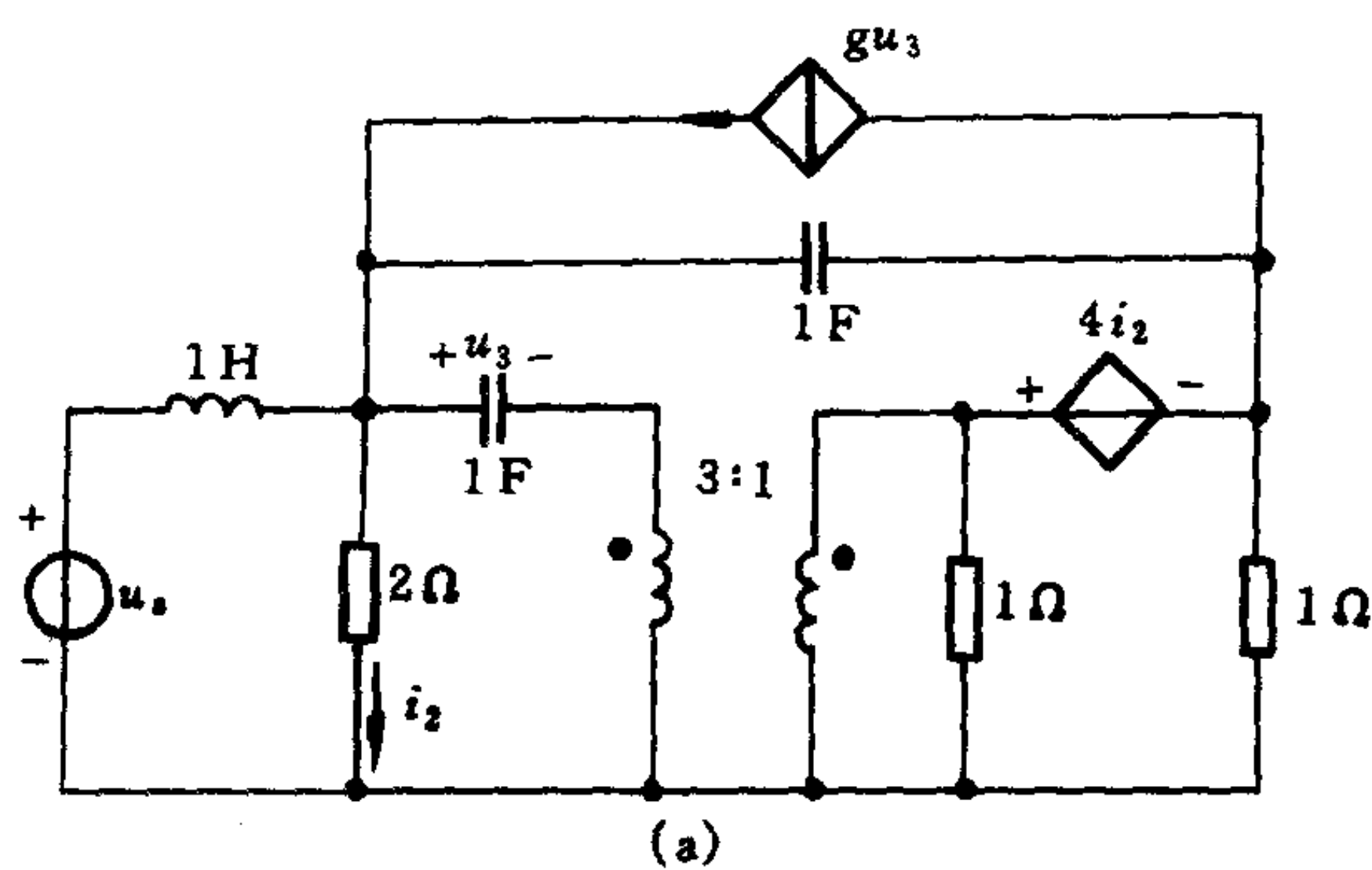


图 7-8 列结点列表方程

$$F = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & 1 & & & & & & & & & \\ & & -s & & & & & & & & \\ & & & 1 & -3 & & & & & & \\ & & & & 0 & & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & -s & & \\ g & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & \cdots \cdots \cdots & 0 & \\ & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} -s & & & & & & & & & & & \\ & -2 & & & & & & & & & & \\ & \vdots & 1 & & & & & & & & & \\ & & & 0 & & & & & & & & \\ & & & 3 & 1 & & & & & & & \\ & & & & & -1 & & & & & & \\ & -4 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & & & & & \\ & & & & & & & -1 & & & & \\ & & & & & & & & 1 & & & \\ & & & & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & & & 0 & \end{bmatrix}$$

而电源列向量为

$$U_s = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_s]^T$$

这样，就很容易写出结点列表方程。

列表法的主要优点在于电路方程的建立比较简单，且便于包括各种类型的元件而不受过多的限制。

三、状态方程

电路的状态方程是电路的动态方程，状态变量是一组独立的动态变量，状态方程就是用状态变量表达的一组独立的一阶微分方程。对由线性非时变元件组成的电路，用状态变量方法编列的方程一般可写成如下形式的微分方程组

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7-18)$$

其中

x —— $n \times 1$ 列向量，它表示一组 n 个独立的状态变量；

u —— $m \times 1$ 列向量，它表示 m 个输入(独立电源)；

A, B 为适当阶数的实系数矩阵， \dot{x} 表示 dx/dt 。

如果电路包含非线性和时变元件，则将有下列形式的状态方程：

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (7-19)$$

式(7-18)和(7-19)的阶数为 n ， n 定义为电路的复杂性阶数。复杂性阶数等于独立的初始条件数，这些初始条件是通过变量来

表示的。

由线性非时变 R 、 $L(M)$ 、 C 元件组成的电路的复杂性阶数等于任何时间 t_0 (特别是 $t_0=0$) 时的独立电感电流和电容电压的数目。所以, 当电路中不存在纯由电感或电感和独立电流源构成的割集, 纯由电容或电容和独立电压源构成的回路, 则复杂性阶数将等于储能元件的总数。当电路中存在上述电感割集(简称 $L-I_s$ 割集)和电容回路(简称 $C-U_s$ 回路)时, 则有

$$n_d = n_{CL} - (n_C + n_L)$$

其中

n_d = 独立状态变量数或复杂性阶数;

n_{CL} = 电容和电感元件的总数;

n_C = 独立 $C-U_s$ 回路数;

n_L = 独立 $L-I_s$ 割集数。

状态方程是一种最紧凑的形式, 它的解法有完整的和系统的解析法。状态方程的主要不足之处是编列过于复杂, 有时甚至不可能形成通常所要求的标准形式。

第四节 网络综合与有源 RC 滤波器

一、网络分析和网络综合

给定一个电路, 要求在给定的激励下计算电路的响应, 这就是电路“分析”。电路的“设计”问题则要求寻找一个“新”的电路, 这个电路在给定的激励下将提供所需求的响应。有一类电路设计方法以严密的数字为依据, 要求较复杂的理论和特殊的算法, 这种设计方法称为“综合方法”。

经典的网络综合问题就是要求按预给的条件, 例如给定一端口的驱动点导抗函数, 或二端口的转移函数, 根据数学方法和一定的步骤来确定一个电路的结构及其构成元件, 使之满足要求。对

于预定的条件，综合问题的解答并不一定存在；如果存在，则在理论上有可能存在无穷多的电路可以满足该预定的条件。这是综合与分析的差别。因此要研究能够满足要求的实际电路存在与否的问题，也就是能否“实现”的问题。

预定的条件往往是根据实际需要而提出的，有时还可能用数据或用图表形式来表达，所以还有必要把要求近似地化成可以实现的函数。这属于逼近理论问题。

二、归一化和去归一化

实际电路中电容值的数量级可小到 10^{-12}F ，电阻值可达 $10^6\Omega$ 或 $10^7\Omega$ 。对于频率范围来说，则从几 Hz 到上千万 Hz。处理这些大小相差甚巨的数，采用“按比例换算”或“归一化”的方法可以避免计算误差。综合理论中涉及的网络函数的性质以及综合方法与函数的系数的大小往往无直接关系，因此采用归一化的方法是有利的。另外，为了制作参考用的通用图表也需要采用归一化频率和元件值。

在网络综合中，为了简化计算起见，往往按归一化的频率来指定网络函数，而待实现的电路就是根据这种频率归一化的网络函数求出的。要使求得的电路的工作频率变成实际值，就需要进行归一化的逆过程，也即频率的“去归一化”。

设 ω_N 为频率去归一化常数， s_N 为归一化(复频率)变量， s 为去归一化后的相应变量，则有

$$s = \omega_N s_N$$

阻抗同样有去归一化的问题。设 z_N 为阻抗的去归一化常数，归一化的阻抗 $Z_N(s)$ 与去归一化的阻抗 $Z(s)$ 之间的关系为

$$Z(s) = z_N Z_N(s)$$

表 7-1 总结了 R 、 L 、 C 频率和阻抗去归一化时的关系

例如图 7-9(a)所示为一个阻抗和频率都经归一化的电路，电压转移函数用归一化频率 s_N 表示时为

表 7-1 R、L、C 频率和阻抗去归一化时的关系

去归一化	R	C	L
$s = \omega_N s_N$	R	C/ω_N	L/ω_N
$Z = z_N Z_N$	$z_N R$	C/z_N	$z_N L$
频率和阻抗	$z_N R$	$C/\omega_N z_N$	$z_N L/\omega_N$

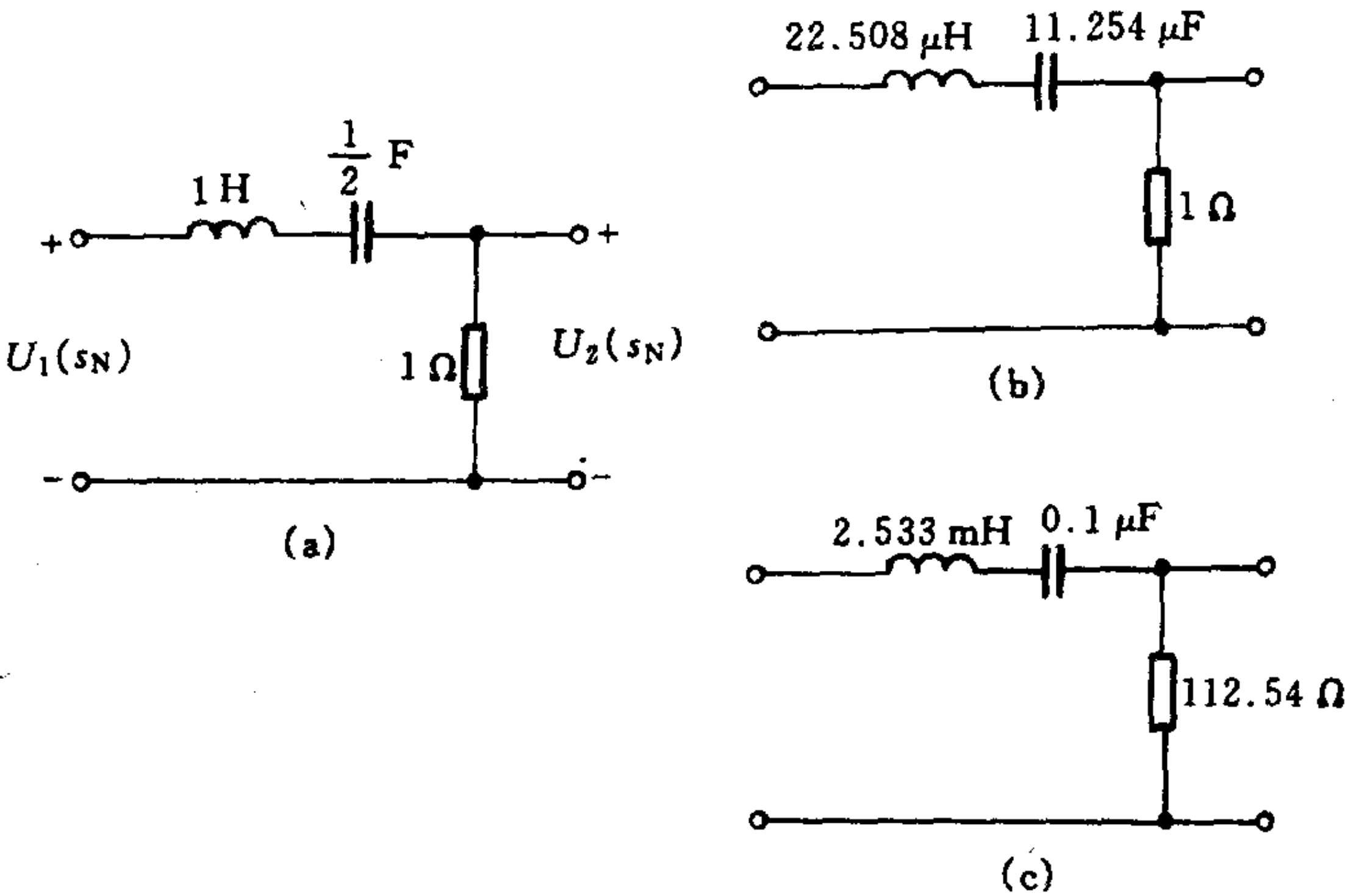


图 7-9 去归一化举例

$$H(s_N) = \frac{U_2(s_N)}{U_1(s_N)} = \frac{s_N}{s_N^2 + s_N + 2}$$

上式为一带通函数，其中心角频率为 $\sqrt{2}$ rad/s(中心频率等于分母的常数项的平方根)。

如果要求把归一化频率化为 10kHz，则频率去归一化常数为

$$\omega_N = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \times 10^4 = 4.4429 \times 10^4$$

用 $s/(4.4429 \times 10^4)$ 代入 $H(s_N)$ ，得去归一化后的转移函数

$$H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)}$$

$$= \frac{4.4429 \times 10^4 s}{s^2 + 4.4429 \times 10^4 s + 39.479 \times 10^8}$$

参考表 7-1, 频率去归一化后的元件值如图 7-9(b) 中所示。

如果要求电路中的电容值等于 $0.1 \mu\text{F}$, 则阻抗去归一化常数 z_N 可计算如下。由于现在要求电容的阻抗为

$$Z(s) = 1/(s \times 10^{-7}),$$

而

$$Z_N(s) = 1/(s \times 11.254 \times 10^{-6})$$

因此

$$z_N = \frac{Z(s)}{Z_N(s)} = 112.54$$

按表 7-1, 可求得阻抗去归一化后电路的元件值如图 7-9(c) 中所示。

三、有源 RC 电路

(一) 一般导抗转换器(GIC)

如果一个二端口在端口 2-2' 联接有阻抗 $Z_2(s)$, 在端口 1-1' 的驱动点阻抗 $Z_{1d}(s)$ 是 $K_c(s)Z_2(s)$ 或 $K_c(s)/Z_2(s)$, 则此二端口称为一般导抗转换器。对于一个二端口(见图 7-10), 用 A 、 B 、 C 、 D 参数表示时, 其方程为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

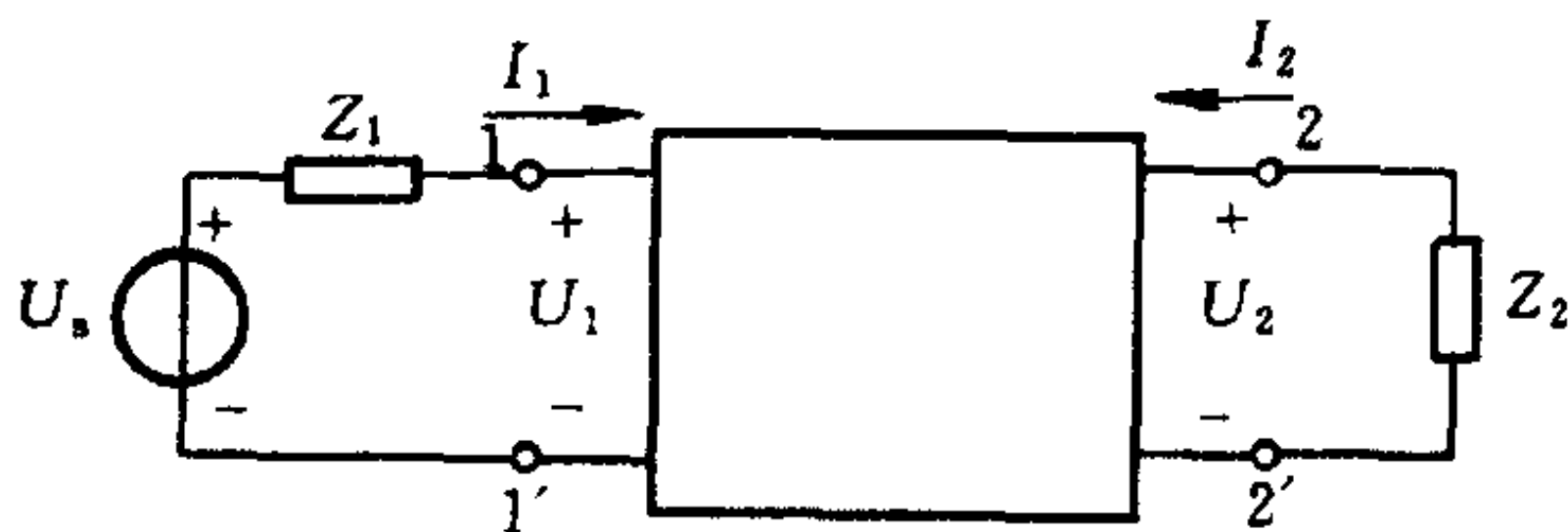


图 7-10 用二端口的参数表示 GIC

由于 $U_2 = -I_2 Z_2$, 故得

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{B + AZ_2}, \quad -\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{D + CZ_2}$$

驱动点阻抗或输入阻抗为

$$Z_{1d} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{AZ_2 + B}{CZ_2 + D}$$

若 $B=C=0$; $A, D \neq 0$, 则有

$$Z_{1d}(s) = \frac{A(s)}{D(s)} Z_2(s) = K_c(s) Z_2(s) \quad (7-20a)$$

所以这个二端口具有阻抗变换作用。

若 $A=D=0$; $B, C \neq 0$, 则有

$$Z_{1d}(s) = \frac{B(s)}{C(s)} \frac{1}{Z_2(s)} = \frac{K_c(s)}{Z_2(s)} \quad (7-20b)$$

所以这种 GIC 具有阻抗逆转性质。

(二) 负阻抗变换器

按式(7-20a), 若 $K_c(s)$ 为一常数, 则可获得不同形式的阻抗变换 GIC, 如果令

$$A = -k_1, \quad D = 1/k_2$$

$k_1, k_2 > 0$ 且为实常数, 则可以获得一个所谓电压反向型负阻抗变换器(VNIC), 这时有

$$U_1 = -k_1 U_2, \quad I_1 = -I_2/k_2$$

$$Z_{1d} = -k_1 k_2 Z_2$$

通过二端口的电流没有改变方向, 电压的大小按比例变化且反向。

如果令

$$A = k_1, \quad D = -\frac{1}{k_2}$$

$k_1, k_2 > 0$ 且为实常数, 则可获得一个电流反向型负阻抗变换器(CNIC), 这时有

$$U_1 = k_1 U_2, \quad I_1 = I_2/k_2$$

$$Z_{1d} = -k_1 k_2 Z_2$$

电流反向, 电压则不然。

(三) GIC 的实现

图 7-11 所示由两个运放组成的 GIC 电路在有源 RC 滤波器

中取得了广泛应用。它可以用来实现仿真电感，FDNR 等。

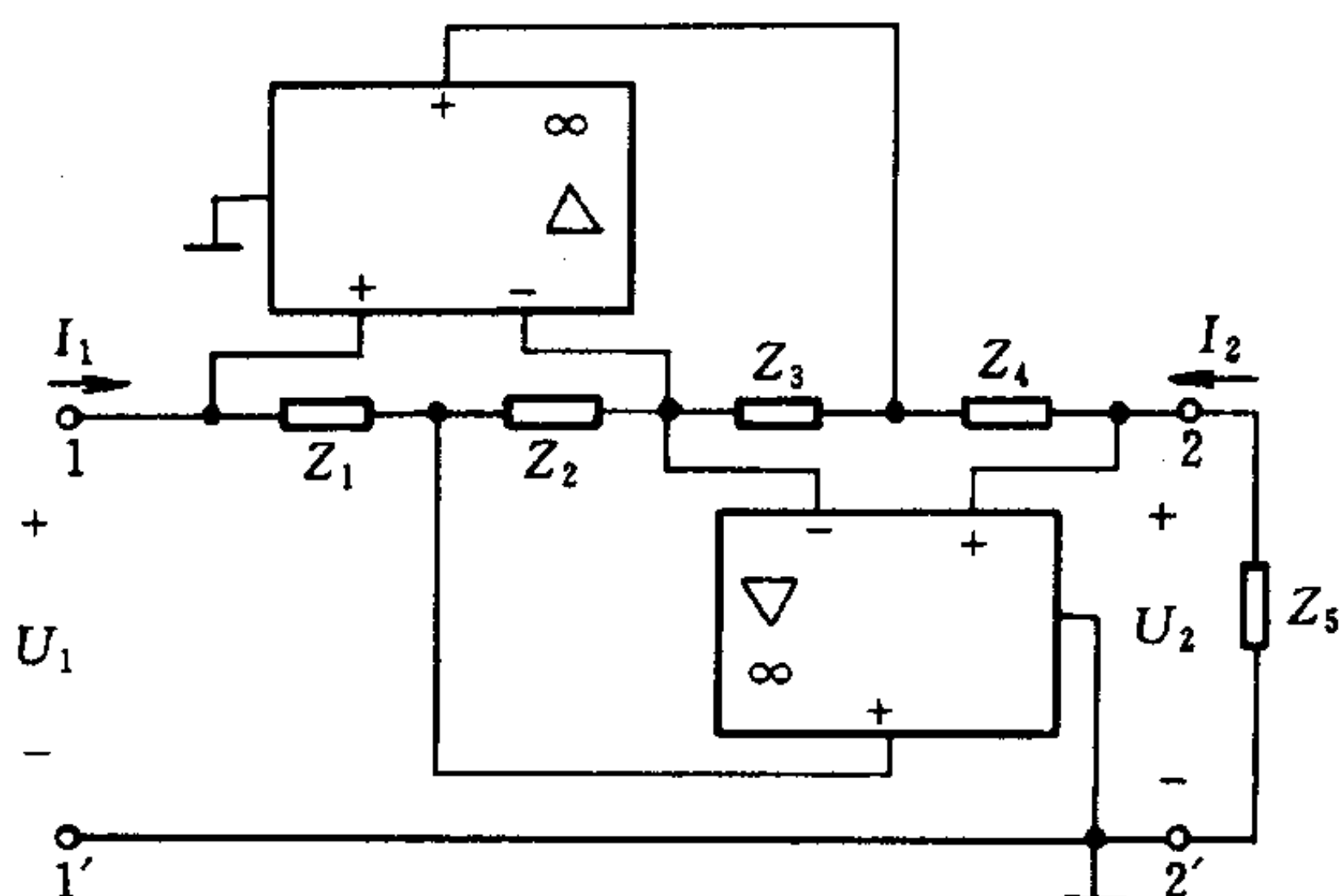


图 7-11 GIC 电路

设运放的增益为无穷大，按图 7-11 可以得出此二端口的方程为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

它的传输参数为： $A=1$ ， $D=Z_2 Z_4 / Z_1 Z_3$ ， $B=C=0$ ，而 $K_c = Z_1 Z_3 / Z_2 Z_4$ 。设端口 2-2' 接有阻抗 Z_5 ，则

$$Z_{1d} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}, \quad Y_{1d} = \frac{Y_1 Y_3 Y_5}{Y_2 Y_4} \quad (7-21)$$

为了获得仿真电感，可以令 $Z_1=R_1$ ， $Z_2=1/sC_2$ ， $Z_3=R_3$ ， $Z_4=R_4$ ， $Z_5=R_5$ ，这样

$$Z_{1d} = \frac{sR_1 C_2 R_3 R_5}{R_4} = sL_{eq}$$

$$L_{eq} = \frac{R_1 C_2 R_3 R_5}{R_4}$$

同理，可以令 $Z_4=1/sC_4$ ，其余均为电阻，则有

$$Z_{1d} = \frac{sR_1 R_3 C_4 R_5}{R_2}, \quad L_{eq} = \frac{R_1 R_3 C_4 R_5}{R_2}$$

(四) 频率相关负电阻(FDNR)

FDNR 是一个二端有源元件，其阻抗或导纳按下式定义

$$Z(s) \stackrel{\text{def}}{=} 1/Ds^2, \quad Y(s) \stackrel{\text{def}}{=} Ds^2$$

当 $s=j\omega$ 时，有

$$Z(j\omega) = -1/\omega^2 D, \quad Y(j\omega) = -\omega^2 D$$

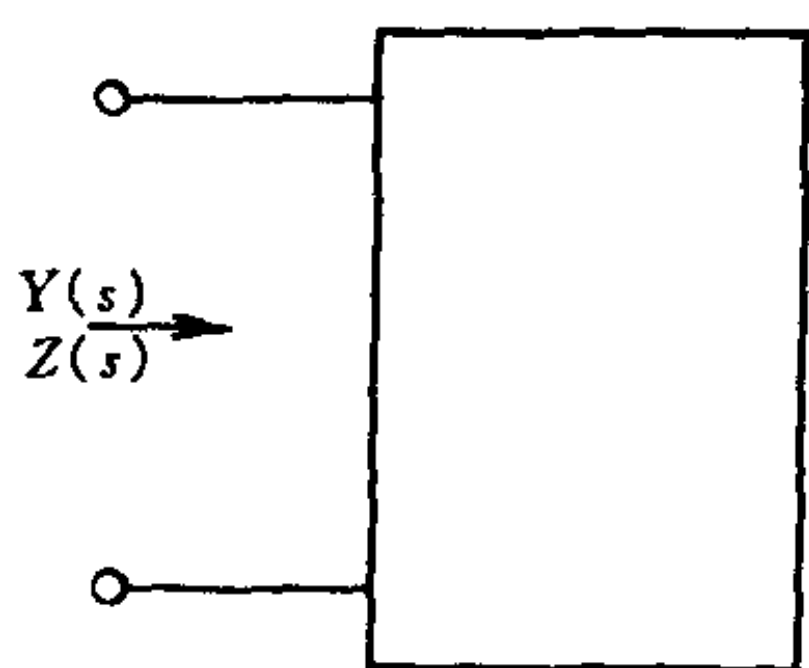
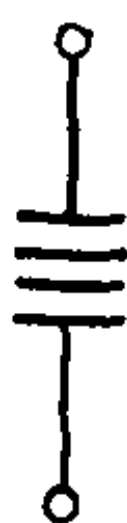


图 7-12 FDNR



所以复阻抗为一个负实数，且随频率而变。其电路符号示于图 7-12 中。它的单位用 Fs(法秒)来表示。

FDNR 可以用图 7-11 所示 GIC 电路来实现。

有三种可能的选择。如果令 $Y_1 = sC_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = sC_3$, $Y_4 = G_4$, $Y_5 = G_5$ (见图 7-13), 则按式(7-21)有

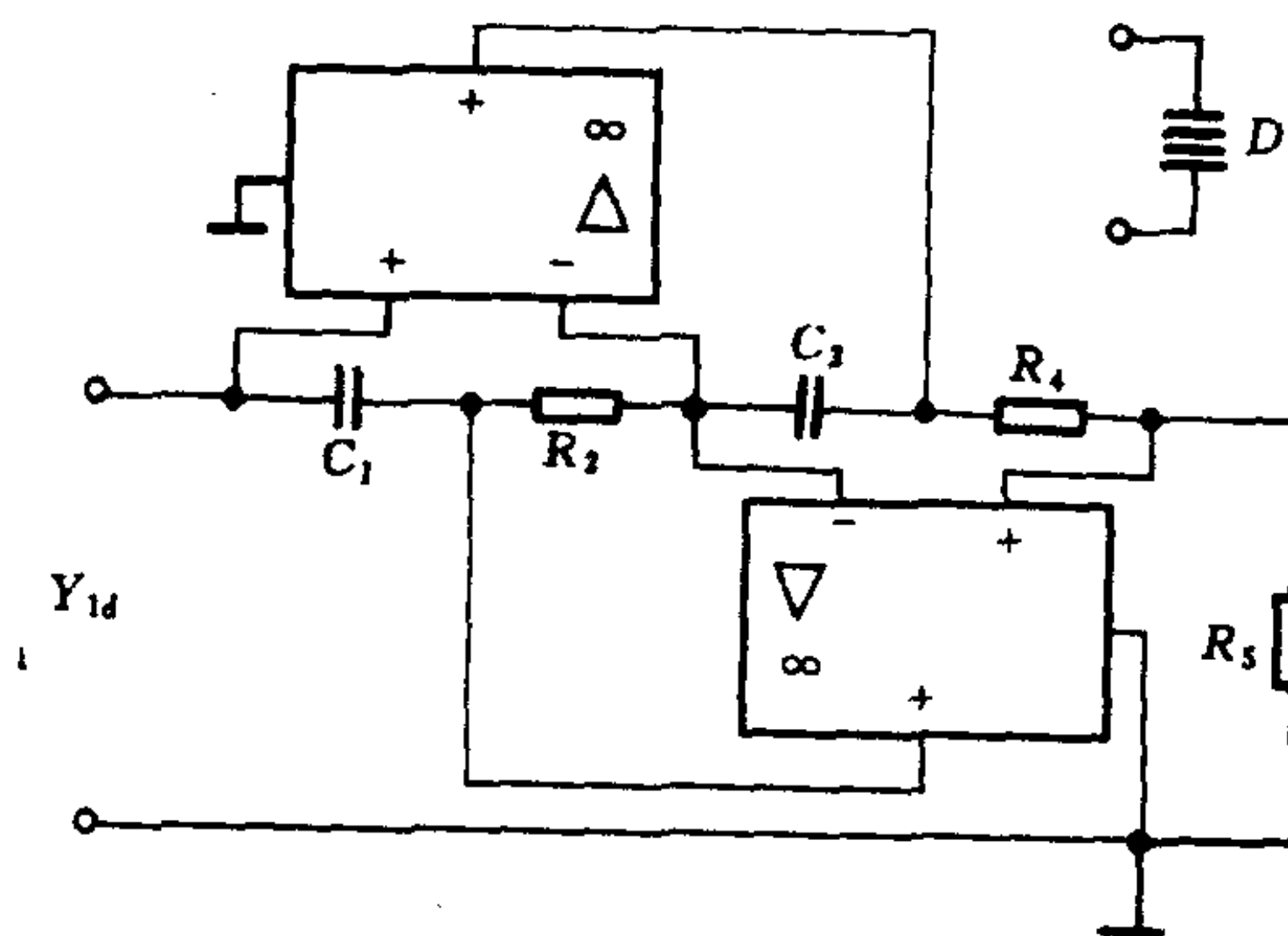


图 7-13 FDNR 的实现

$$Y_{1d} = \frac{s^2 C_1 C_3 G_5}{G_2 G_4} = s^2 D$$

因此, $D = C_1 C_3 G_5 / G_2 G_4$

如果令 $Y_1 = sC_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = G_3$, $Y_4 = G_4$, $Y_5 = sC_5$, 则有

$$Y_{1d} = \frac{s^2 C_1 G_3 C_5}{G_2 G_4}$$

第三种选择为 $Y_1 = G_1$, $Y_2 = G_2$, $Y_3 = sC_3$, $Y_4 = G_4$, $Y_5 = sC_5$, 则有

$$Y_{1d} = \frac{s^2 G_1 C_3 C_5}{G_2 G_4}$$

四、有源 RC 滤波器

(一) 滤波器的分类

本节介绍的滤波器主要是用来把输入中不需要的频率分量加以抑制,而在输出中保留所需要的频率分量,因而这种“滤波”实质上是一种选频传输。

滤波器有无源滤波器和有源滤波器,同无源 RLC 滤波器相比,有源滤波器有许多优点,其中主要有:(1)尺寸小,重量轻;(2)采用集成工艺可以大批量生产,价格低,可靠性高;(3)设计和调试均较简便;(4)可以提供增益;(5)有可能与数字电路集成在同一单片上形成一个系统。有源滤波器也有不足之处,主要是:(1)适用频率范围受到有源器件有限带宽的限制;(2)受元件值的容差和漂移的影响较大;(3)需用电源,功耗较大。

滤波器按功能的不同可分为:低通(LP);高通(HP);带通(BP);带阻(BR)和全通(AP)。本节只介绍前3种。

1. 低通滤波器

低通滤波器的功能是让自直流到指定截止频率的低频率分量顺利地通过,而使高频率分量受到很大的衰减。

低通函数 $H_{LP}(s)$ 的一般形式写为

$$H_{LP}(s) = \frac{H_0}{D(s)}$$

其中 H_0 为常数, $D(s)$ 为 s 的多项式。在直流下, $|H(j\omega)|$ 不为零。

二阶低通电压转移函数的一般形式可写为

$$H_{LP}(s) = \frac{U_0(s)}{U_{in}(s)} = \frac{H_0 \omega_n^2}{s^2 + (\omega_n/Q_n)s + \omega_n^2} \quad (7-22)$$

式中 H_0 为直流增益, ω_n 有时称为无阻尼自然频率。

2. 高通滤波器

高通滤波器的功能是让高于指定截止频率的频率分量顺利通过, 而使自直流到指定的阻带频率的低频分量受到衰减。

高通函数的一般形式可写成

$$H_{HP}(s) = \frac{H_0 s^n}{D(s)}$$

式中 $D(s)$ 表示分母多项式, 其次数为 n , H_0 为一常数。

二阶高通函数的一般形式可写为

$$H_{HP}(s) = \frac{H_0 s^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (7-23)$$

式中 H_0 为 $s = \infty$ 的增益。

3. 带通滤波器

带通滤波器的功能是让有限频带内的频率分量顺利通过, 而让频带外的低频和高频分量受到抑制。

设带通滤波器的两个截止频率分别为 ω_1 和 ω_2 , 且有 $\omega_2 > \omega_1 > 0$, 则带通函数的带宽 BW 定义为

$$BW = \omega_2 - \omega_1$$

通带中心频率 ω_0 定义为

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

带通函数 $H_{BP}(s)$ 的一般形式可写为

$$H_{BP}(s) = \frac{H_0 s^{n/2}}{D(s)}$$

其中 H_0 为一常数, n 为分母多项式 $D(s)$ 的次数, n 总是偶数。

设谐振频率用 ω_n 表示, 品质因数用 Q 表示, 则 Q 定义为

$$Q = \frac{\omega_n}{BW}$$

式中 $BW = \omega_2 - \omega_1$, ω_2 和 ω_1 为幅值从在 ω_n 的峰值下降 3dB 所在的频率。 BW 就称为 3dB 带宽。

二阶带通函数可以写为

$$H_{BP}(s) = \frac{H_0(\omega_n/Q)s}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2}$$

(二) 逼近方法简介

滤波器的设计还涉及逼近问题, 就是要寻找可实现的有理函数, 它的幅值特性在允许范围内能满足指定的要求。常用的逼近函数有 Butterworth 函数, Chebyshev 函数, 椭圆函数等。

(三) 灵敏度

灵敏度说明电路特性随电路参数变化所产生影响程度的大小。实际电路元件都有一定的容差, 而且随温度、湿度等环境影响以及老化程度还会偏离其标称值, 所以根据元件标称值设计的电路, 它的性能不可能完全符合标称设计的要求。用来实现同一指定函数的滤波电路往往可以采用许多不同的结构, 或者即使用同一电路结构, 但各元件的参数可以有不同的选择, 由此而获得各个电路的性能随各元件变化的程度还可能有所差别。这个问题对有源滤波器比之对无源滤波器更为显著。

一个网络函数 N 对一个电路参数 x 的灵敏度或相对灵敏度(用 S_x^N 表示)定义为

$$S_x^N \triangleq \frac{\partial N}{\partial x} \frac{x}{N} = \frac{\partial N}{N} / \frac{\partial x}{x} = \frac{\partial(\ln N)}{\partial(\ln x)}$$

上式定义的灵敏度称为归一化灵敏度以区别于非归一化灵敏度。

(四) 单放大器双二次节

一般双二次滤波函数可以写为

$$\begin{aligned} H(s) &= H_0 \frac{s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \\ &= H_0 \frac{s^2 + (\omega_z/Q_z)s + \omega_z^2}{s^2 + (\omega_p/Q_p)s + \omega_p^2} \end{aligned}$$

式中 H_0 是一个常数, 下标 “ p ” 和 “ z ” 分别用来表示 “极点” 和

“零点”。 $H(s)$ 的零点可以是实数或复数，且可以位于复平面上，包括右半平面的任何地方。二阶低通、高通、带通函数都可以看作是一般双二次函数的特殊情况。

用来实现双二次函数的滤波电路称为双二次节。双二次节(有时简称为二次节)可以看作是二阶滤波器的一种统称。双二次节是有源 RC 滤波器的一个基本环节。

高阶有源 RC 滤波器依据不同的构成原理有几种结构形式，其中之一是级联形式，它是由一系列链联起来的双二次节构成的，如图 7-14 所示。

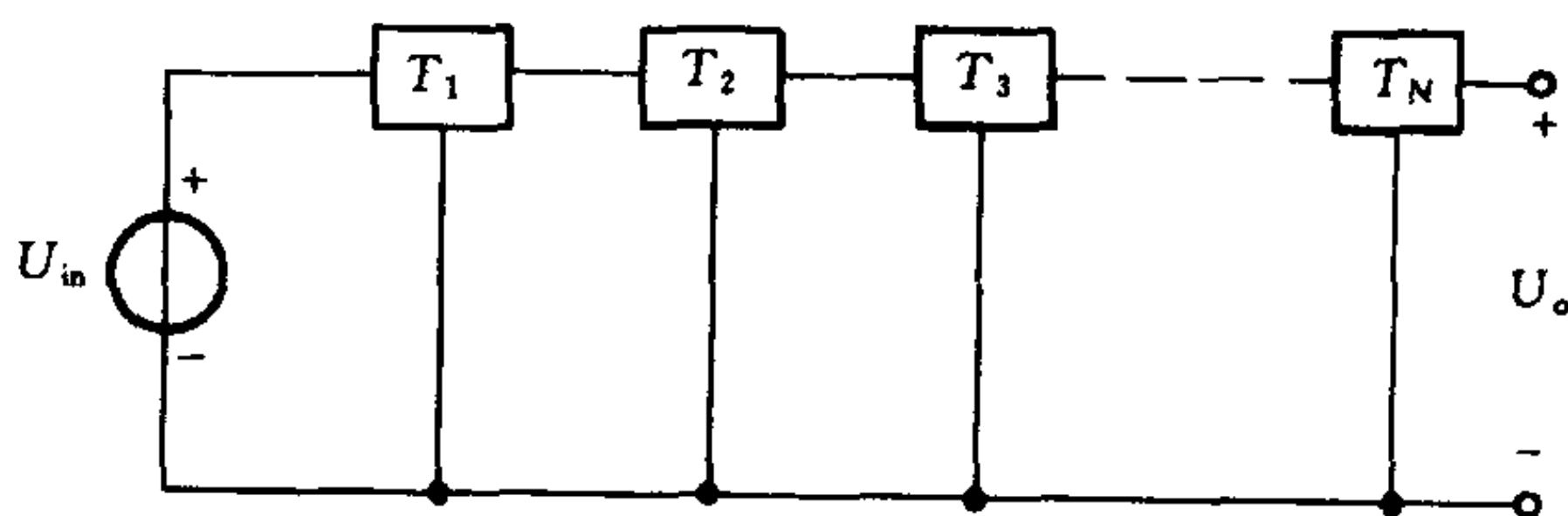


图 7-14 双二次节的级联

如果后一环节的输入阻抗远大于前一环节的输出阻抗，则近似有

$$U_o(s) = T_1(s)T_2(s) \cdots T_N(s)U_{in}(s)$$

式中 $T_i(s)$ 表示第 i 环节的(电压)转移函数。这样

$$T(s) = \frac{U_o(s)}{U_{in}(s)} = T_1(s)T_2(s) \cdots T_N(s)$$

可见，要实现一个高阶偶次的转移函数 $T(s)$ ，就可以采用双二次节的级联实施。这时可以把 $T(s)$ 写为

$$T(s) = \prod_{i=1}^N T_i(s)$$

其中每一个 $T_i(s)$ 对应一个双二次节， N 则取决于 $T(s)$ 的次数。如果待实现的转移函数是奇次的，则可取其中一个环节，让它实现一个一次或三次函数，其余的仍用双二次节。

用来实现双二次节的电路有多种不同的基本结构。图 7-15 示

出了单放大器双二次节的结构，三角形图形符号表示电压放大器。

另外一种情况是让电压放大器的增益 K 为无限大，如图 7-16 所示。

(五) 二阶滤波器

图 7-17 所示的二阶有源 RC 低通滤波器是 Sallen 和 Key 提出的。按所示电路结构，不难看出它是一种 K 为正值的单放大器双二次节，其中 $K=1+R_b/R_a$ 。

图 7-18 所示是 Sallen-Key 二阶带通电路，其中

$$R_b = (K-1)R_a$$

它是一种 K 为正值的单放大器双二次节。

图 7-19 所示为 Sallen-Key 二阶高通电路，它是正增益单放大器二次节。

除了单放大器二次节外，还有二运放双二次节和三运放双二次节等。

(六) 高阶滤波器实现方法

除了前面介绍的用双二次节级联来实现高阶滤波器外，实现高阶滤波器的方法还有仿真电感法、

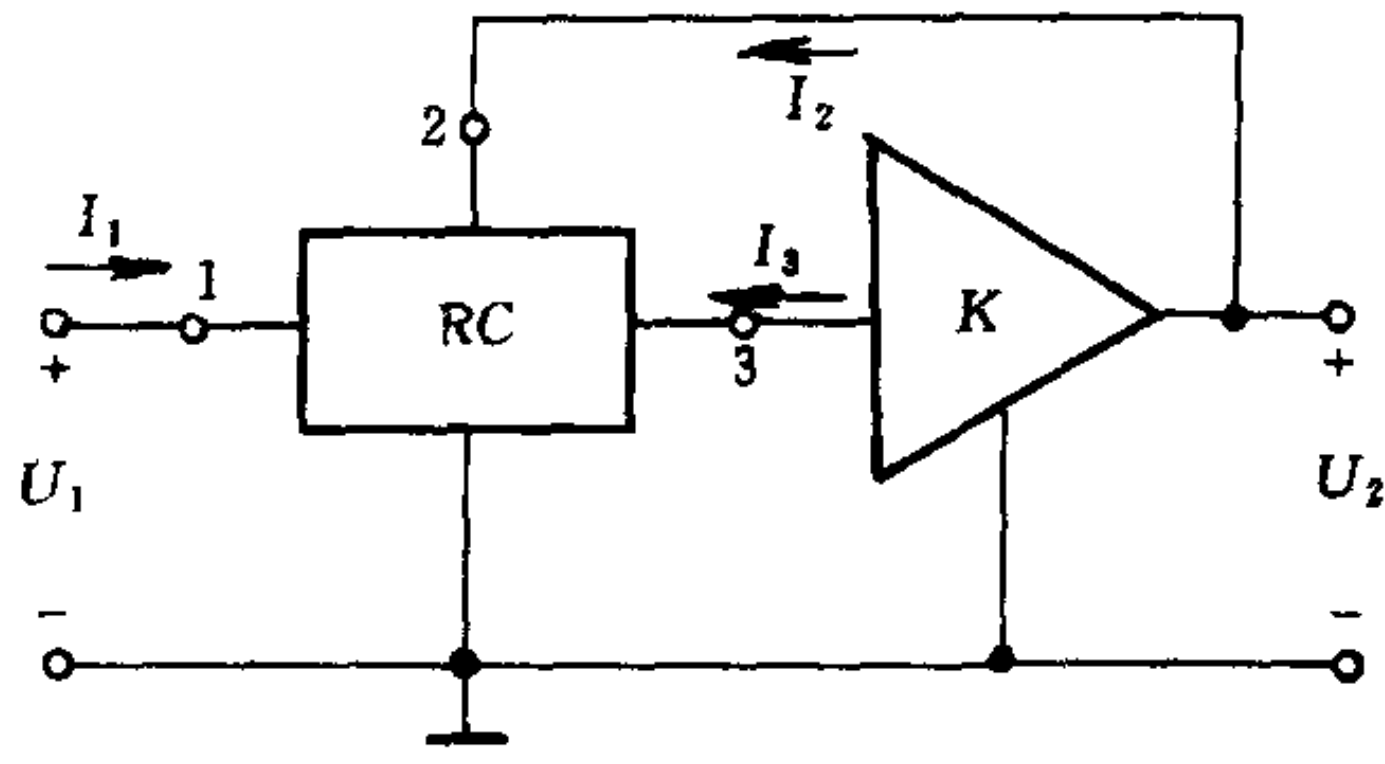


图 7-15 单放大器双二次节

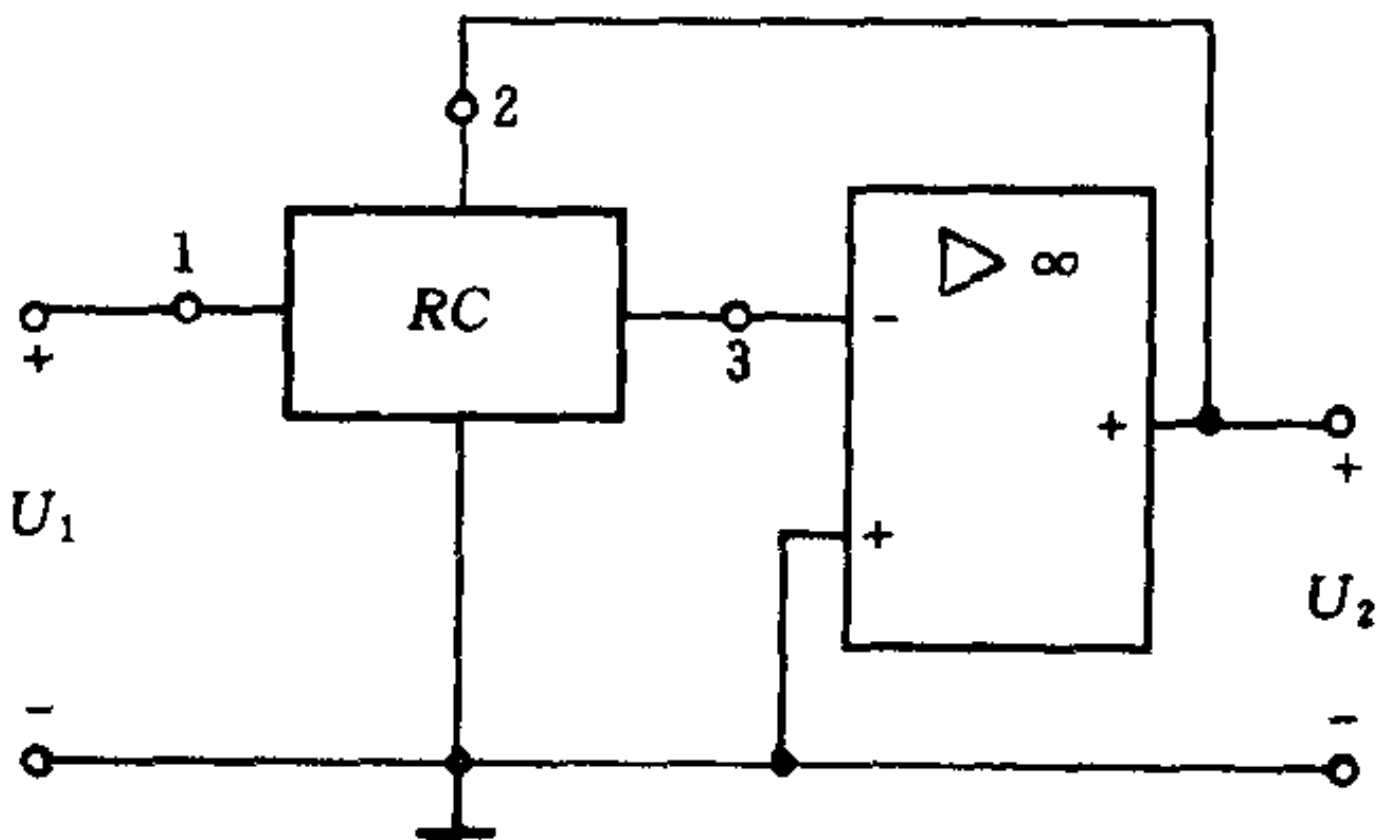


图 7-16 无穷增益双二次节

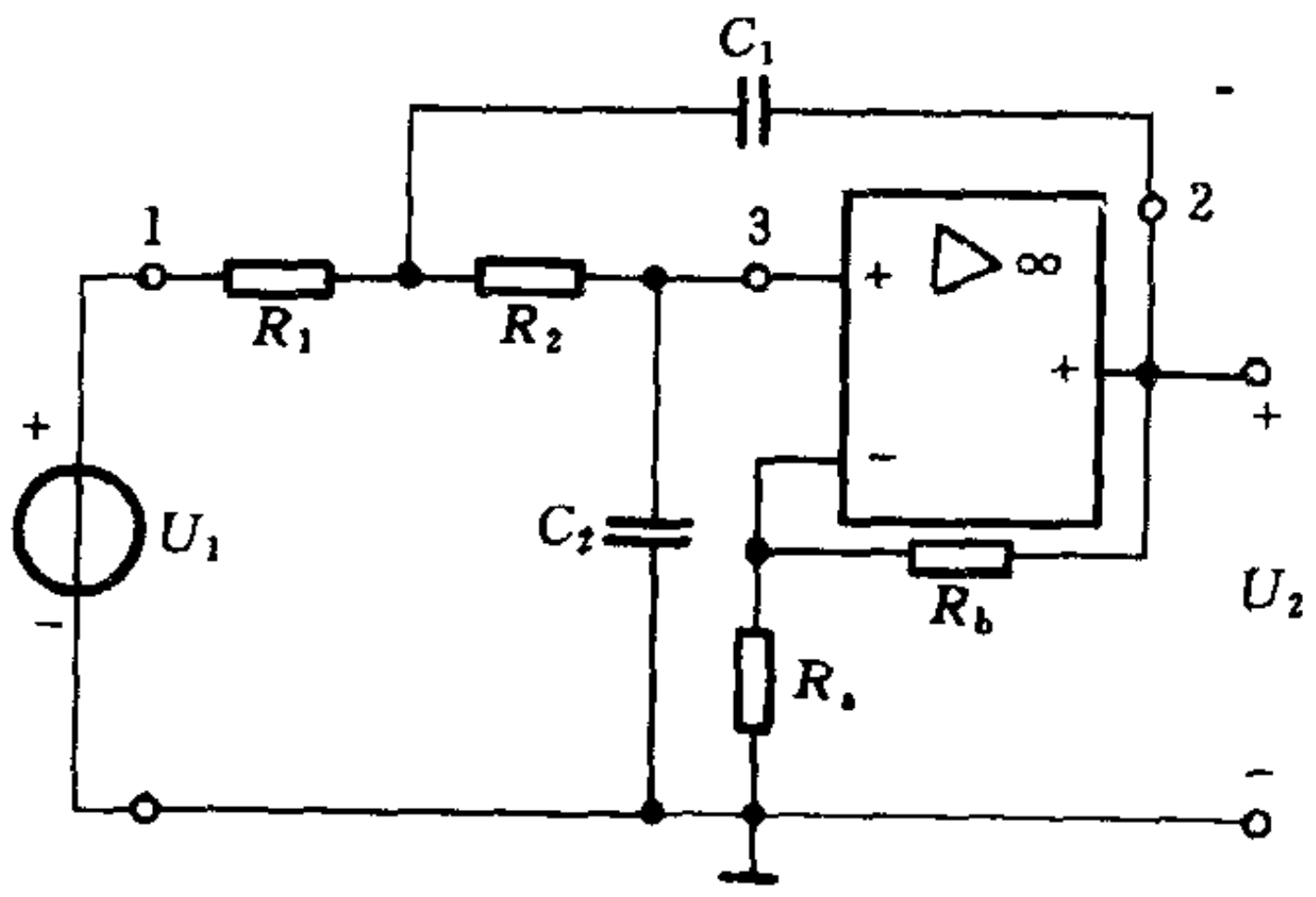


图 7-17 Sallen 和 Key LP 电路

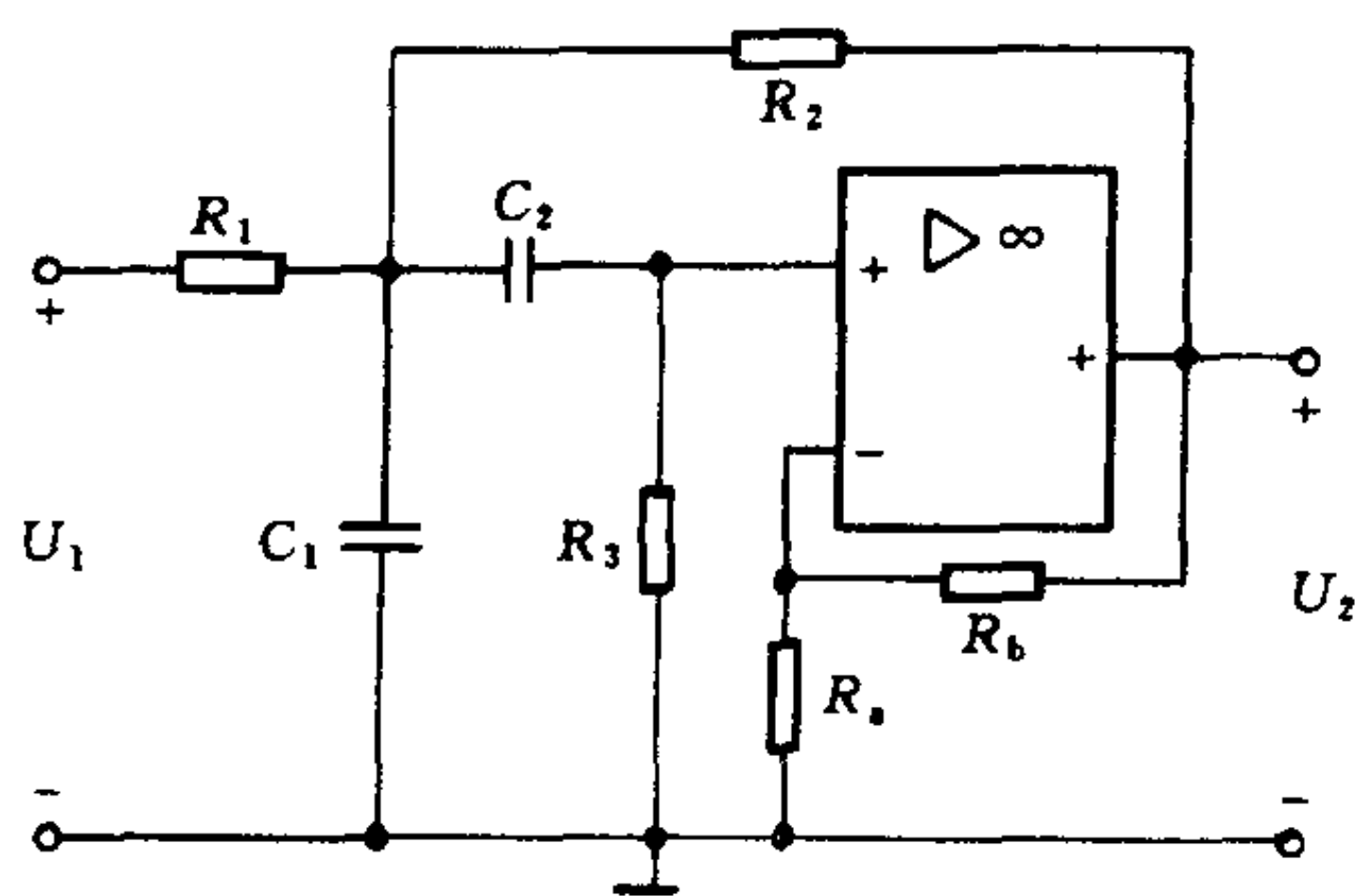


图 7-18 Sallen-Key BP 电路

FDNR 法和 LF 法，这里仅介绍仿真电感法和 FDNR 法。

1. 用仿真电感实现的高阶滤波器

以具有双端接电阻的无源 LC 梯形电路为原型的有源 RC 滤波电路(有时称为有源 RC 梯形滤波器)

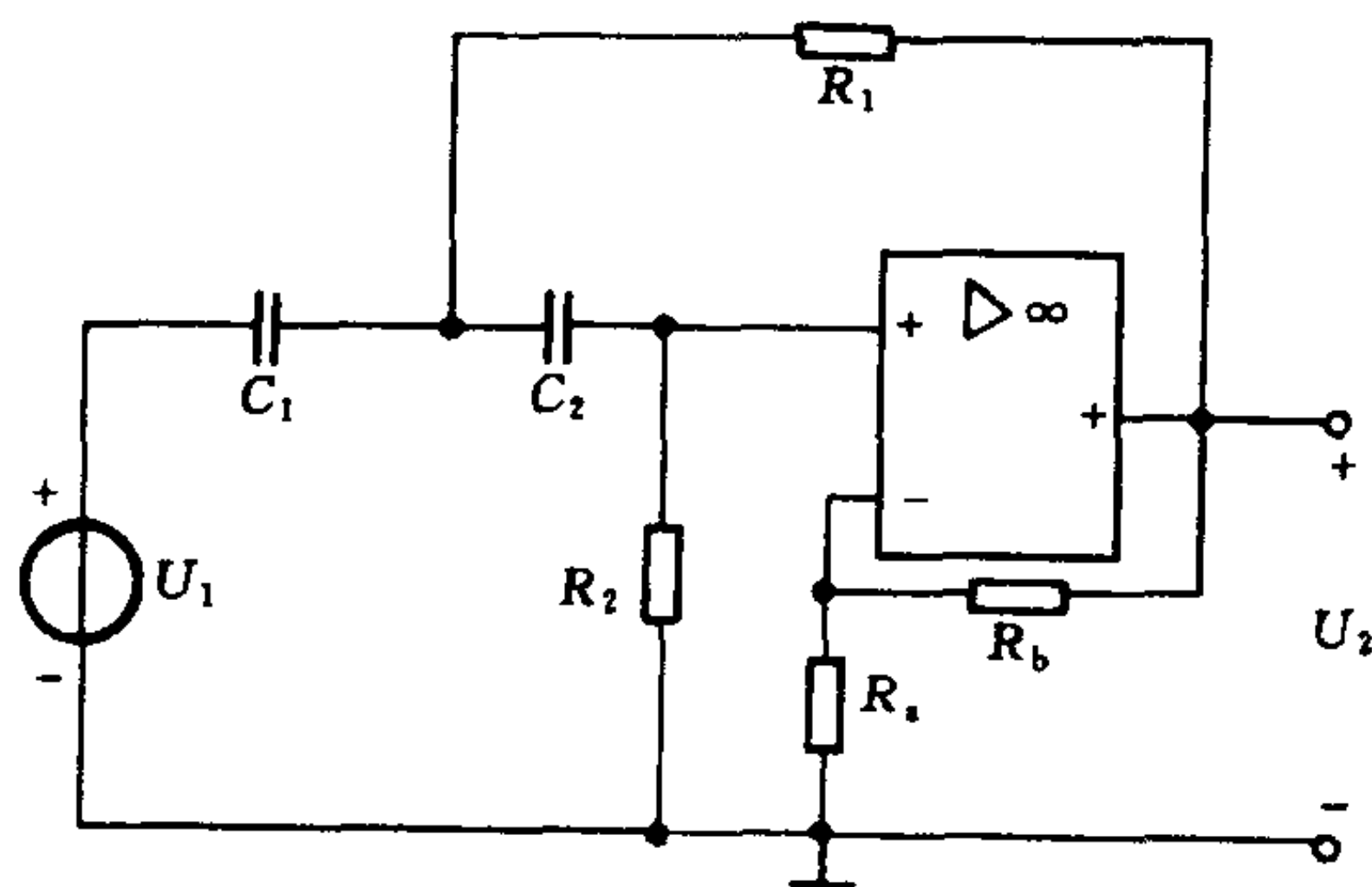


图 7-19 Sallen-Key HP 电路

可以用几种不同的方法来形成。用仿真电感来实现是一种比较简单可行的方法，其基本思想就是用仿真电感来代替无源梯形电路中的电感。仿真电感一般采用图 7-20 所示由二个运放构成的电路实现。这种仿真电感有一端必须接地，所以这种方法适用于高通电路。

设计步骤可归纳如下：

(1) 按照给定高通函数的要求，参考具有双端接电阻无源 LC 梯形电路的设计图表，确定电路及其元件值，一般宜用归一化数据。所得电路为原型电路；

(2) 设计用来代替原型电路中各电感的仿真电路，用归一化

电阻和电容值；

(3) 按实际要求，求出去归一化后的电阻和电容值。

下面通过一个例子介绍这种方法。图 7-21(a)所示为一个归一化的五阶 Butterworth 高通电路，同图(b)为用仿真电感代替后的电路。仿真电感采用图 7-20(a)所示电路。无源电路中的两个电感值相等且为 0.618H 。故令图 7-20(a)中的电阻

$R_1 = R_3 = R_4 = 1\Omega$, $C_2 = 1\text{F}$, $R_5 = 0.618\Omega$ 。

设要求的实际截止效率为 10^4rad/s ，两个端接电阻为 500Ω ，则去归一化后所有电容均应乘以 0.2×10^{-6} ，所有电阻应乘以 500。

2. 用 FDNR 实现的高阶滤波器

用 FDNR 设计的有源 RC 滤波器仍以梯形无源电路为基础，但需要先经过一次变换。对于图 7-22(a)所示无源梯形电路，如果以任意常数 α 去乘电路中的各个阻抗，则不会影响电压转移函数 $U_o(s)/U_{in}(s)$ 。同理，以 K/s 去乘各个阻抗，其中 K 为任意常数，经变换后的电路的电压转移函数仍将与原电路的相同。但是电路中的各元件性质发生了改变，具体结果如图 7-22(b)所示。原无源电路中的电阻和电感分别变换为电容和电阻，电容则变换为 FDNR，这是因为

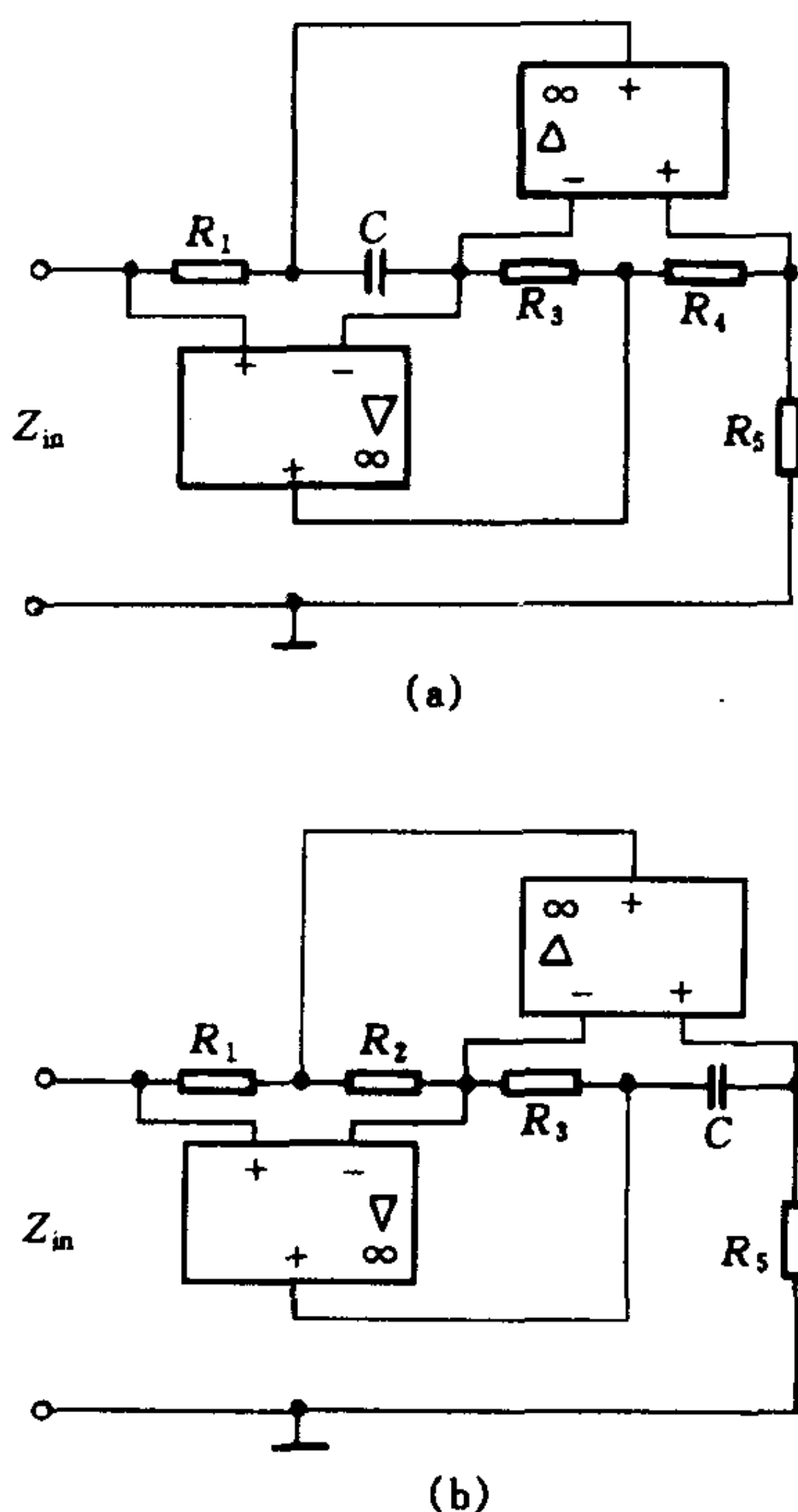


图 7-20 仿真电感

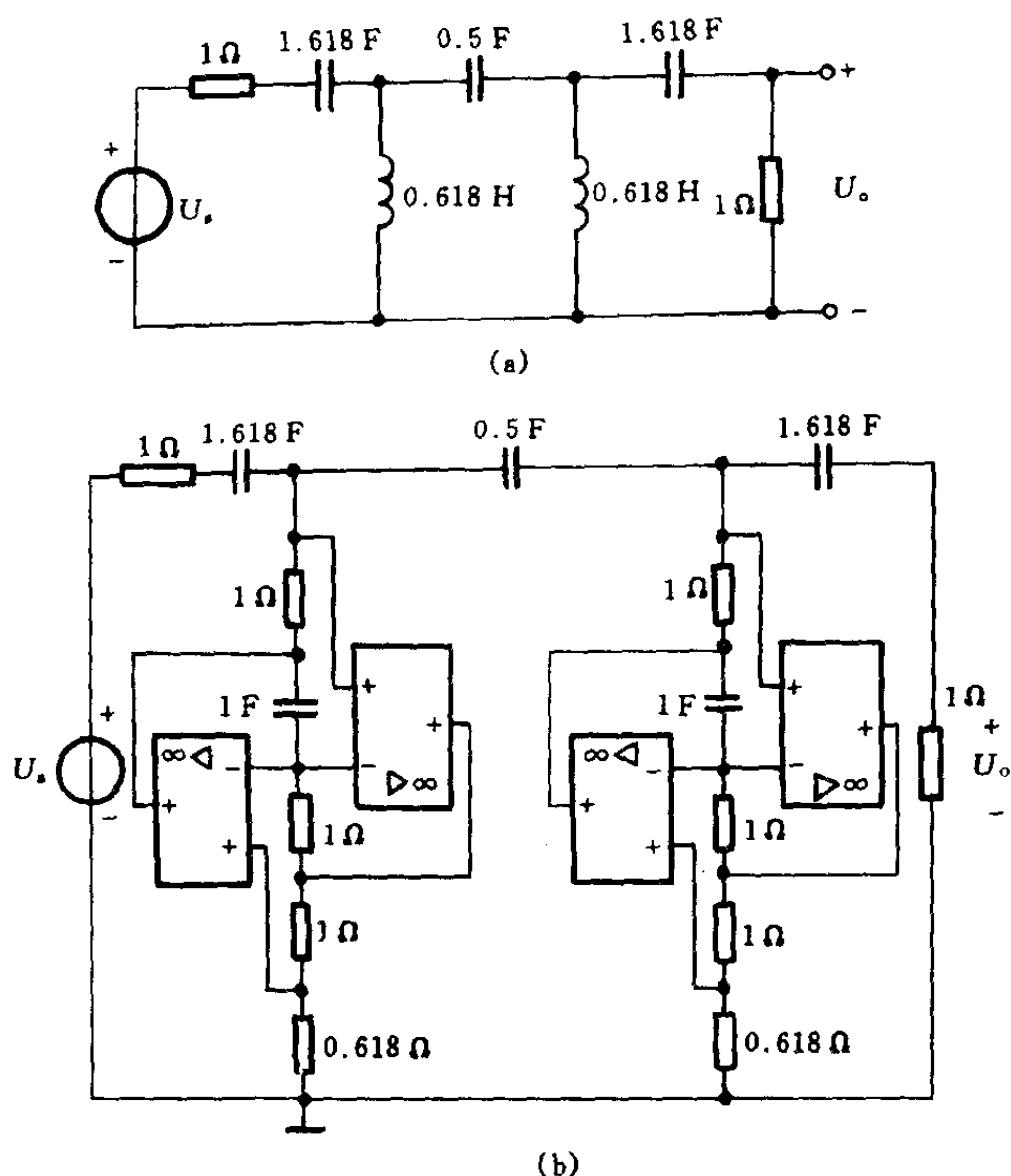


图 7-21 用仿真电感实现的五阶高通电路

$$Z(s) = \frac{K}{s} \cdot \frac{1}{sC} = \frac{K}{s^2C} = \frac{1}{s^2D}$$

式中 $D=C/K$ 。所以这种变换称为 $RLC:CRD$ 变换。

用 GIC 构成的 FDNR 一般应当有一端接地, 所以这就要求未经 $RLC:CRD$ 变换的原型电路中的电容接地。所以用 FDNR 实现的滤波器宜为低通性质。

设计步骤归纳如下:

- (1) 参照有关图表设计满足预给要求的无源 RLC 低通电路 (具有双端接电阻的 LC 梯形电路);
- (2) 把所得原型电路用 $RLC:CRD$ 变换加以改变;

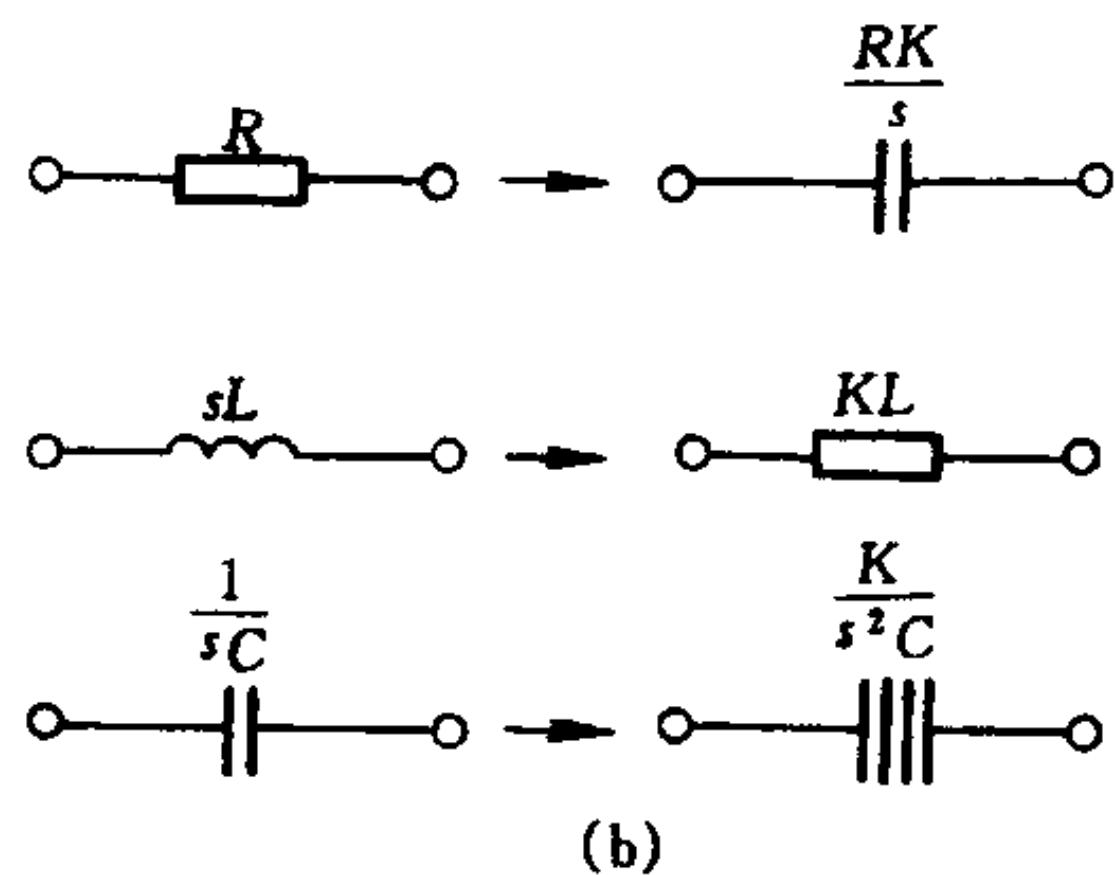
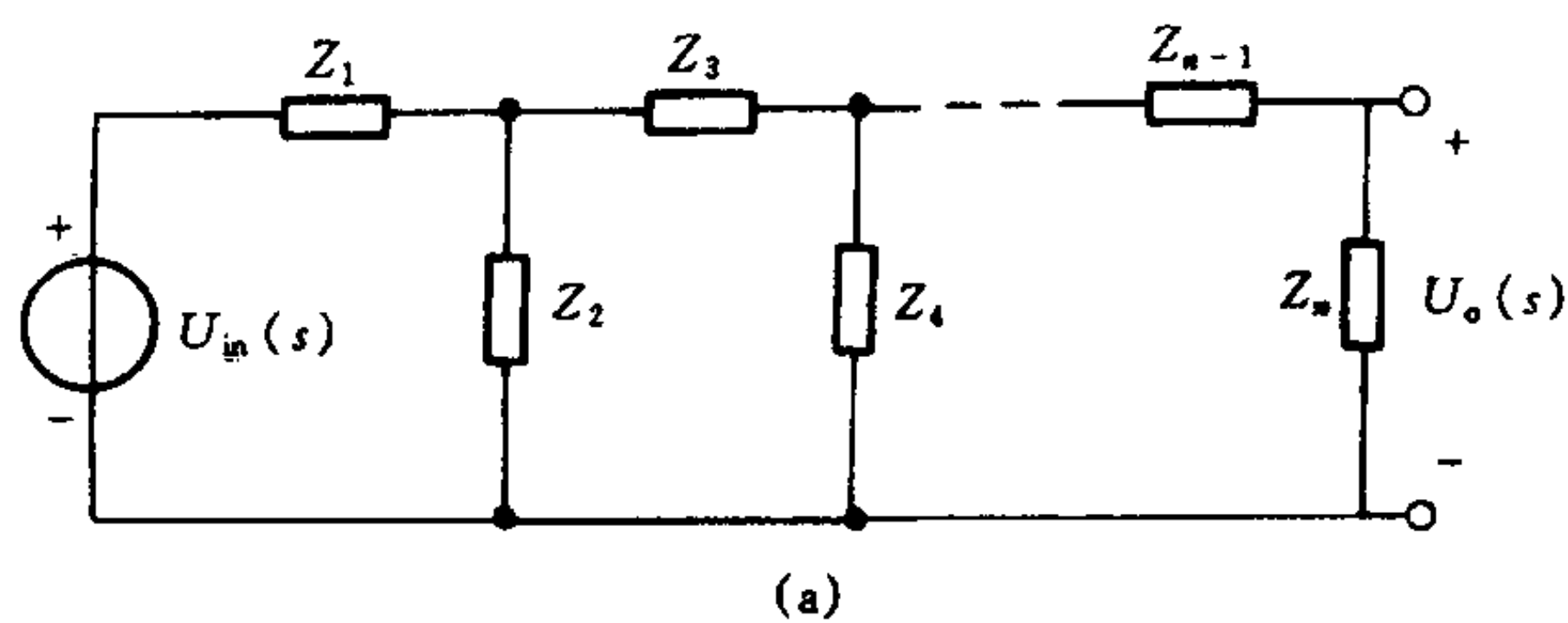


图 7-22 $RLC : CRD$ 变换

- (3) 用归一化的电阻和电容值设计所需要的 FDNR 电路；
- (4) 注意为各个运放提供必要的直流通路；
- (5) 按实际要求去归一化，求得各电阻和电容值。

图 7-23(a)所示为一个归一化 Butterworth 五阶无源低通电路。以此为原型电路，经 $RLC : CRD$ 变换可得同图(b)所示电路。然后用上述步骤(3)、(4)和(5)就可获得满足实际要求的五阶低通电路。

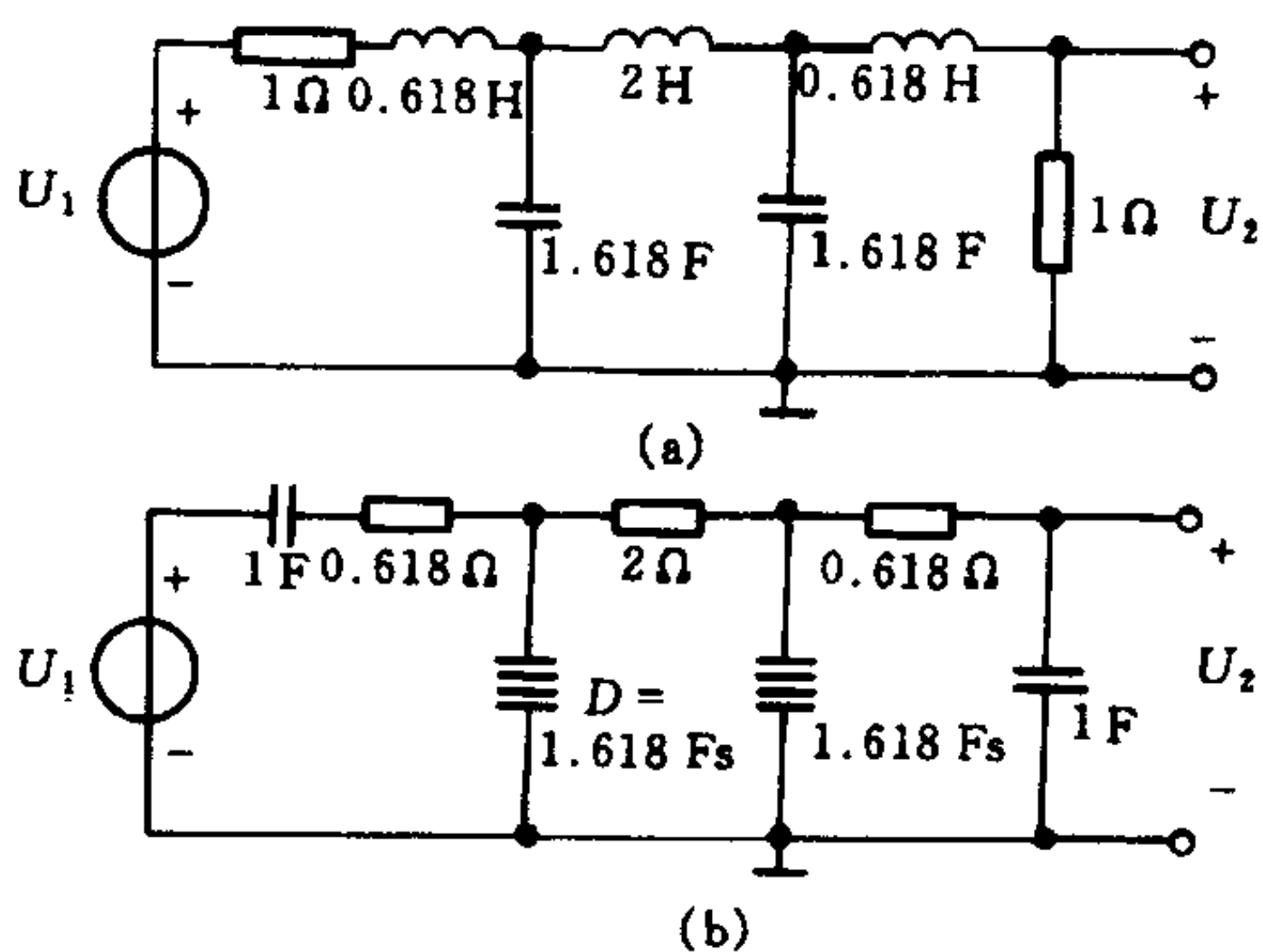


图 7-23 用 FDNR 实现五阶低通电路

第五节 有限元法

近代电磁场问题能够由解析方法求得精确解的不多，故多借助于数值方法来得到近似解。近年来，随着高速大容量计算机技术的迅速发展，它已很快地发展成为一门新兴的学科，是进一步解决电磁场问题的基础。在以后几节中，我们将分别介绍电磁场计算中广泛采用的有限元法、边界元法和加权余量法。

这一节首先介绍近二十多年来发展起来的一种数值计算的方法——有限元法。它首先把求解微分方程的边值问题化为等价的泛函求极值的变分问题，然后将场域划分为有限个小的单元。这样，便把变分问题近似转化有限子空间中的多元函数求极值问题，将变分问题的近似解作为所求原微分方程边值问题的近似解。

下面将以二维泊松方程为例，说明有限元解法的基本步骤。

一、二维问题的有限元法

这里以二维空间内描述静电场的泊松方程为例来说明有限元法在二维问题中的应用。设电位函数 φ 在定义域 D 内满足

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -f(x, y) = -\frac{\rho(x, y)}{\epsilon} \quad (7-24)$$

由变分理论，我们可以把上列方程的求解化为一个泛函求极值问题。泛函的形式随不同的边界条件不同。对于第一类边界条件（齐次或非齐次），泛函是

$$I(\varphi) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - 2 \iint_D f \varphi dx dy \quad (7-25)$$

对于第三类非齐次边界条件 $\frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_r + \sigma \varphi \Big|_r = q(s)$ ，泛函为

$$I(\varphi) = \iint_D \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

$$-2 \iint_D f\varphi dydx + \oint_{\Gamma} (\sigma\varphi^2 - 2q\varphi) d\Gamma \quad (7-26)$$

式中, D 是场定义域的二维截面; Γ 是包围该截面的边界, 亦即弧长参数。

下面应用有限元法求此变分问题的近似解。

(一) 单元划分

把 D 区域划分成有限个三角形区域(单元)的组合(图7-24), 称为“单元划分”, 在这样的划分下, 我们用折线代替 D , 即把 D 近似看作一个多边形 \tilde{D} , 称每个三角形(单元)的顶点为“结点”。

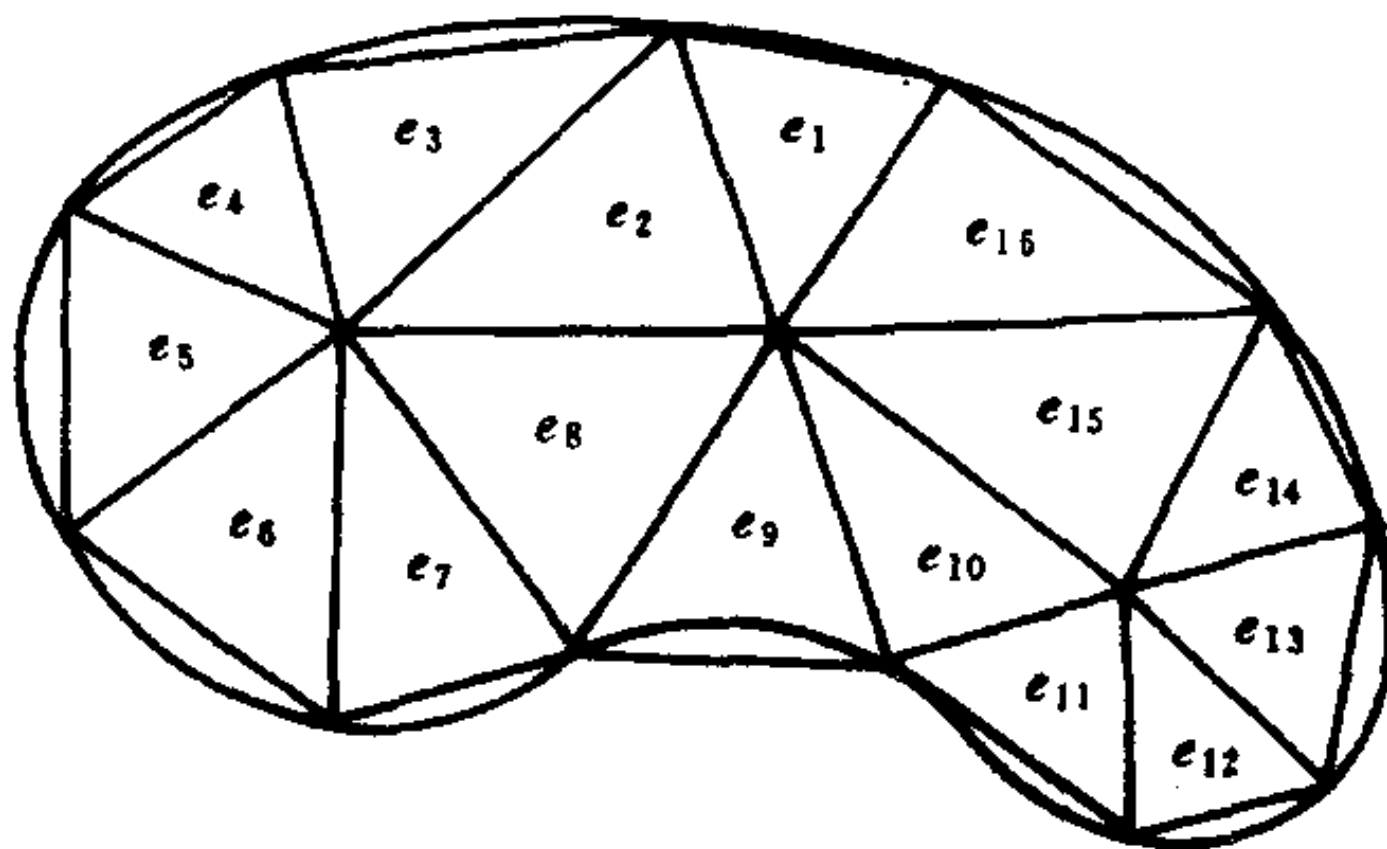


图7-24 单元划分

在对区域 D 进行三角划分以及对单元、结点编号时应注意下列几点:

- (1) 每个单元的顶点必须是相邻单元的顶点, 而不能是相邻单元边上的点;
- (2) 每个边界单元只能有一条边落在边界曲线 Γ 上;
- (3) 这些三角形单元不一定大小相同, 但应尽量避免出现大的钝角;

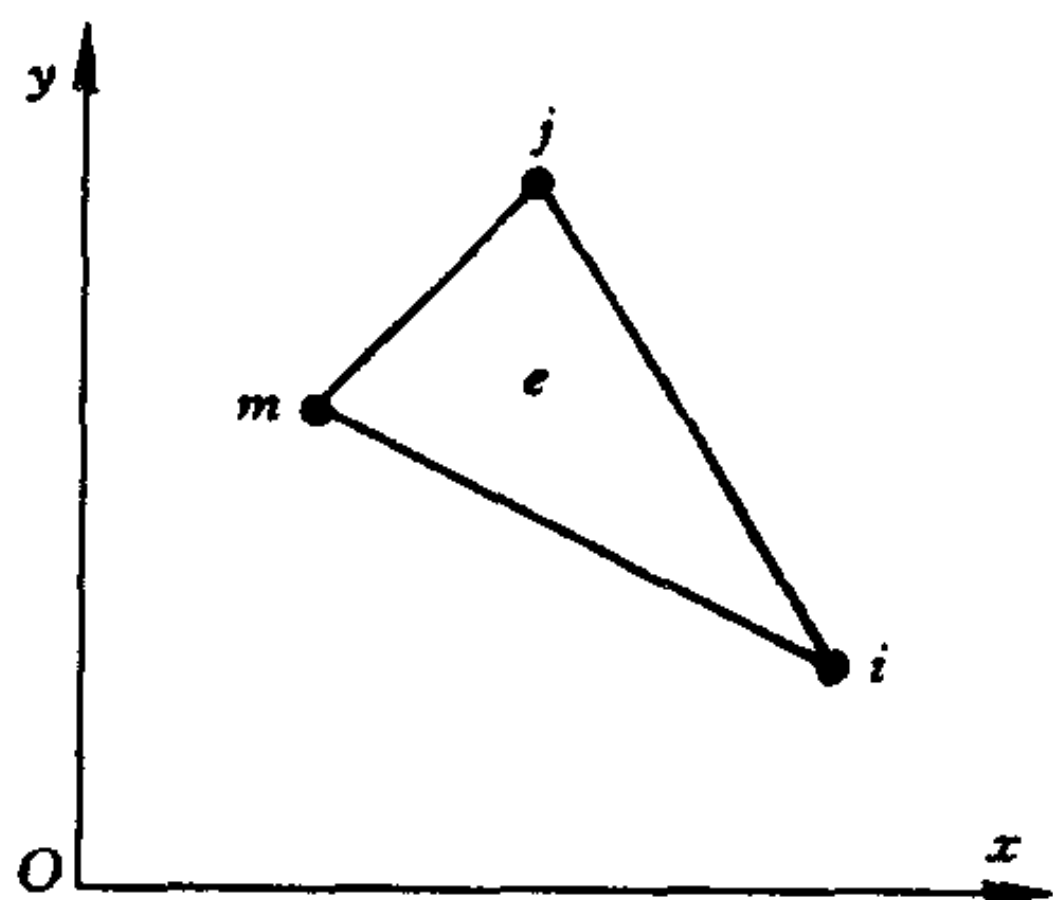


图7-25 三角单元编号

- (4) 单元的编号原则上可以任意, 但结点编号的不同, 会影响到总刚度矩阵的带宽。应尽量使每一单元的结点编号数之差愈小愈好。

分割完后, 将所有的结点和单元都按一定的顺序从1开始编号。用 e 代表三角形单元, 它的三个结点按逆时针顺序是 i, j, m , 如图7-25所示。这

三点的坐标分别是 (x_i, y_i) , (x_j, y_j) 和 (x_m, y_m) 。现在首先要求出这个单元面积内的场对整个泛函的贡献, 设为 I_e 。于是, 全域的泛函为

$$I = \sum_{e=1}^{NE} I_e \quad (7-27)$$

式中 NE 是单元的个数。

在有限元法中, 变量就是结点的 φ 值。设共有 N 个结点, 分别具有 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ 的结点电位值。

(二) 构造插值函数

采用带有三个待定常数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的线性插值函数

$$\tilde{\varphi}^e(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (x, y) \in \text{单元 } e \quad (7-28)$$

以此近似替代该单元内的待求函数 $\varphi(x, y)$ 。式(7-28)中的待定常数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, 可由该三角元 e 的结点上的待定函数值(分别记为 $\varphi_i, \varphi_j, \varphi_m$)和结点坐标决定之, 即有

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \\ \varphi_j &= \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \\ \varphi_m &= \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \end{aligned}$$

于是, 解得

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= (a_i \varphi_i + a_j \varphi_j + a_m \varphi_m) / 2\Delta \\ \alpha_2 &= (b_i \varphi_i + b_j \varphi_j + b_m \varphi_m) / 2\Delta \\ \alpha_3 &= (c_i \varphi_i + c_j \varphi_j + c_m \varphi_m) / 2\Delta \end{aligned} \right\} \quad (7-29)$$

其中 $a_i = x_j y_m - x_m y_j$, $b_i = y_j - y_m$, $c_i = x_m - x_j$; 而 $a_j, b_j, c_j, \dots, c_m$ 各系数则可按 i, j, m 指标顺序置换而得。式中 $\Delta = \frac{1}{2}(b_i c_j - b_j c_i)$ 为三角单元 e 的面积。

于是, 可得三角元 e 上的插值函数为

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}^e(x, y) &= \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y) \varphi_i + (a_j + b_j x + c_j y) \varphi_j \\ &\quad + (a_m + b_m x + c_m y) \varphi_m] = \sum_{i,j,m} \varphi_s N_s^e(x, y) \end{aligned} \quad (7-30)$$

其中 $\sum_{i,j,m}$ 表示对指标 i, j, m 轮换取其和。 $N_s^e(x, y)$ 称为三角单元 e 上的线性插值基函数, 记为

$$N_s^e(x, y) = \frac{1}{2\Delta}(a_s + b_s x + c_s y) \quad (s=i, j, m) \quad (7-31)$$

由此, 式(7-30)可简洁地以矩阵形式表达为

$$\tilde{\varphi}^e(x, y) = [N_i^e \quad N_j^e \quad N_m^e] \begin{Bmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \\ \varphi_m \end{Bmatrix} = [N]_e \{\varphi\}_e \quad (7-32)$$

可以看出, 根据三角剖分, 在每个三角元上作三顶点的线性插值, 注意到它们在相关的三角元的公共边及公共结点上应取相同的值, 由此拼合起来得到整个 D 域上的分片线性插值函数 $\tilde{\varphi}(x, y)$, 显然, 它取决于待求函数在各结点上的值 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$, 是关于 D 域的连续函数。

(三) 单元分析和单元刚度矩阵

由前面的分析, 三角元 e 内的场对整个泛函的贡献为(这里先考虑第一类边界条件情况)

$$I_e \approx I_e(\tilde{\varphi}^e) = \iint_{D_e} \left[\left(\frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - 2 \iint_{D_e} f \tilde{\varphi}^e dx dy \quad (7-33)$$

由式(7-32)可得

$$\nabla \tilde{\varphi}^e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_i \\ \varphi_j \\ \varphi_m \end{Bmatrix} = [B]_e \{\varphi\}_e \quad (7-34)$$

从而式(7-33)右端第一项离散化为

$$\begin{aligned} & \iint_{D_e} \left[\left(\frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{\varphi}^e}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \\ &= \frac{1}{4\Delta} (b_i \varphi_i + b_j \varphi_j + b_m \varphi_m)^2 + \frac{1}{4\Delta} (c_i \varphi_i + c_j \varphi_j + c_m \varphi_m)^2 \end{aligned}$$

$$= \{\varphi\}_e^T [K]_e \{\varphi\}_e$$

式中

$$[K]_e = \frac{1}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_m + c_i c_m \\ b_j b_i + c_j c_i & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_m + c_j c_m \\ b_m b_i + c_m c_i & b_m b_j + c_m c_j & b_m b_m + c_m c_m \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} K_{ii}^e & K_{ij}^e & K_{im}^e \\ K_{ji}^e & K_{jj}^e & K_{jm}^e \\ K_{mi}^e & K_{mj}^e & K_{mm}^e \end{bmatrix} \quad (7-35)$$

这里, 方阵 $[K]_e$ 是三角元内的场对整个泛函的主要贡献部分的离散矩阵, 称为“单元刚度矩阵”。显而易见, 它是一个对称矩阵, 其元素的一般表达式为

$$K_{rs}^e = K_{sr}^e = \frac{1}{4\Delta} (b_r b_s + c_r c_s) \quad (r, s = i, j, m) \quad (7-36)$$

对于式(7-33)右端第二项的离散化, 为简化分析, 假设: 一是将三角元内 $\tilde{\varphi}^e$ 值近似地用该三角元重心处的 $\tilde{\varphi}^e$ 值予以代替, 即 $\tilde{\varphi}^e = (\varphi_i + \varphi_j + \varphi_m)/3$; 二是函数 $f(x, y)$ 也取三角元重心处的值, 这样第二项离散化为

$$-2 \iint_{D_e} f \tilde{\varphi}^e dx dy = -\frac{2}{3} f(\varphi_i + \varphi_j + \varphi_m) \Delta$$

$$= -2 \{\varphi_e\}^T \{P\}_e \quad (7-37)$$

式中, $\{P\}_e$ 为三阶列阵, 其元素的一般表达式为

$$P_l^e = f\Delta/3 \quad (l = i, j, m) \quad (7-38)$$

于是, $I_e(\tilde{\varphi}^e)$ 离散化为

$$I_e = \{\varphi\}_e^T [K]_e \{\varphi\}_e - 2 \{\varphi_e\}^T \{P\}_e \quad (7-39)$$

(四) 总体合成和总刚度矩阵

按照式(7-27), 为了得到整个 D 域内泛函 $I(\varphi)$ 关于结点电位的离散表达式, 有必要对各三角元 e 所对应的泛函离散表达式(7-39)作适当的改写。把 $\{\varphi_e\}$ 扩充为 $\{\varphi\}$ ($\{\varphi\}$ 系由全部结点电位值按结点编号顺序排成的一个 N 阶列阵); 把 $[K]_e$ 扩充成 $[\bar{K}]_e$ ($[\bar{K}]_e$

系在式(7-35)所示的 $[K]_e$ 基础上,按结点编号顺序展开行与列,构成 N 阶方阵,其中除行、列数分别为 i, j, m 时存在九个原 $[K]_e$ 的元素外,其余各行、列的元素都应为零);以及把 $\{P\}_e$ 扩充为 $\{\bar{P}\}_e$ ($\{\bar{P}\}_e$ 系在原三阶列阵 $\{P\}_e$ 基础上,按结点编号顺序展开行,构成 N 阶列阵,其中除行数为 i, j, m 时存在有三个原 $\{P\}_e$ 的元素外,其余各行元素都为零)。经这样处理后,式(7-39)可改写为

$$I_e = \{\varphi\}^T [\bar{K}]_e \{\varphi\} - 2\{\varphi\}^T \{\bar{P}\}_e \quad (7-40)$$

于是,整个 D 域内泛函 $I(\varphi)$ 也就离散化为

$$\begin{aligned} I &= \sum_{e=1}^{NE} I_e = \{\varphi\}^T \left(\sum_{e=1}^{NE} [\bar{K}]_e \right) \{\varphi\} - 2\{\varphi\}^T \left(\sum_{e=1}^{NE} \{\bar{P}\}_e \right) \\ &= \{\varphi\}^T [K] \{\varphi\} - 2\{\varphi\}^T \{P\} \end{aligned} \quad (7-41)$$

式中 $[K]$ 可称为“总刚度矩阵”。由于 $[K] = \sum_{e=1}^{NE} [\bar{K}]_e$,根据矩阵的运算知,矩阵 $[K]$ 的元素

$$K_{ij} = \sum_{e=1}^{NE} K_{ij}^e \quad (i, j = 1, 2, \dots, N) \quad (7-42)$$

这就是说,凡下标相同的单元刚度矩阵的元素(如 K_{rs}^e 和 $K_{rs}^{e'}$ 等等)都应予相加,形成总刚度矩阵中同一下标的元素(K_{rs})。不难看出,由于各单元矩阵 $[\bar{K}]_e$ 是对称的,所以 $[K]$ 也是一个对称矩阵。

同样,关于激励源密度的离散矩阵 $\{P\}$,其元素

$$P_i = \sum_{e=1}^{NE} P_i^e \quad (7-43)$$

这也表明,如同形成 K_{ij} 时一样, P_i 也应遵循总体下标编码相同,即依次累加。

(五) 有限元方程

由式(7-41)可见,泛函 $I(\varphi)$ 被离散化成如下的多元二次函数的极值问题

$$I(\varphi) = I(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N) = \{\varphi\}^T [K] \{\varphi\} - 2\{\varphi\}^T \{P\} = \min \quad (7-44)$$

根据函数的极值理论，应有 $\frac{\partial I}{\partial \varphi_i} = 0 (i=1, 2, \dots, N)$ 。由式(7-44)即得

$$\sum_{j=1}^N K_{ij} \varphi_j = P_i \quad (i=1, 2, \dots, N)$$

或表示为矩阵形式

$$[K] \{\varphi\} = \{P\} \quad (7-45)$$

最终归结为一非齐次的线性代数方程组，即所谓有限元方程。

(六) 强加边界条件的处理

在上述离散化过程中，尚未涉及强加的边界条件(即第一类边界条件)的处理。由于强加边界条件意味着位于边界 L 上的各结点电位值是被给定，它们无需通过有限元方程求解，相反地，却正是在给定这些边界结点电位值的基础上去推求其余各结点电位值。因此，在解有限元方程之前，必须进行强加边界条件的处理。

强加边界条件处理的方法将因有限元方程的解法而异。若运用迭代法求解，则凡遇到边界结点所对应的方程均不进行迭代，使该结点电位始终保持初始给定值，此时就不必单独进行边界条件的处理。但选用直接法(消元法)时，则处理方法是：如果已知 n 号结点为边界结点，其电位值为 $\varphi_n = \varphi_0$ ，这时应将主对角线元素 K_{nn} 置1， n 行和 n 列的其他元素全部置零，而右端的 P_n 改为给定电位值 φ_0 ；其余各方程的右端要同时减去该结点电位值 φ_0 与未处理前对应的 n 列中的系数的乘积，如式(7-45)经上述方法处理后，应修改为

$$\begin{bmatrix} 0 & & & 0 & & & \\ & 0 & & 0 & & & \\ & & \ddots & \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & \vdots & 0 & & & \\ & & 0 & 0 & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_n \\ \vdots \\ \varphi_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 - K_{1n}\varphi_0 \\ P_2 - K_{2n}\varphi_0 \\ \vdots \\ \varphi_0 \\ \vdots \\ P_N - K_{Nn}\varphi_0 \end{Bmatrix}$$

此时，待求的代数方程组应为

$$[K]\{\varphi\} = \{P'\} \quad (7-46)$$

至此，方程组式(7-46)的解答，也就是待求边值问题的有限元数值解 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$ 。

在上面我们只涉及了第一类边界条件的泛函离散化，现在我们考虑第三类边界条件的解，即泛函式(7-26)中的最后一项

$$\oint_{\Gamma} (\sigma\varphi^2 - 2q\varphi) d\Gamma \text{ 的离散化。}$$

如果 e 是一个边界三角元，它只有一条边(设为 jm 边)在边界 Γ 上，其对顶点为 i 。设该边所满足的第三类边界条件中的 σ 和 q 分别用其在 jm 边上的平均值 σ_i 及 q_i 来代替。由于用了线性插值，在 jm 边上 φ 值必然是在 φ_j 和 φ_m 之间的一个线性分布。若用 t 表示 jm 边上的变动参数，而 $t=0$ 相应于 j 点， $t=1$ 相应于 m 点；于是在 jm 边上，插值函数的值可写为

$$\varphi = (1-t)\varphi_j + t\varphi_m \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (7-47)$$

jm 边的边长可写为

$$l_i = \sqrt{(x_j - x_m)^2 + (y_j - y_m)^2} \quad (7-48)$$

于是可以写出

$$t = \frac{l}{l_i} \quad (7-49)$$

其中 l 是 jm 边上从 j 点算起的弧长参数。

这样泛函式(7-26)右端的第三项在边界三角元 e 上，应有

$$\begin{aligned} & l_i \int_0^1 \{ \sigma_i [(1-t)\varphi_j + t\varphi_m]^2 - 2q_i [(1-t)\varphi_j + t\varphi_m] \} dt \\ &= \{\varphi\}_{le}^T [K]_{le} - 2\{\varphi\}_{le}^T \{P\}_{le} \end{aligned} \quad (7-50)$$

其中

$$\{\varphi\}_{le} = \begin{Bmatrix} \varphi_j \\ \varphi_m \end{Bmatrix}, \quad [K]_{le} = \frac{l_i}{6} \sigma_i \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \{P\}_{le} = \frac{1}{2} q_i \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

将上式加于式(7-39)右端，就得到对应于第三类边界条件的泛函

式(7-26)的单元离散化式。可以仿照式(7-41)和式(7-45)的推导, 求出全域 D 内泛函 $I(\varphi)$ 的离散式和全域 D 内表达泛函极值的有限元方程。

值得注意的是, 当 e 为内部三角元而不包含边界结点时, 式(7-50)一项的积分即不存在。可以认为此时 $\sigma_i = q_i = 0$, 所得结果和第一类边界条件的结果一致。

(七) 有限元法示例

为了全面掌握基于三角剖分和线性插值的有限元法的基本原理及其实施的全过程, 首先通过手算对典型例题进行有限元的数值分析; 而后再应用有限元通用程序对同一例题进行解算, 是帮助学习者入门的途径。

例7-1 用有限元法求解边值问题(手算)

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi = -3xy & (0 < x < 2, 0 < y < 2) \\ \varphi|_{x=0} = 1 \\ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} + 3\varphi \right) \Big|_{x=2} = 0 \\ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + 3\varphi \right) \Big|_{y=0} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} + 3\varphi \right) \Big|_{y=2} = 0 \end{cases}$$

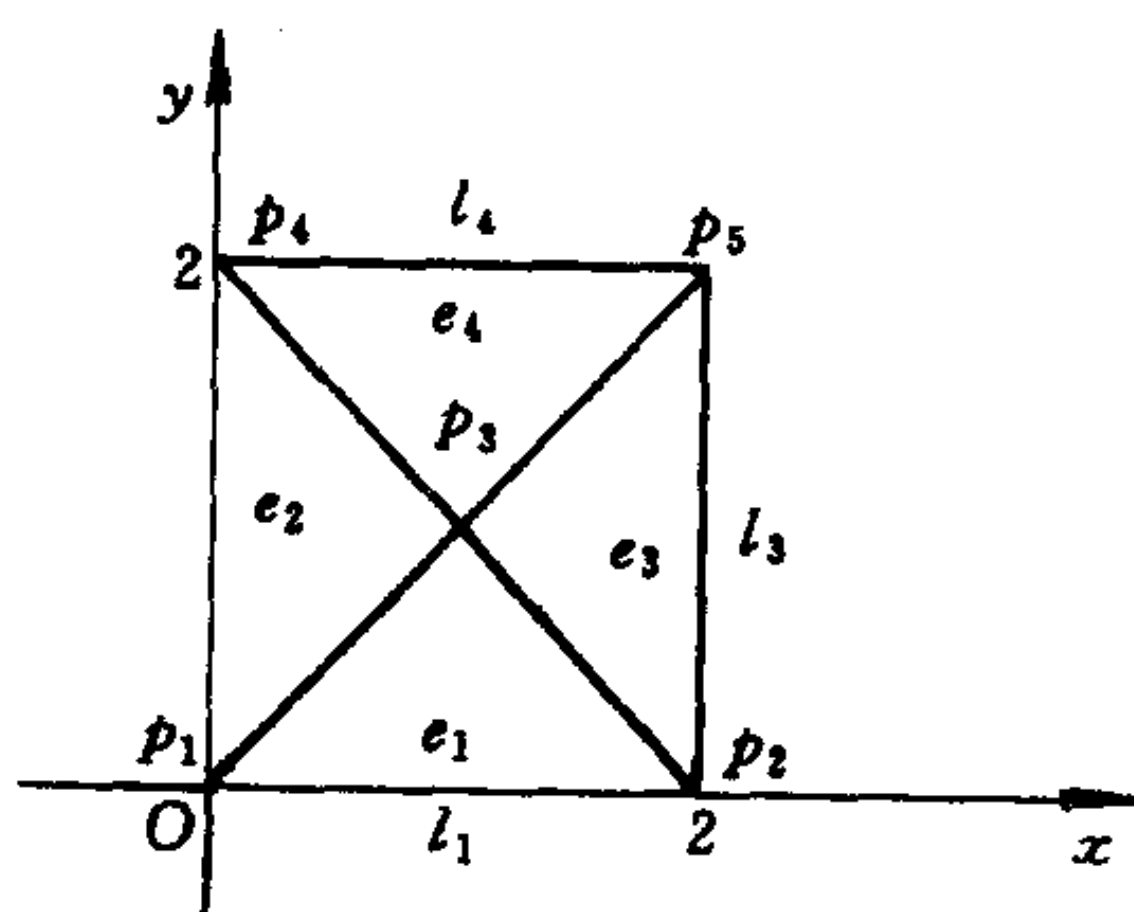


图7-26 单元和结点编号

为简单起见, 将区域 $D = \{(x, y) | 0 < x < 2, 0 < y < 2\}$ 划分成四个三角形单元 e_1, e_2, e_3, e_4 , 各单元、各线元、各结点的编号如图7-26所示。

现在, $f = 3xy$, $\sigma = 3$, $q = 0$ 。

对单元 e_1 :

$b_1 = -1, c_1 = -1; b_2 = 1, c_2 = -1; b_3 = 0, c_3 = 2$ 。重心 $\left(1, \frac{1}{3}\right)$,

$f = 1, \Delta = 1$ 。

$$[K]_{e_1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\{P\}_{e_1} = \begin{Bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{Bmatrix}$$

还有线元 l 上第三类边界条件的贡献

$$[K]_{l_1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \{P\}_{l_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

同理，可求得其他单元的 $[K]_e$ 、 $\{P\}_e$ 、 $[K]_l$ 和 $\{P\}_l$ 。于是，

$$[K] = [K]_{e_1} + [K]_{e_2} + [K]_{e_3} + [K]_{e_4} + [K]_{l_1} + [K]_{l_3} + [K]_{l_4}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/2 & -1/2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -1/2 & 1 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\{P\} = \{P\}_{e_1} + \{P\}_{e_2} + \{P\}_{e_3} + \{P\}_{e_4} + \{P\}_{l_1} + \{P\}_{l_3} + \{P\}_{l_4}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/3 \\ 0 \\ 1/3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/3 \\ 1/3 \\ 0 \\ 1/3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 10/3 \end{bmatrix}$$

则有限元方程 $[K]\{\varphi\} = \{P\}$ 的具体形式为

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/3 \\ 2 \\ 4 \\ 2 \\ 10/3 \end{bmatrix}$$

经过边界条件的处理，得上式的改写形式为

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 7/3 \end{bmatrix}$$

解之，最后得原边值问题在各结点处的近似解为

$$\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5\} \approx \{1, 0.41, 1.79, 1, 0.75\}$$

作为这一节的结束，这里把用有限元法求解电磁场边值问题归纳成如下步骤：

- (1) 找出与边值问题相应的泛函及其变分问题；
- (2) 将场域 D 划分成 NE 个三角形单元，确定各结点的编号和坐标，各单元的编号和面积，各边界三角单元的编号和长度。
- 当然，在实际中不仅可使用三角形单元，也可使用曲边四边形单元等，有很大的灵活性，便于适应不规则的几何区域。
- (3) 将单元中的函数用该单元中基函数及结点上的函数值展开，即把连续问题离散化。基函数可使用线性插值函数，也可采用高次插值函数。
- (4) 进行单元合成分析，形成总刚度矩阵和总右端向量。求泛函的极值，导出联立代数方程组，即所谓有限元方程。

(5) 强加第一类边界条件, 然后用直接法或迭代法求解有限元方程。

方法同样可适用于三维问题。目前, 有限元法已在工程电磁问题的分析中获得了日益广泛的应用。例如大型电机端部电磁场、变压器漏磁场及其内部电屏蔽、金属构件中的涡流场和涡流损耗; 同步电机异步启动时阻尼条中的电流分布; 波导中电磁波的传播、频止频率与波长分析; 感应加热、邻近干扰、电磁屏蔽等等物理现象, 都已应用有限元法分析得到了成功的结果。

关于有限元法的计算机解算, 限于篇幅, 有兴趣的读者可参阅有关有限元法方面的专著。这里只指出需要重视的一点, 就是刚度矩阵 $[K]$ 的存贮。这也是有限元法通用计算程序设计中的重要内容。刚度矩阵 $[K]$ 不仅是一个对称矩阵, 而且是一个带状的稀疏矩阵, 非零元素只存在于三角元三顶点编号所对应的行和列的九个交叉位置上, 其他均为零元素。离主对角线最远的非零元素的位置取决于所有三角元顶点编号的最大差值的绝对值 R 。 $R+1$ 称为 $[K]$ 矩阵的半带宽。考虑到 $[K]$ 矩阵的这个固有特点, 为节省计算机内存, 通常对 $[K]$ 矩阵采用压缩存贮的方法。其中最常用的方法是一一维下三角或上三角变带宽存贮法。带的宽窄与否是节省计算机内存的重要因素, 所以在单元结点编号时, 要尽可能使结点号之差最小。否则, 可能得到很大的半带宽。

第六节 边界元法

边界元法是在有限元法以后发展起来的一种数值方法。它可以理解成边界积分法和有限元法的混合技术, 即由格林公式把微分方程变成感兴趣边界上的积分方程, 然后通过类似于有限元法中应用的离散化过程求解。可以说, 边界元法是解边界积分方程的有限元法。边界元法目前已广泛应用于工程电磁场领域的各个分支中。

这里，我们以拉普拉斯方程为例，说明边界元法解边值问题的基本思路 and 过程。

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 u(x, y) &= 0 & (x, y) \in D \\ u &= \bar{u} & (\text{在 } \Gamma_1 \text{ 上}) \\ q = \frac{\partial u}{\partial n} &= \bar{q} & (\text{在 } \Gamma_2 \text{ 上}) \end{aligned} \right\} \quad (7-51)$$

式中， D 是具有边界线 $\Gamma (= \Gamma_1 + \Gamma_2)$ 的二维求解区域，如图7-27所示。

现在应用边界元法解上述边值问题。

一、边界积分方程

应用格林公式和二维自由空间拉普拉斯方程的基本解 $\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r}$ ，容易求得区域 D 中任一点的 u_i 为

$$u_i = - \oint_{\Gamma} \left[u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial n} \right] d\Gamma \quad (7-52)$$

上式表明，区域内任一点的 u 可以用边界上的 $u=u$ 及其法向导数 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 值来表示。只要求得边界上的全部 u 、 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 值，那么内部任一点 u 即可确定。

但是，实际上在边界段 Γ_1 上 u 是已知的，而 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 是未知的；在边界 Γ_2 段上 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 是已知的，而 u 却是未知的。因此，式(7-52)尚还不能用于计算区域 D 内的场。现在将 i 点移至边界 Γ 上，如果 Γ 是二维区域的光滑边界，则有

$$\frac{1}{2} u_i = - \oint_{\Gamma} \left[u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) - \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial n} \right] d\Gamma \quad (7-53)$$

上式左侧的 u 和右侧的 u 都是 Γ 上的 u ，这就是边值问题式

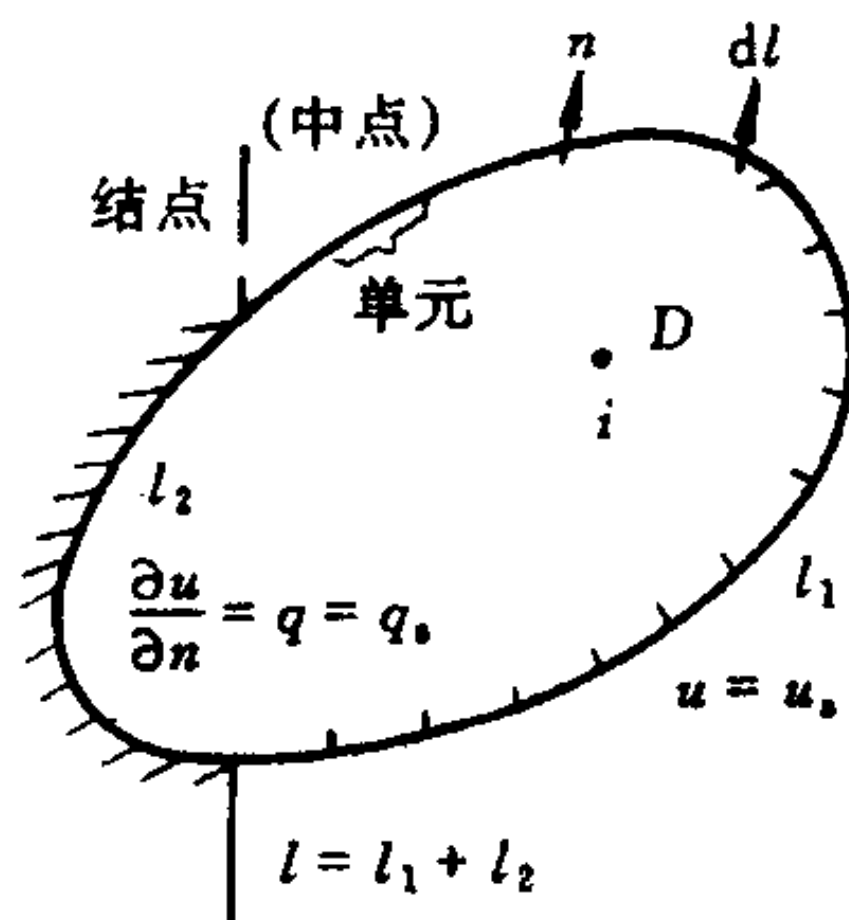


图7-27 二维场的
边界元离散

(7-51)对应的边界积分方程。这个方程建立了 Γ 上的 u 与其法向 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 的关系。因为部分边界段 Γ_1 上的 u 是已知的，其余段 Γ_2 上的 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 是已知的，所以可以用边界元法解出 Γ_1 上的 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 和 Γ_2 段上的 u 。然后，将 Γ 上的全部 u 和 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 代入式(7-52)，即可计算出区域 D 内部任意点 i 的 u 。

二、积分方程的离散化方法

将边界 Γ 剖分成许多小段(称作单元)，见图7-27，然后在各单元上插值。插值可分为零次(常数)插值，一次(线性)插值和二次插值，分别称为常数单元、线性单元和二次单元。不同的插值方法，其计算时间和计算精度是不同的。显然，采用线性单元或高阶单元比常数单元精度高，但计算复杂些。为了说明方法简单，这里采用常数单元。

设将边界 Γ 共分成 N 段，每一段用一直线段逼近，作为一个单元。其中有 N_1 个属于 Γ_1 (第一类边界)， N_2 个属于 Γ_2 (第二类边界)。若采用常数单元，则每个单元上的 u 和 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 都是常数，作为该单元中点之值(即取单元的中点为结点)。且在每个单元上， u 和 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 中只有一个作为已知边界条件给定的，所以变量数与结点数相等。在用边界条件之前，积分方程式(7-53)可以对“ i ”点离散成：

$$\frac{1}{2}u_i + \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} u \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) d\Gamma = \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) \frac{\partial u}{\partial n} d\Gamma \quad (7-54)$$

其中 Γ_j 表示单元 j ，现在它作为边界用。由于每个单元中 u 和 $\frac{\partial u}{\partial n}$ 都是常数，故可提到积分号之外，得：

$$\frac{1}{2}u_i + \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) d\Gamma \right] u_j = \sum_{j=1}^N \left(\int_{\Gamma_j} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} d\Gamma \right) q_j \quad (7-55)$$

令

$$\begin{cases} \hat{H}_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \right) d\Gamma \\ G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} d\Gamma \end{cases} \quad (7-56)$$

这些积分很容易解析地计算，只与结点 i 和需要在其上进行积分的单元 (j) 有关。

利用式 (7-56)，式 (7-55) 便可写成

$$\frac{1}{2}u_i + \sum_{j=1}^N \hat{H}_{ij}u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij}q_j$$

或

$$\sum_{j=1}^N H_{ij}u_j = \sum_{j=1}^N G_{ij}q_j \quad (7-57)$$

式中

$$H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij} & (i \neq j) \\ \hat{H}_{ij} + 1/2 & (i = j) \end{cases} \quad (7-58)$$

如果对每一单元的中点 ($i=1, 2, \dots, N$) 都建立方程式 (7-57)，那么就得到 N 个方程的线性方程组，写成矩阵形式，有

$$[H]\{u\} = [G]\{Q\} \quad (7-59)$$

式中 $[H]$ 和 $[G]$ 都是 N 阶方阵，它们的元素分别是 H_{ij} 和 G_{ij} ； $\{u\}$ 和 $\{Q\}$ 都是 N 维列向量，它们的元素分别是 u_j 和 q_j 。^①

因为有 N_1 个 u 值和 N_2 个 q 值在边界上为已知，故在方程组式 (7-59) 中有 N 个未知数 (N_1 个 q 值和 N_2 个 u 值相应于 N 个方

① 对于非光滑边界，此时主对角线元素 H_{ii} 须按 $H_{ii} = -\sum_{j=1}^N H_{ij}, i \neq j$ ，计算

程)。把一切未知数移到左边去，得

$$[A]\{x\}=\{R\} \quad (7-60)$$

式中， $\{x\}$ 为未知变量 u 及 q 值的列向量， A 和 R 分别为系数矩阵和右端列向量。求解方程组，就可得边界上所有的 u 和 q 值。这时，就可以用式(7-52)求出区域 D 内部任一点的 u 值。求 u_i 值时也要把式(7-52)离散化，写成

$$u_i = \sum_{j=1}^N q_j G_{ij} - \sum_{j=1}^N u_j \hat{H}_{ij} \quad (7-61)$$

由以上所述看出，边界元法的最大优点是可以降低求解问题的维数，只在研究区域的边界上剖分单元。将三维问题变成二维问题，二维问题变成一维问题，使其数值计算较有限元法简单，所划分的单元数目少于有限元，这可减少方程组数目和求解问题所需的数据，大大节约机时。另外，边界元法还可以求解区域法无法解决的有关常遇到的无限区域一类的问题。当然，边界元法也有它的不足之处，比如：(1)代数方程组的系数矩阵 $[H]$ 不是稀疏矩阵，因此，一方面矩阵元素的计算量大，另一方面，问题的收敛性态不十分理想；(2)在场域中利用了自由空间的基本解，因而不适合于求解含有非均匀媒质的边值问题，对于分片均匀媒质也不很适用，还是用有限元法合适；(3)如果要求解多个内域场点的值，由于每次重复求解矩阵元素，使计算显得繁琐。总之，有限元法和边界元法各有优缺点，在解某些电磁场边值问题时，可以联合使用它们，发挥各自的优点，以提高解题效能。

第七节 加权余量法

加权余量法是求微分方程近似解的一种有效的数学方法，广泛应用于物理、流体力学、固体力学、热交换、化工、电气工程等不同领域之中，深受人们的注目。

加权余量法这一名称为 Crandall 1956 年所首创，Collatz 称之

为误差分布原理。它能概括许多现有的近似方法，通过它能看出这些方法的统一性和彼此之间的内在联系。

一、加权余量法的基本思想

若给定边值问题

$$\begin{cases} L(u)=f & \text{在 } V \text{ 中} \\ B(u)=g & \text{在 } S \text{ 上} \end{cases} \quad (7-62)$$

$$(7-63)$$

我们通过引入函数集合

$$u = \sum_{k=1}^N \alpha_k u_k \quad (7-64)$$

求 u 的近似解。式中 α_k 是待定系数。 u_k 是一个线性独立的完备函数系，称为基函数。基函数的选择通常要求对全区域满足某些给定的条件，这些条件称为容许条件，它是和边界条件及连续性条件相关联的。但由于 u 一般不满足微分方程，将它代入式(7-62)，将有误差，或称为余量 R

$$R = L(u) - f \quad \text{在 } V \text{ 中} \quad (7-65)$$

显然，只有当函数集合式(7-64)是原边值问题的精确解时，余量 R 才为零。

我们可以通过对待定参数 α_k 的选择，使得在某种平均意义上，余量 R 为零。从而使所得近似解对精确解而言是一良好的近似。在余量的极小化准则中，常取定一组权函数

$$W_m \quad (m=1, 2, \dots, N)$$

并使余量 R 的加权平均为零，即

$$\langle R, W_m \rangle = \int_V W_m R dV = 0 \quad m=1, 2, \dots, N \quad (7-66)$$

式(7-66)可以看作是对权函数 W_m 与余量 R 正交的要求。用式(7-66)确定近似解中待定系数 α_k 的方法，称为“加权余量法”，并称式(7-66)为“加权余量”准则。

于是，加权余量法的步骤可归纳如下：

(1) 选取一组满足要求的基函数

$$u_k, k=1, 2, \dots, N;$$

(2) 构造试函数

$$u = \sum_{k=1}^N \alpha_k u_k$$

其中, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ 为待定参数;

(3) 选取一组权函数

$$W_m, m=1, 2, \dots, N;$$

(4) 运用加权余量法准则

$$\langle W_m, R \rangle = 0 \quad m=1, 2, \dots, N,$$

得到关于 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ 的代数方程组;

(5) 求解上述方程组, 确定待定参数

$$\alpha_k, k=1, 2, \dots, N$$

的值。

二、加权余量法的基本方法

在加权余量法中, 权函数 W_m 的不同形式对应于加权余量法中的不同准则, 相应的就是不同的近似方法。常见的有下列五种基本方法。

1. 配点法(Collocation Method)

在区域 V 中 N 个点 $p_m (m=1, 2, \dots, N)$ 上, 使 $R_m=0$, 由此得出 N 个方程, 可解出 N 个待定系数。这时, 权函数为 δ 函数: $W_m = \delta(p_m)$, 其中 $\delta(p_m)$ 表示以 p_m 为中心的 δ 函数。于是, 准则成为要求余量在 N 个配置点 p_m 处为零:

$$\int_V R \delta(p_m) dV = R_m = 0 \quad (m=1, 2, \dots, N)$$

2. 子域法(Subdomain Method)

将求解区域 V 划分为 N 个子域 $V_m, m=1, 2, \dots, N$, 并且取权函数为

$$W_m = \begin{cases} 1, & \text{在子域 } V_m \text{ 内} \\ 0 & \text{在其他子域内} \end{cases}$$

此时，加权余量准则成为

$$\int_V W_m R dV = \int_{V_m} R dV = 0,$$

即余量在 N 个子域 V_m 上的平均值皆为零：

$$\int_{V_m} R dV = 0 \quad (m=1, 2, \dots, N)$$

3. 最小二乘法 (Least Square Method)

在这种方法中，选取系数 α_k ，使余量平方 R^2 的积分

$$I = \int_V R^2 dV$$

取极小值，即

$$\frac{\partial I}{\partial \alpha_k} = 2 \int_V R \frac{\partial R}{\partial \alpha_k} dV = 0,$$

由此得出 N 个代数方程，可解出 N 个待定系数 α_k 。显然，最小二乘法的权函数为

$$W_m = \frac{\partial R}{\partial \alpha_m}, \quad (m=1, 2, \dots, N)$$

4. 矩量法 (Method of Moment)

矩量法属于一种加权余量法。先以一维情形为例，令

$$W_m = x^{m-1}, \quad m=1, 2, \dots, N$$

于是，由加权余量法准则得

$$\int_l W_m R dl = \int_l x^{m-1} R dl = 0 \quad (m=1, 2, \dots, N)$$

这就是最简单的矩量法。二维问题矩量法的权函数为

$$W_{j,k} = x^{j-1} y^{k-1}, \quad j, k=1, 2, \dots, N$$

于是，由加权余量法准则得

$$\iint_S x^{j-1} y^{k-1} R dx dy = 0, \quad j, k=1, 2, \dots, N。$$

5. 伽辽金法(Galerkin Method)

伽辽金法是由俄国工程师伽辽金(Galerkin)提出的,在此方法中,权函数取为基函数,即

$$W_m = u_m \quad (m=1,2,\cdots,N)$$

于是,由加权余量法准则得

$$\int_V u_m R dV = 0 \quad (m=1,2,\cdots,N)$$

在有限元法中便是取插值函数作权函数,所以伽辽金法能较好地有限元法所用。

例 7-2 用加权余量法求解问题

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dx^2} + u + 2x = 0, & 0 < x < 1 \\ u|_{x=0} = 0, & u|_{x=1} = 1, \end{cases}$$

为了选择适合要求的基函数,我们取试函数为三次多项式的形式

$$u = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$

将其代入微分方程的边界条件中,得

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 1 - a_2 - a_3$$

从而

$$\begin{aligned} u &= (1 - a_2 - a_3)x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \\ &= x - a_2 x(1 - x) - a_3 x(1 - x^2) \end{aligned}$$

于是,若将试函数 u 表示为

$$u(x) = \varphi_0(x) + \alpha_1 \varphi_1(x) + \alpha_2 \varphi_2(x)$$

的形式,则得基函数

$$\varphi_0(x) = x, \quad \varphi_1(x) = x(1 - x), \quad \varphi_2(x) = x(1 - x^2)$$

其中, α_1 和 α_2 分别代替前面的一 a_2 和 a_3 。

将试函数 u 代入方程中,得余量:

$$R = 3x + \alpha_1(-2 + x - x^2) - \alpha_2(5x + x^3)$$

(1) 配点法求解

取 $x=1/3$ 和 $2/3$ 作为配点, 解得 $\alpha_1=0.0649, \alpha_2=0.5192$ 。于是, 近似解

$$u(x)=x+0.0649x(1-x)+0.5192x(1-x^2)。$$

(2) 子域法求解

取如下两个子域 $0<x<\frac{1}{2}$ 和 $0<x<1$, 解得 $\alpha_1=0.0522, \alpha_2=0.5106$ 。故近似解

$$u(x)=x+0.0522x(1-x)+0.5106x(1-x^2)。$$

(3) 最小二乘法求解

解得 $\alpha_1=0.0542, \alpha_2=0.5084$ 。故近似解

$$u(x)=x+0.0542x(1-x)+0.5084x(1-x^2)。$$

(4) 矩量法求解

取 $w_j=x^{j-1}$, 解得 $\alpha_1=0.0555, \alpha_2=0.5085$ 。故近似解

$$u(x)=x+0.0555x(1-x)+0.5085x(1-x^2)。$$

(5) 由伽辽金法求解

解得 $\alpha_1\approx 0.0650, \alpha_2\approx 0.5122$ 。故近似解

$$u(x)=x+0.0650x(1-x)+0.5122x(1-x^2)。$$

五种近似解与精确解 $u(x)=\frac{3\sin x}{\sin 1}-2x$ 的数值比较列于表 7-1 中。由此表可见, 伽辽金法的精度较高, 对于本题而言, 伽辽金法的解与精确解已相当接近, 最大误差仅 0.45%。

表 7-1 近似解和精确解比较

x	配点解	子域解	最小二乘解	矩量解	Galerkin 解	精确解
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.1	0.1572	0.1552	0.1552	0.1553	0.1566	0.1559
0.2	0.3101	0.3064	0.3063	0.3065	0.3087	0.3083
0.3	0.4554	0.4504	0.4502	0.4505	0.4535	0.4536
0.4	0.5900	0.5841	0.5838	0.5842	0.5877	0.5883
0.5	0.7109	0.7045	0.7042	0.7046	0.7083	0.7092
0.6	0.8149	0.8086	0.8082	0.8086	0.8123	0.8131

续表

x	配点解	子域解	最小二乘解	矩量解	Galerkin 解	精确解
0.7	0.8990	0.8932	0.8929	0.8932	0.8965	0.8968
0.8	0.9599	0.9554	0.9551	0.9553	0.9579	0.9575
0.9	0.9946	0.9920	0.9918	0.9919	0.9934	0.9927
1.0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

例 7-3 用伽辽金法求解边值问题

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2 & (-5 < x < 5, -5 < y < 5) \\ u = 100 & (x = \pm 5 \text{ 或 } y = \pm 5) \end{cases}$$

取试函数为

$$u(x, y) = 100 + \alpha_1 (5^2 - x^2)(5^2 - y^2)$$

代入问题的方程，可得余量为

$$R = -2\alpha_1 (50 - x^2 - y^2) + 2$$

用伽辽金法，可得方程

$$\int_{-5}^5 \int_{-5}^5 (5^2 - x^2)(5^2 - y^2) [2 - 2\alpha_1 (50 - x^2 - y^2)] \, dx dy = 0$$

解得

$$\alpha_1 = 1/4$$

故得第一近似解为

$$u(x, y) = 100 + \frac{1}{40} (5^2 - x^2)(5^2 - y^2)$$

若将试函数取如下形式：

$$u(x, y) = 100 + (5^2 - x^2)f(y)$$

为使它满足 $y = \pm 5$ 处的边界条件，可推得

$$f(\pm 5) = 0$$

此时余量为

$$R = -2f + (5^2 - x^2) \frac{d^2 f}{dy^2} + 2$$

用伽辽金法，可得

$$\int_{-5}^5 \left[-2f + (5^2 - x^2) \frac{d^2 f}{dy^2} + 2 \right] (5^2 - x^2) dx = 0,$$

即

$$10 \frac{d^2 f}{dy^2} - f + 1 = 0$$

这是个常微分方程，解之并利用边界条件 $f(\pm 5) = 0$ ，可得

$$f(y) = 1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{5}{\sqrt{10}}\right)}$$

故第一近似解为

$$u(x, y) = 100 + (5^2 - x^2) \left[1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{y}{\sqrt{10}}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{5}{\sqrt{10}}\right)} \right]$$

为比较上述两种结果，我们计算在区域中心（即 $x = y = 0$ ）处的 u 值：

$$\text{前一种近似解} \quad u(0, 0) = 115.625$$

$$\text{后一种近似解} \quad u(0, 0) = 115.130$$

而精确解 $u(0, 0) = 114.65$ ，于是前、后两种近似解的误差分别为 0.85% 和 0.42%。由此可见，把二维偏微分方程化成常微分方程求解的降维法，可望提高所得解的精度。

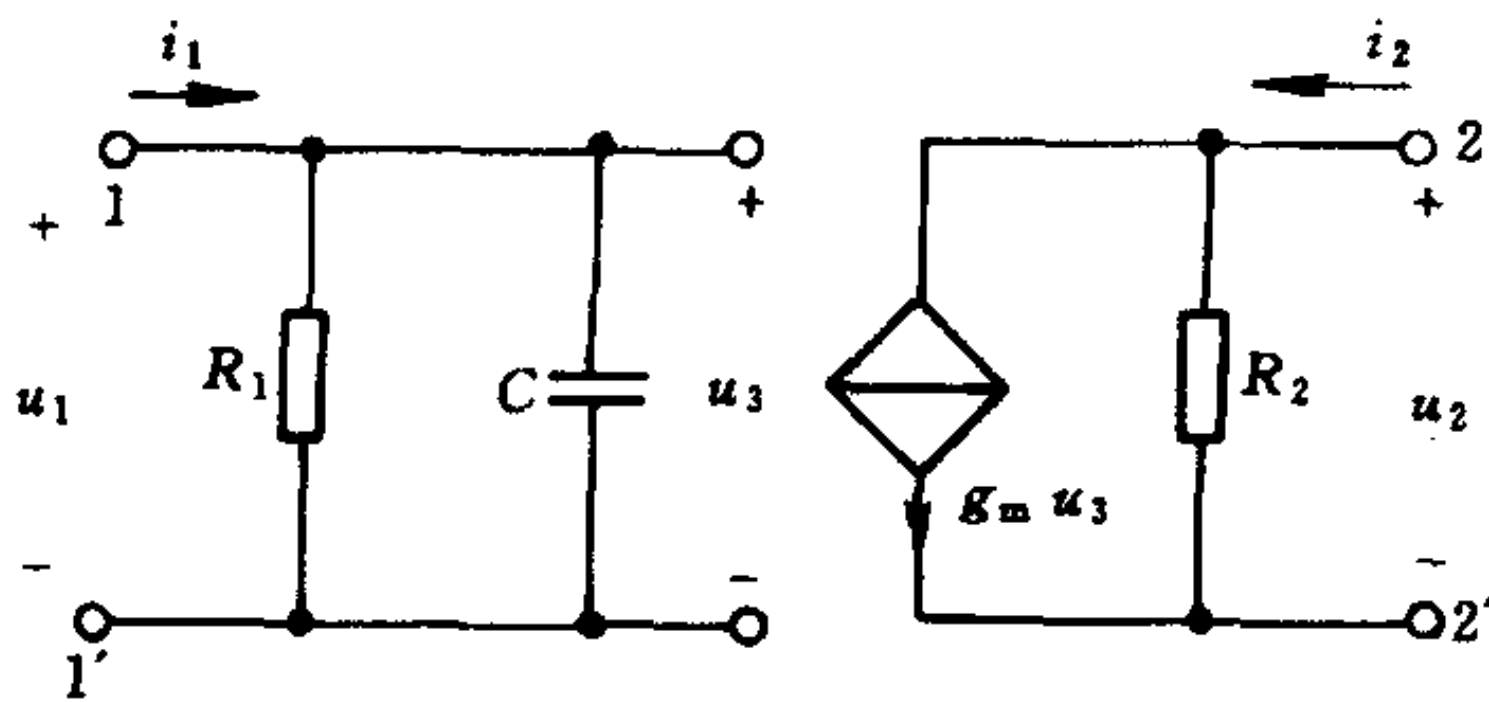
最后有必要说明的是，在加权余量法的讨论中，要求试函数必须完全满足边界条件，但在求解区域比较复杂时就很难找到完全满足边界条件的试函数。因此，在实际应用中往往并不严格要求试函数满足边界条件，这样就有了方程余量、边界余量和初始余量。在这种情况下，我们同样可以根据加权余量法的基本思想，

运用权函数与余量正交的方法确定试函数中的待定系数。

如果说变分原理只对限定的一些算子才能应用的话,那么加权余量法则是更一般的方法,它不仅对自伴算子,而且对复杂的非自伴算子也可以应用。加权余量法已构成了许多种数值方法的基础。

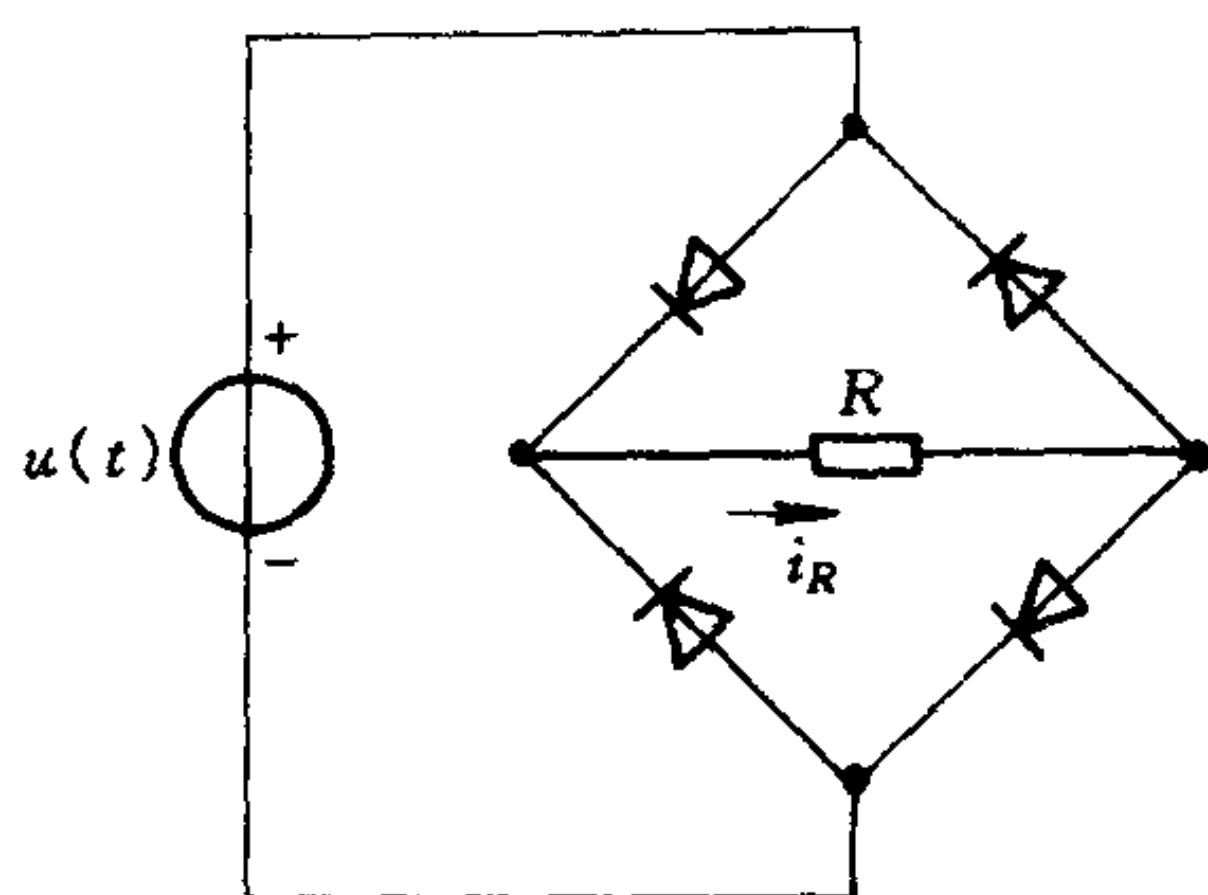
思考题

- 7-1 何谓网络的无源性,何谓网络的无损性,两者的差异是什么?
- 7-2 用 Mason 公式可以求多个输出对单输入的增益吗?如何求?
- 7-3 试比较结点列表方程与普通结点电压方程的特点?
- 7-4 试说明何谓网络综合,它在电路设计中的作用。
- 7-5 请论述归一化和去归一化在网络综合中的作用。
- 7-6 欲设计一高阶有源 RC 滤波器,请问有哪些方法?
- 7-7 为什么说灵敏度分析在电路设计中很重要?
- 7-8 试比较级联法、仿真电感法、FDNR 法之间的相同点与不同点。
- 7-9 何谓方程的复杂性阶数?
- 7-10 频率去归一化在电路设计中起什么作用?阻抗去归一化又起什么作用?
- 7-11 试叙述有源滤波器与无源滤波器的优缺点。
- 7-12 常用的逼近函数有哪些?
- 7-13 如图题 7-1 所示为一个晶体管的等效电路模型,此二端口是有源的还是无源的?在什么条件下?



题图 7-1

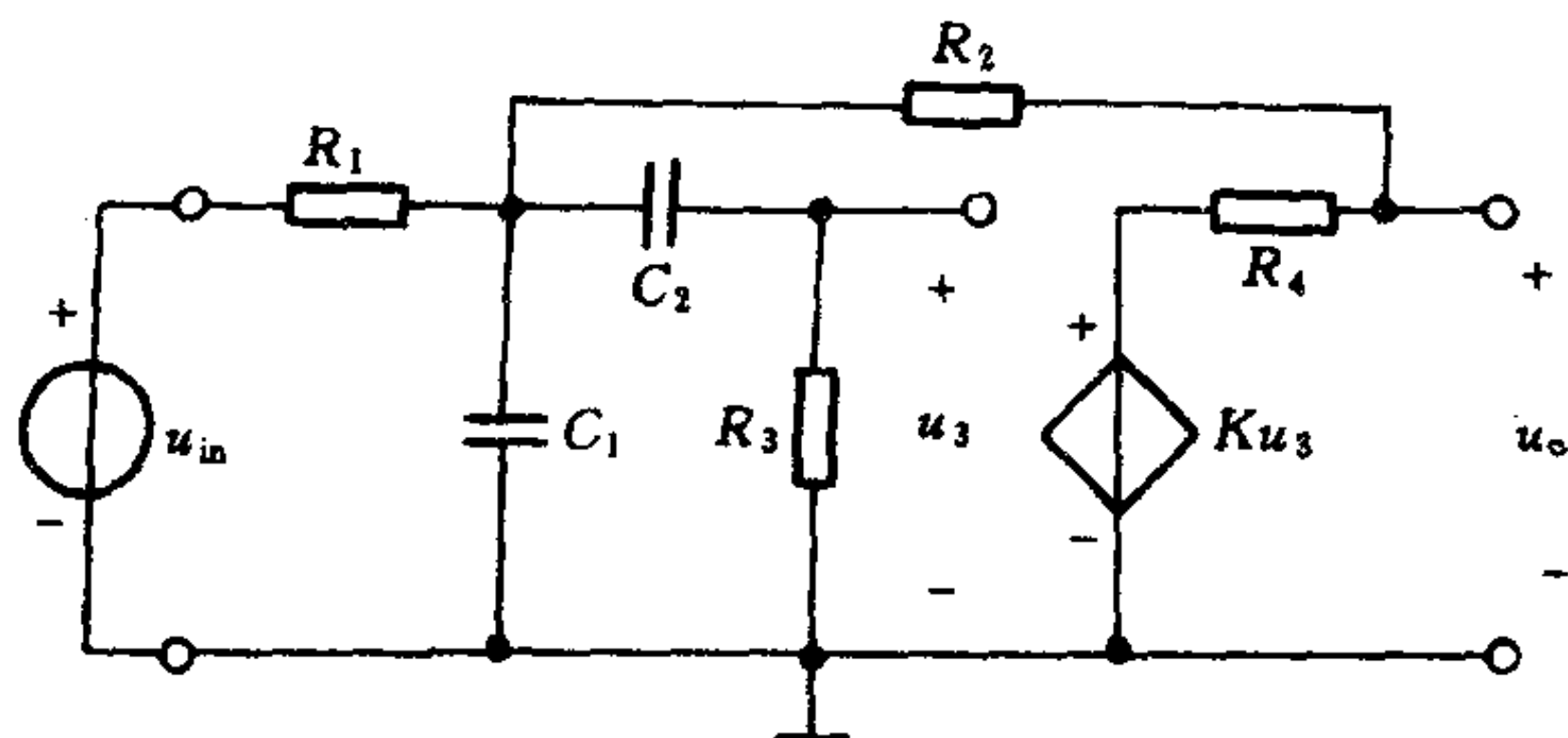
- 7-14 如题图 7-2 所示电路中的二极管是理想的。设输入为电压源 $u(t)$, 输



题图 7-2

出为通过电阻 R 的电流 i_R 。此电路是否为按端口线性的？

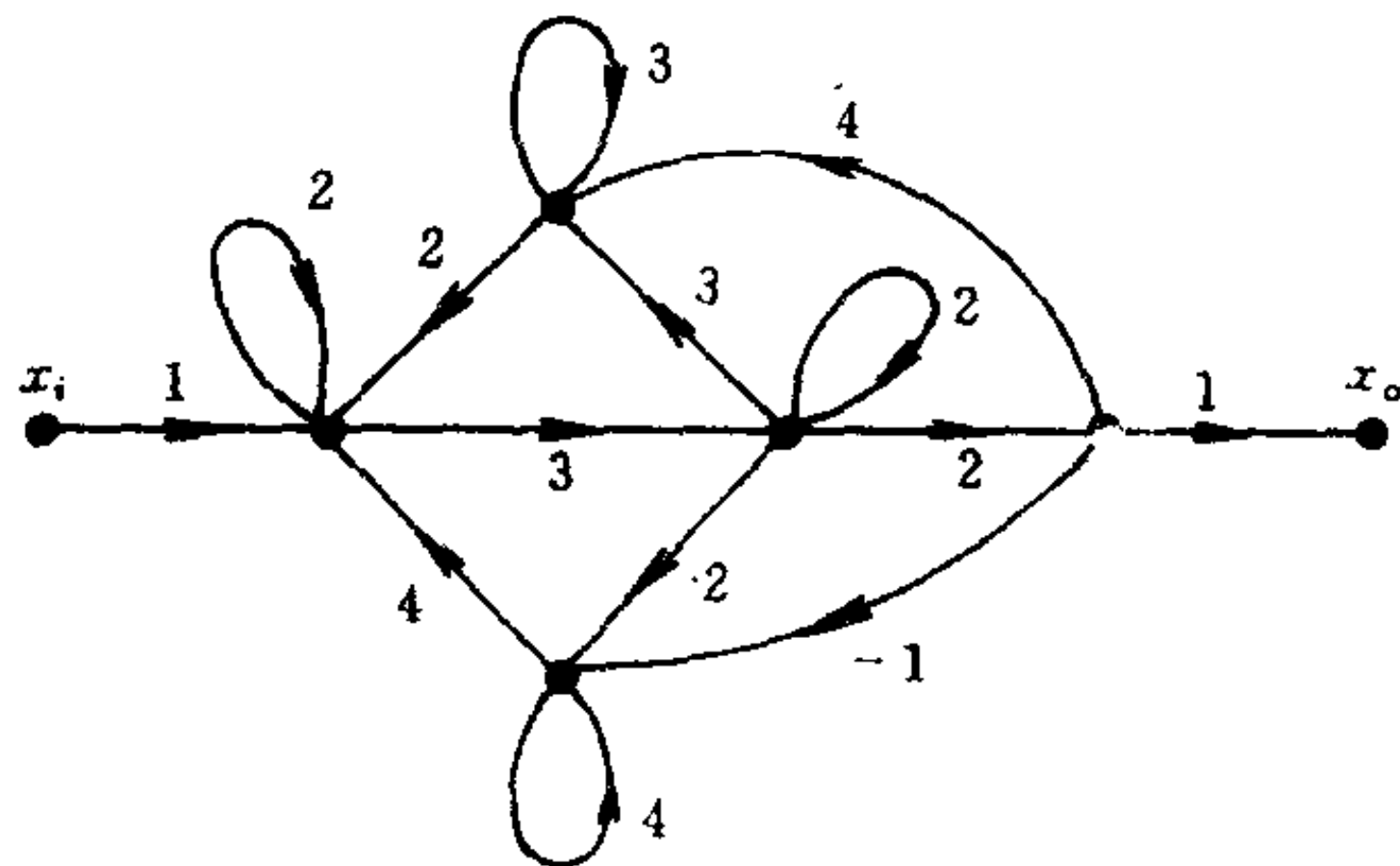
- 7-15 给定如题图 7-3 所示的电路，用结点法写出电路方程，并画出对应的信号流图。



题图 7-3

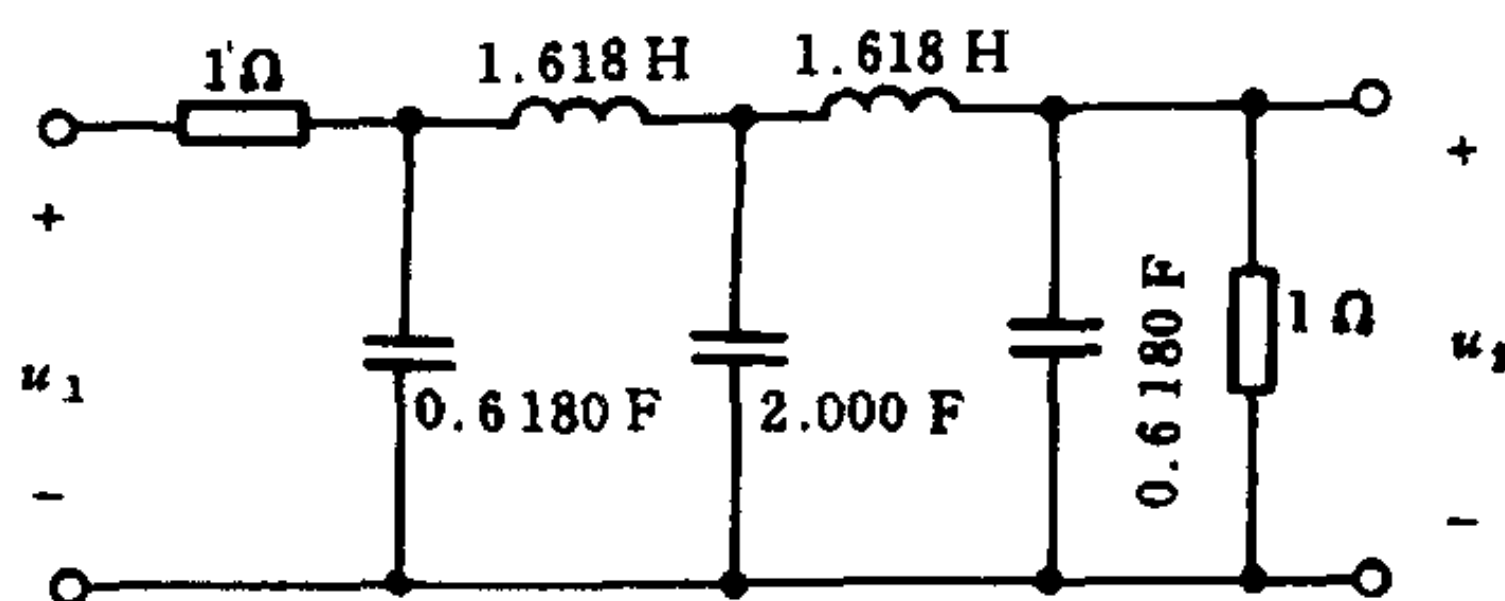
- 7-16 用 Mason 公式求出题图 7-4 所示的信号流图的增益 x_o/x_i 。

- 7-17 画出如题图 7-5 所示电路的信号流图，并用 Mason 公式求出电压转移



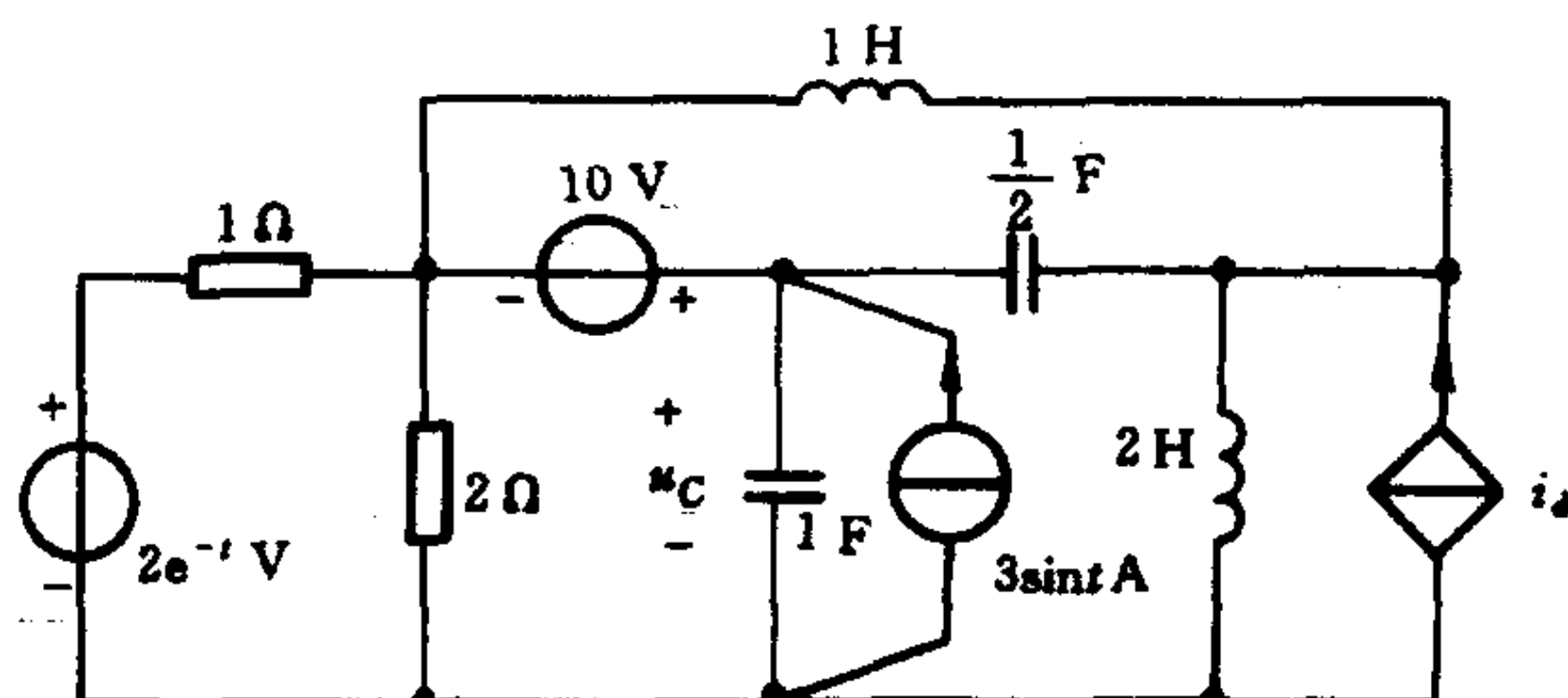
题图 7-4

函数 $H(s) = U_2(s)/U_1(s)$ 。



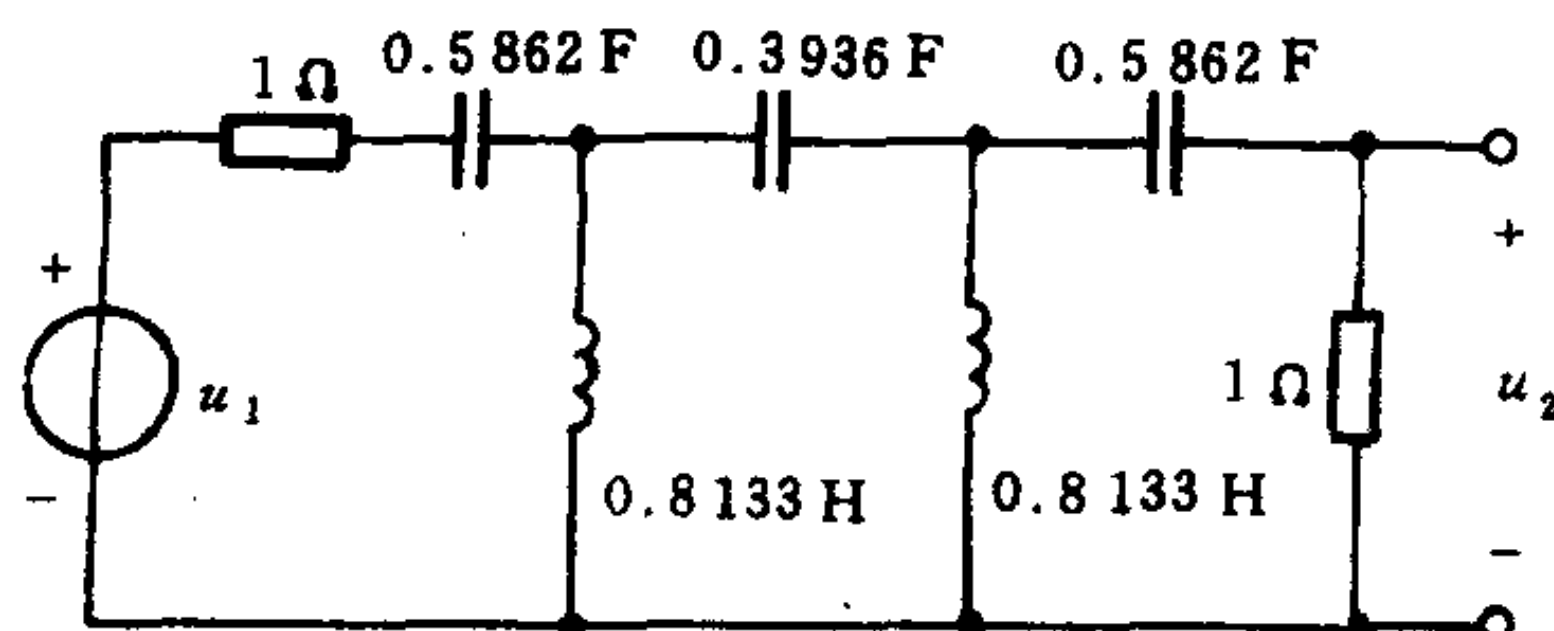
题图 7-5

- 7-18 写出如题图 7-6 所示电路的结点列表方程。其中电压控制电流源的电流 $i_d = 2U_C$ 。



题图 7-6

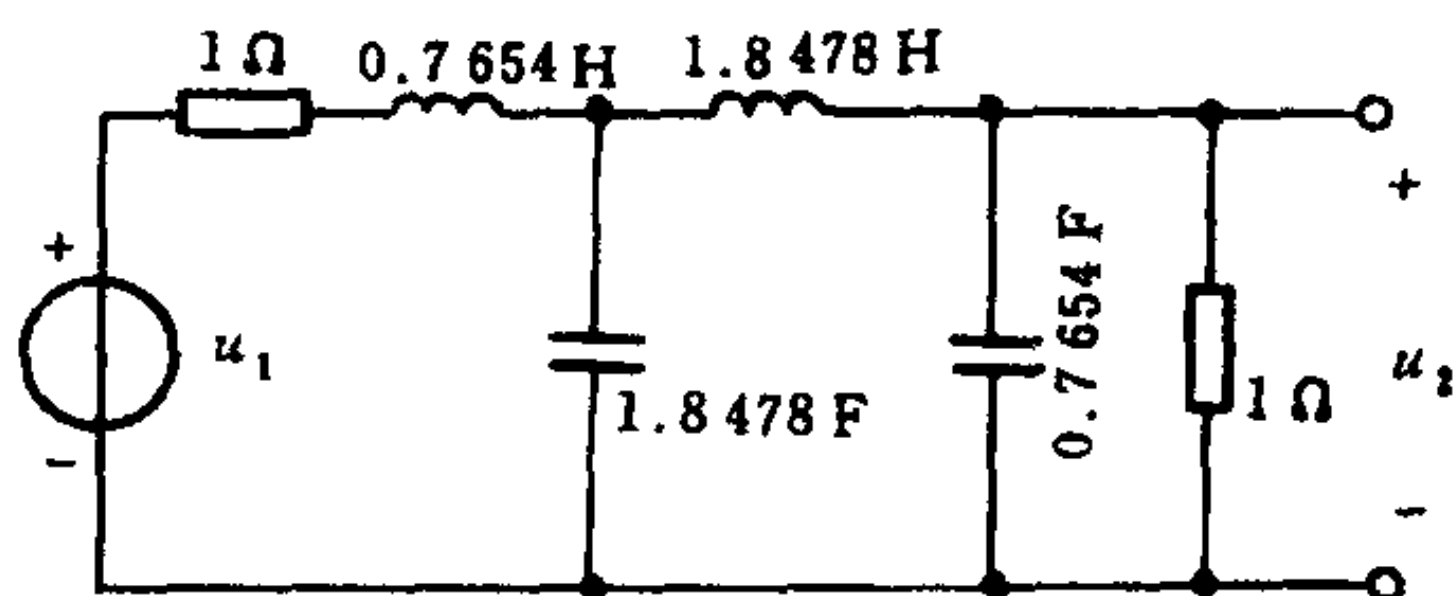
- 7-19 如题图 7-7 所示为一个五阶无源高通电路(归一化)。试根据此原型电路,画出用仿真电感实现的电路,并求出各元件值。设要求截止频率等于 10^4 rad/s , 两个端接电阻等于 600Ω 。



题图 7-7

- 7-20 如题图 7-8 所示为一个四阶无源低通电路(归一化)。根据此原型电路,画出用 FDNR 方法实现的电路,并求出各元件值。设要求截止频

率等于 5kHz，端接电阻等于 500Ω 。用来实现 FDNR 的各电阻均取 $6k\Omega$ 。



题图 7-8

7-21 用有限元法解边值问题

$$\begin{cases} -\Delta u + 2u = xy, & (x, y) \in S = (0, 1) \times (0, 1) \\ \left(\frac{\partial u}{\partial n} + u \right)_{\partial S} = 1 \end{cases}$$

三角形单元划分如题图 7-9 所示。

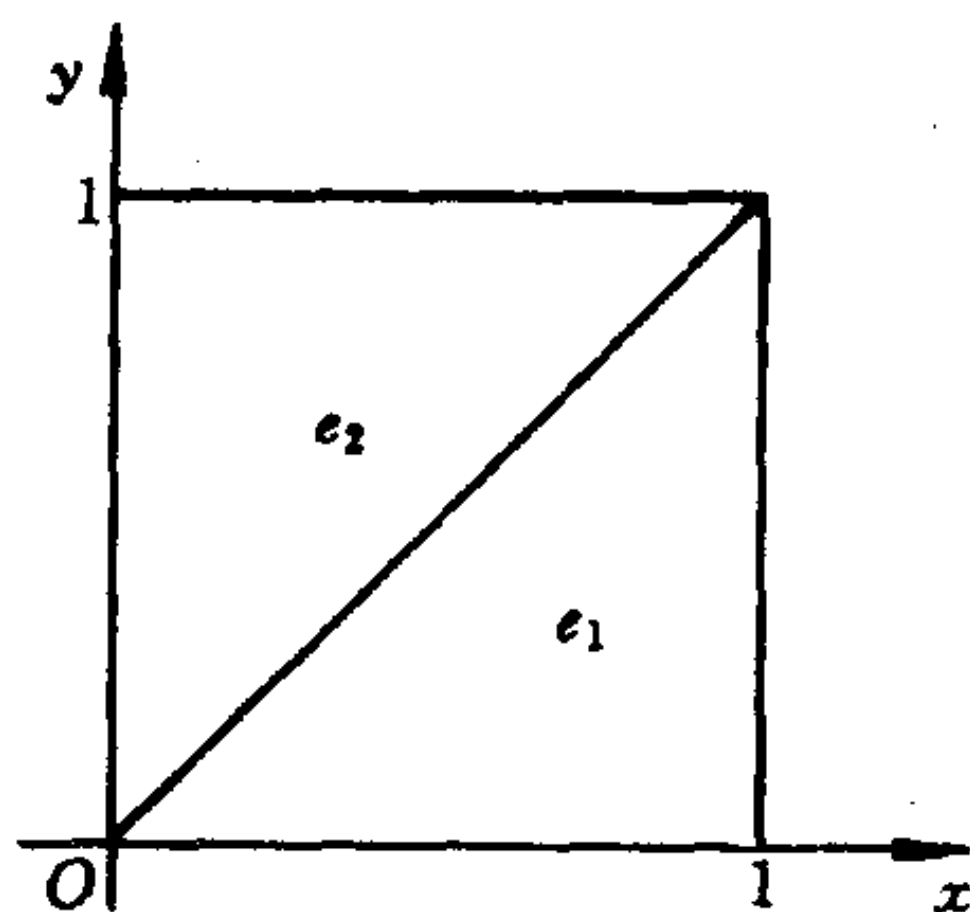
7-22 利用试探函数

$$u(x) = a_1 \cos \frac{\pi x}{20} + a_2 \cos \frac{3\pi x}{20} + a_3 \cos \frac{5\pi x}{20}$$

求解微分方程

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + 0.1u = 1, \quad 0 \leq x \leq 1$$

边界条件为 $u'(0) = 0 = u(0)$ 。分别应用(a)配点法；(b)最小二乘法；(c)伽辽金法确定展开系数。



题图 7-9

7-23 对于问题

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (0 < x < 1, 0 < y < 1),$$

$$u(x, 0) = x(1-x), \quad u(x, 1) = 0,$$

$$u(0, y) = u(1, y) = 0,$$

用伽辽金法求具有下列形式的近似解

$$u(x, y) = f(y)(1-x)x$$

7-24 给定边界条件

$$x=0 \text{ 和 } x=1 \text{ 时, } u=0.$$

试用边界元法求解方程

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + u + x = 0。$$

- 7-25 试比较有限元法和边界元法的优缺点以及这些方法的应用条件,并分析它们之间的区别与联系。
- 7-26 如何定量地评价某种电磁场数值方法的优劣。

参 考 书 目

- [1] 邱关源编著. 电网络理论. 北京: 科学出版社, 1988
- [2] 盛剑霓编著. 工程电磁场数值分析. 西安: 西安交通大学出版社, 1991

第三部分

考试样题及部分参考答案

电气工程学科同等学力人员申请硕士学位 学科综合水平全国统一考试样卷

试卷使用说明：1) 本试卷由 A 卷和 B 卷两部分组成。考试成绩为 A 卷得分与 B 卷得分之和。

2) 每位考生都必须作 A 卷。

3) B 卷由 $B_1 \sim B_5$ 五个并列子卷构成，每位考生只可任意选作其中的某一子卷。若选作多个子卷，则 B 卷得分按零分计。

A 卷(60 分)：基础理论知识部分

电工基础理论部分：(45 分。其中电路部分 30 分，电磁场部分 15 分)

一、填空题(10 分，每空 1 分)

1. 基尔霍夫定律对_____电路总是成立的。

2. 叠加定理仅适用于_____电路。

3. R 、 L 、 C 串联电路发生谐振时， R 、 L 、 C 串联电路的阻抗 $Z(j\omega_0) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 一阶电路的冲激响应是在_____激励下的零状态响应。

5. 对称三相电路是指_____。

6. 在静电场中，电位函数 φ 满足的泊松方程是_____。

7. 恒定磁场的基本方程(微分形式)为_____和_____。

8. 戴维宁等效电路中的电压源的电压为一端口的_____，电阻等于一端口的全部独立电源置零后的_____。

二、计算题(35 分)

1. (8 分) 图 A-1(题) 所示电路中开关 S 原打开， $t=0$ 时将开关 S 闭合，已知 $i_L(0_-)=0$ ，求 $t>0$ 时的电流 $i_L(t)$ 。

2. (8 分) 列出图 A-2(题) 所示电路的结点电压方程(令结点 2 为参考结点)。

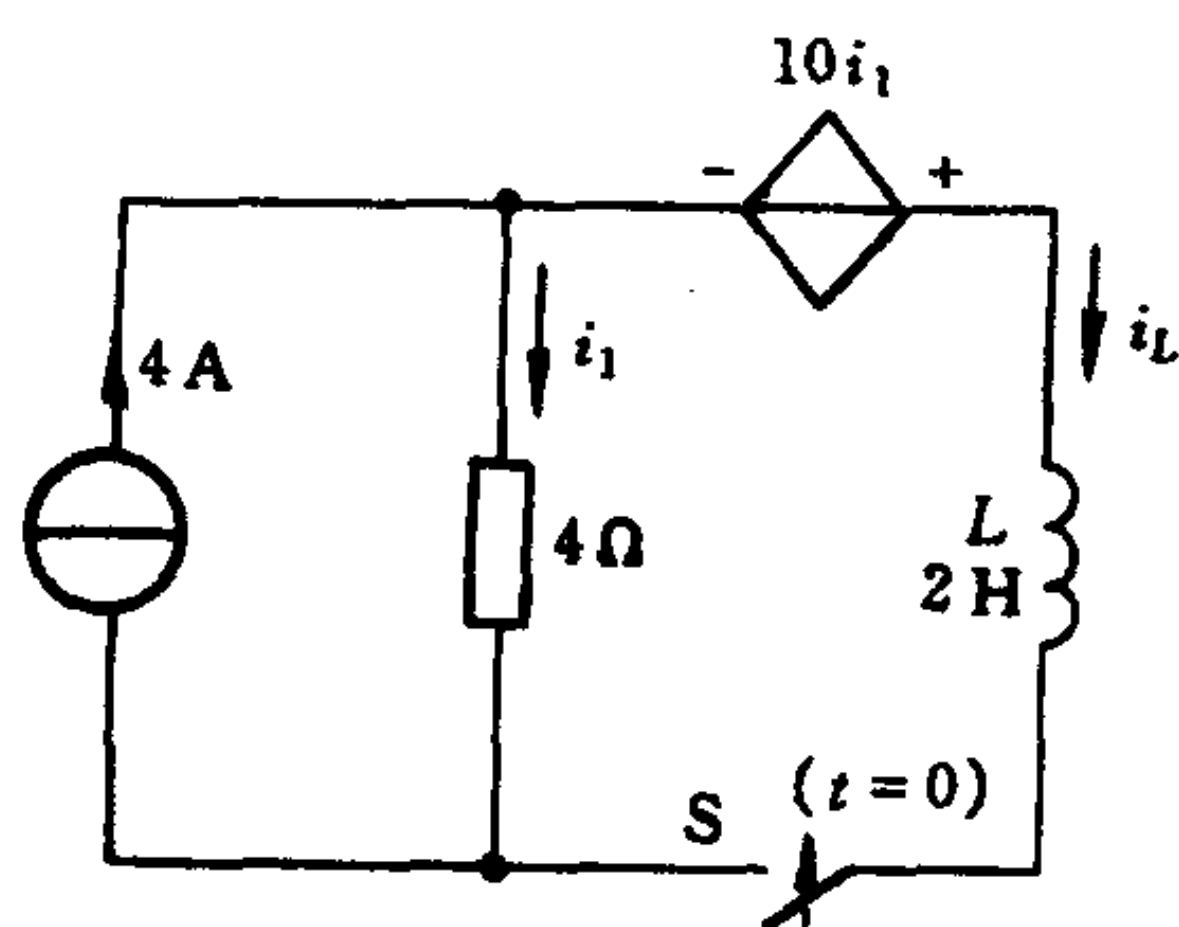


图 A-1(题)

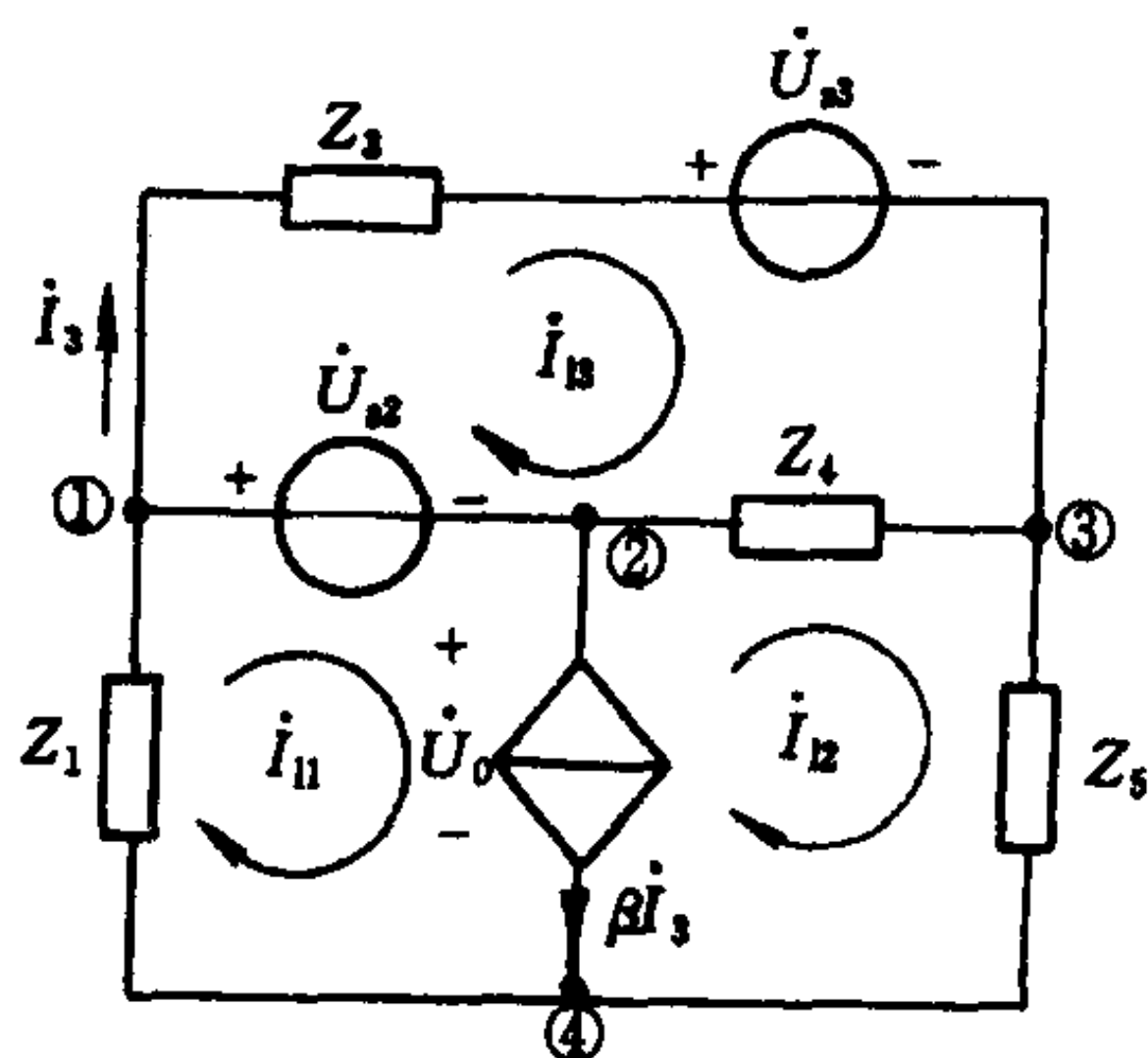


图 A-2(题)

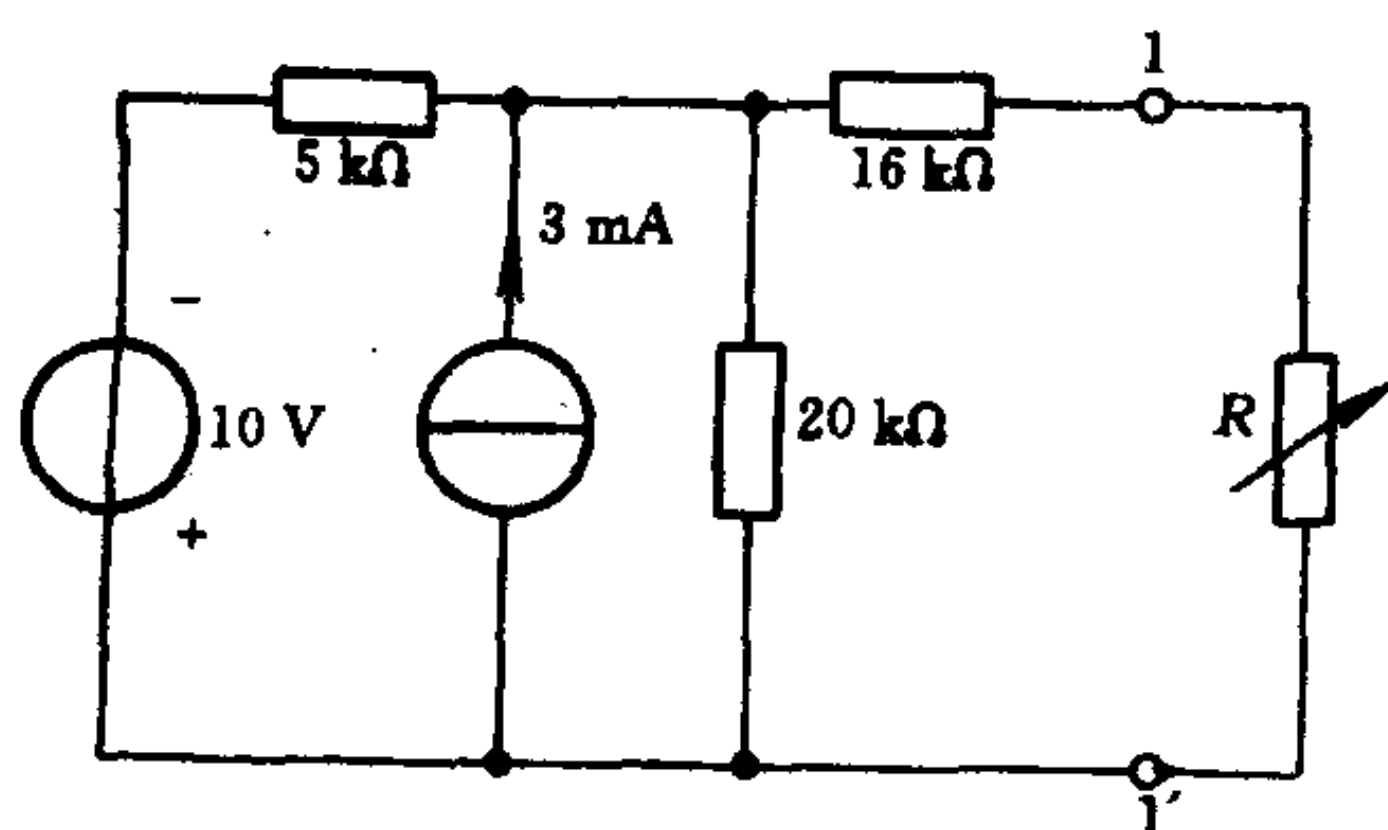


图 A-3(题)

3. (7 分) 如图 A-3(题) 所示含源一端口外接可调电阻 R ，当 R 等于多少时，它可以从电路获得最大功率？求此最大功率。

4. (6 分) 一圆柱形电容器，外导体的内半径为 2cm，其间介质的击穿强度为 $2 \times 10^4 \text{ kV/m}$ 。设其内导体的半径可以自由选择，问该电容器能承受的最大电压该为多少？

5. (6 分) 有一特性阻抗 $Z_0=50\Omega$ 的无损耗传输线，周围电介质的物理参数为 $\epsilon_r=2.25$ ， $\mu_r=1$ ，终端接有 1Ω 的电阻负载。当

$f=100\text{ MHz}$ 时的线长为 $\lambda/4$, 试计算:

- (1) 线的几何长度;
- (2) 负载端的反射系数;
- (3) 第一个 U_{\min} 出现在何处;
- (4) 该传输线的人端阻抗。

微机原理与应用基础部分: (15 分)

一、填空题 (5 分, 每空 1 分)

1. 设 $x=14$, $y=-35$, 若以 8 位二进制数表示, 则 $[x+y]_{\text{补}} = \underline{\hspace{2cm}}$, $[x-y]_{\text{补}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 在计算机中, 堆栈操作的数据存取特点是 , 确定当前栈顶有效地址的寄存器为 。
3. 某微机系统的地址总线为 20 位, 则其寻址范围可达 字节。

二、简答题 (10 分)

1. (3 分) 程序阅读理解

设已知 $(AX)=2468H$, $(BX)=8008H$, $(SI)=789AH$, 在当前数据段 $((DS): 789AH) = 12H$, $((DS): 789BH) = 34H$ 。执行以下程序段:

```
ADD  AL, [SI]
INC  SI
SUB  AH, [SI]
MOV  [BX], AX
```

则, 结果 $((DS): 8008H) = \underline{\hspace{2cm}}$, $((DS): 8009H) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. (3 分) 试述指令寻址方式的基本概念, 并以立即数寻址为例, 说明该寻址方式应用的特点。

3. (4 分) 若用汇编语言的过程定义来实现绝对值函数 ABS 子程序, 试画出符合上述要求的程序流程图, 并作必要的编程说明。

B 卷(40 分): 专门知识部分

(注: B 卷由 $B_1 \sim B_5$ 五个并列子卷构成。每位考生只可任意选作其中的某一子卷。若选作多个子卷, 则 B 卷得分按零分计。)

B_1 卷(40 分): 电力系统分析

一、填空题(10 分, 每空 1 分)

1. 对电力系统运行的基本要求是: _____, _____, _____, _____, 防止环境污染。
2. 电力系统电压调整的主要手段是: 改变发电机端电压, _____, _____。
3. 对继电保护的基本要求是: _____, _____, _____, _____, 和可靠性。
4. 潮流计算程序中的稀疏技术包括: _____, _____, _____, 利用因子表求解稀疏系数矩阵线性方程组。

二、简答题(20 分)

1. (10 分) 简述三段式电流保护的配合关系。
2. (10 分) 潮流计算中, P-Q 分解法如何从牛顿-拉夫逊法演化而来, 其基本前提是什么, 有何特点?

三、计算题(10 分)

电力系统稳定器(PSS)的传递函数为

$$\frac{K_0 T_0 S}{1 + T_0 S} \cdot \frac{1 + T_1 S}{1 + T_2 S} \cdot \frac{1 + T_3 S}{1 + T_4 S}$$

试列写其状态方程。

B_2 卷(40 分): 电机学

一、填空题(10 分, 每空 1 分)

1. 要改变他励直流电动机的转向, 可以 _____, 也可以

2. 一台额定频率为 60Hz 的电力变压器, 接于 50Hz 电压为变压器 5/6 倍额定电压的电网上运行, 此时变压器励磁电流_____, 励磁电抗_____。

3. 当感应电动机接在频率为 50Hz 的电源上额定运行, 转子的转速为 1450r/min, 定子电流的频率为_____; 转子电流的频率为_____。

4. 三相同步发电机的内功率因数角 $\psi=0$ 时, 电枢反应磁通势的轴线作用在_____位置, 对转子磁通势起_____作用。

5. 同步发电机并入电网后要调节其有功功率, 必须_____, 当只调节其无功功率, 可_____。

二、简答题(10 分)

1. (5 分)三相变压器理想并联运行的条件是什么?

2. (5 分)三相同步发电机在与电网并联时, 必须满足的一些条件是什么? 首先必须绝对满足的条件是什么?

三、计算题(15 分)

1. (8 分)有一台 4 极三相感应电动机, 频率为 50Hz, 额定功率为 5.5kW。当该电动机在输入功率为 6.6kW 运行时, 转差率 $s=0.032$, 定子铜耗 $P_{Cu1}=350W$, 铁耗 $P_{Fe}=172W$, 机械损耗和附加损耗之和 $P_m+P_\Delta=46W$, 求该电动机此状态时的: (1)转速 n ; (2)电磁转矩 T ; (3)输出转矩 T_2 ; (4)效率 η 。

2. (7 分)一台并励直流电动机, 额定功率 $P_N=82kW$, 额定电压 $U_N=230V$, 额定转速 $n_N=970r/min$, 4 极, 电枢回路总电阻 (含电刷影响) $R_a=0.026\Omega$, 励磁回路总电阻 $R_f=26.5\Omega$, 电机效率 $\eta=85\%$ 。试求: (1)额定运行时的电磁功率 P_M ; (2)额定输出转矩 T_{2N} ; (3)额定电磁转矩。

四、论述题(5 分)

试分析感应电动机的机械特性: 当 $0 < s < s_m$ 时, 电磁转矩 T 随

转差率 s 的增加而增加,当 $s_m < s < 1$ 时电磁转矩 T 随转差率 s 的增加而减少的原因(s_m 为感应电动机产生最大转矩时的转差率)。

B₃ 卷(40 分): 高电压与绝缘技术

一、填空题(10 分,每空 1 分)

1. 电子碰撞电离系数的大小和_____, _____, 以及_____有关。
2. 在运行的变电所中,用西林电桥测电力设备 $\tan\delta$ 时最主要的误差来源是_____, 一般可采用_____法来减小测量误差。
3. 多级冲击电压发生器的工作原理是_____充电, _____放电。发生器效率的定义是_____。
4. 行波在架空输电线路上的传播速度是_____, 在油纸电缆($\epsilon_r=4$)中的传播速度是_____。

二、简答题(10 分)

1. (5 分)什么是放电的冲击系数?为什么变压器主绝缘的冲击系数比变电所中空气间隙的冲击系数大?
2. (5 分)工频试验变压器输出电压波形畸变的原因是什么?如何防止波形畸变?

三、计算题(10 分)

35kV 的母线支柱绝缘子的工频耐压水平为 100kV(有效值)。该母线支柱绝缘子将安装在海拔为 2000m(空气相对密度 $\delta=0.824$)的地方运行,问出厂时(工厂位于华东沿海地区, $\delta=1$)应加多高的试验电压。

四、论述题(10 分)

试述限制操作过电压的措施和绝缘配合的新动向。

B₄ 卷(40 分): 电力电子技术与电力拖动

一、填空(10 分,每空 1 分)

1. 在 GTR、GTO、电力 MOSFET 和 IGBT 中,属于电压驱

动的有_____, 电流驱动的有_____, 工作频率最高的是_____, 容量最大的是_____。

2. 单相半控桥式可控整流电路在接大电感负载时, α 角的移相范围是_____, 三相桥式全控整流电路在接电阻性负载时, 移相范围是_____。

3. 电力电子电路的换相方式有: 器件换相、电网换相、_____和_____。

4. 双闭环直流调速系统中, 转速反馈系数是由_____确定的, 电流反馈系数是由_____确定的。

二、简答题(10 分)

1. (5 分)与交一直一交变频器相比, 交—交变频器有何特点? 适于应用在哪些场合?

2. (5 分)试分别画出异步电动机在变压调速、恒压频比控制的变频调速、串级调速时的机械特性曲线, 并分别说明各种方法下, 空载转速、机械特性硬度和最大转矩的变化情况。

三、计算题(10 分)

三相桥式全控整流电路, 带电阻、电感、反电动势负载, $U_2 = 220\text{V}$, $R = 5\Omega$, $L = \infty$, $E = 200\text{V}$, $\alpha = 45^\circ$ 。

(1) 设变压器漏感 $L_B = 0$, 求 U_d , I_d , I_2 , 画出 u_d , u_{VT1} , i_2 的波形。

(2) 设 $L_B = 0.5\text{mH}$, 求 U_d , I_d 及重叠角 γ 。

四、论述题(10 分)

试述目前 PWM 变换器拓扑结构及控制方式的发展现状及特点。

B_s 卷(40 分): 电网络理论和电磁场数值分析

一、填空题(5 分, 每空 1 分)

1. 如果一个 n 端口具有_____和可加性, 则称为按端口线性的网络。

2. 一个网络函数 N 对一个电路参数 x 的相对灵敏度定义为

_____。

3. 二阶高通函数的一般形式为_____。

4. 带通函数的带宽 BW 定义为_____, 通带中心频率 ω_0 定义为_____。

二、简答题(5 分)

试述灵敏度分析在电路设计中的作用。

三、(10 分)用 Mason 公式求如下图所示信号流图的增益 $T =$

$\frac{x_0}{x_i}$ 。

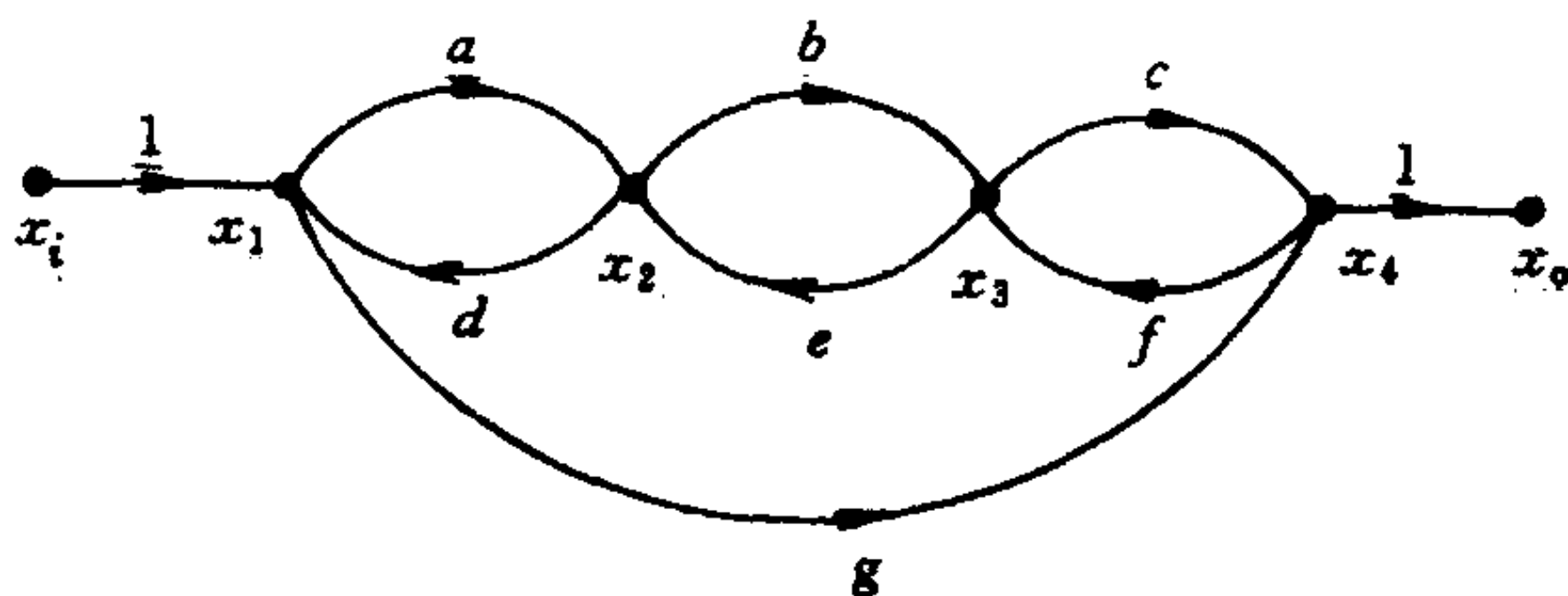


图 B-1(题)

四、(10 分)利用试探函数

$$u(x) = \alpha_1 \cos \frac{\pi x}{20} + \alpha_2 \cos \frac{3\pi x}{20} + \alpha_3 \cos \frac{5\pi x}{20}$$

求解微分方程

$$-\frac{d^2 u}{dx^2} + 0.1u = 1, \quad 0 \leq x \leq 10$$

边界条件为 $u'(0) = 0 = u(10)$ 。应用伽辽金法确定展开系数。

五、(10 分)试比较有限元法和边界元法的优缺点及它们的应用条件, 并分析它们之间的区别与联系。

A 卷(基础理论知识)部分参考答案

电工基础理论部分参考答案

一、填空题

1. 集总

2. 线性

3. R

4. 单位冲激函数

5. 三相电源、三相负载都对称、且端线的 3 个阻抗相等的三相电路

6. $\nabla^2 \varphi = -\frac{P}{\varepsilon}$

7. $\nabla \times H = J \quad \nabla \cdot B = 0$

8. 开路电压 u_{oc} 输入电阻 R_{in}

二、计算题

1. 解：先求开关 S 闭合后除电感以外的一端口的戴维宁等效电路。

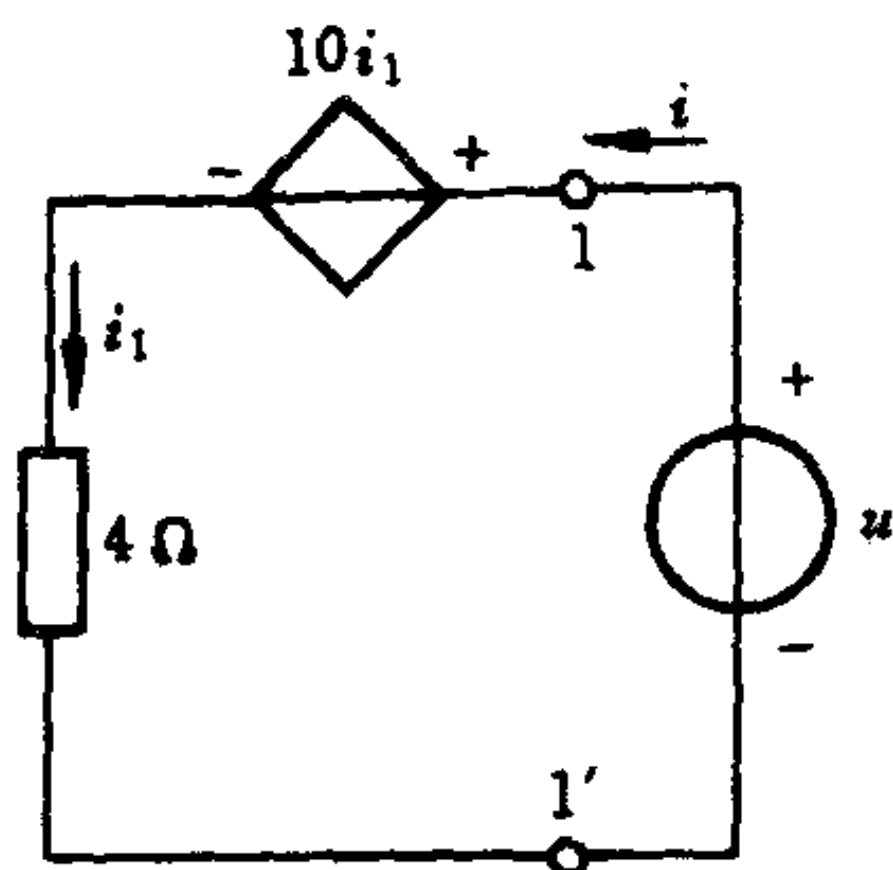
一端口开路电压 $u_{oc} = 10i_1 + 4i_1$

$$= (10 \times 4 + 4 \times 4) \text{V} = 56 \text{V}$$

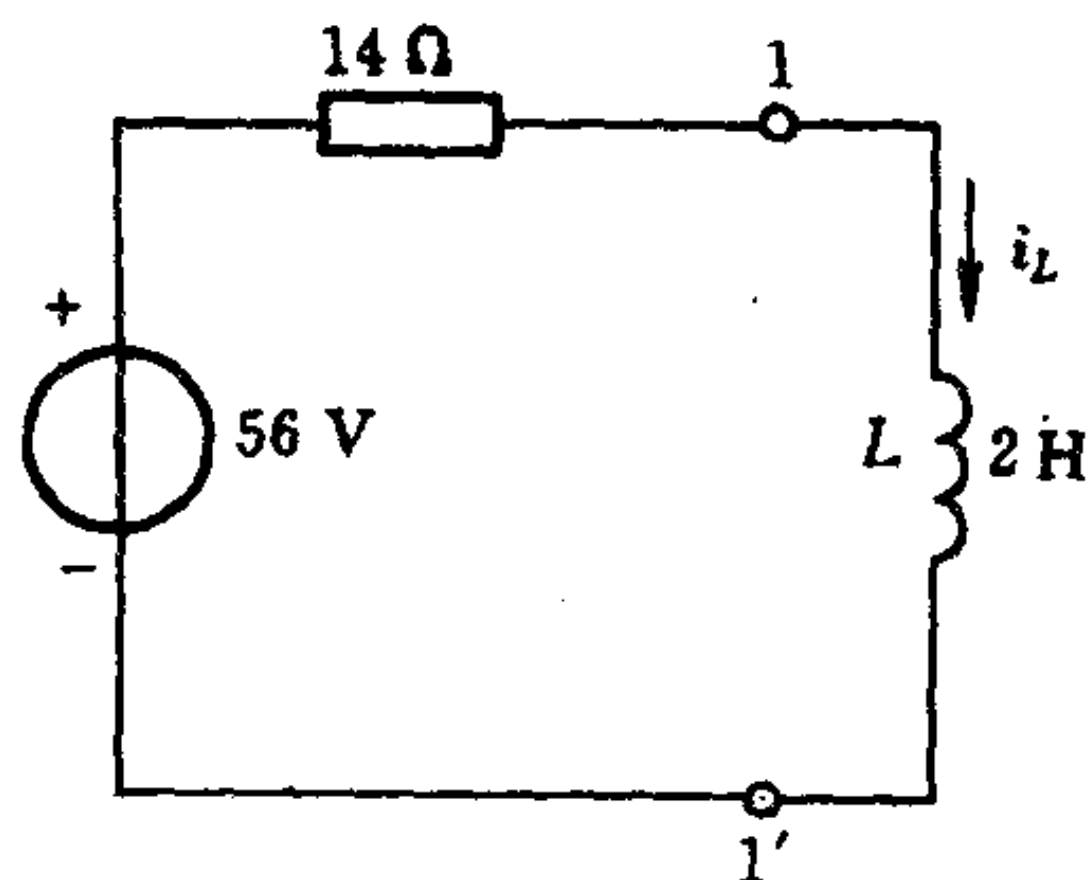
为求输入电阻，将一端口内电流源置零，并外加电压源，如图 A-1(解)中(a)所示。

从图可见， $i = i_1 = \frac{u - 10i_1}{4}$ ，解得 $i_1 = \frac{u}{14}$

所以 $R_{in} = \frac{u}{i} = \frac{u}{u/14} = 14 \Omega$



(a)



(b)

图 A-1(解)

其戴维宁等效电路如图 A-1(解)中(b)所示。

用三要素法: $i_L' = \frac{56}{14} \text{A} = 4 \text{A}$, $\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{14} \text{s} = \frac{1}{7} \text{s}$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

最后得 $t > 0$ 时的电流 $i_L(t)$ 为

$$i_L(t) = 4 - 4e^{-7t} \text{ A}$$

2. 解: 结点电压方程:

$$\text{结点 1: } \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3} \right) \dot{U}_{n1} - \frac{1}{Z_3} \dot{U}_{n3} - \frac{1}{Z_1} \dot{U}_{n4} + i_2 = \frac{\dot{U}_{s3}}{Z_3} \quad (1)$$

$$\text{结点 3: } -\frac{1}{Z_3} \dot{U}_{n1} + \left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_5} \right) \dot{U}_{n3} - \frac{1}{Z_5} \dot{U}_{n4} = -\frac{\dot{U}_{s3}}{Z_3} \quad (2)$$

$$\text{结点 4: } -\frac{1}{Z_1} \dot{U}_{n1} - \frac{1}{Z_5} \dot{U}_{n3} + \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_5} \right) \dot{U}_{n4} = \beta \dot{I}_3 \quad (3)$$

$$\text{约束方程: } \dot{U}_{n1} = \dot{U}_{s2} \quad (4)$$

由于 $\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{n1} - \dot{U}_{n3} - \dot{U}_{s3}}{Z_3}$, 将此关系代入到式(3)并整理之, 得:

$$-\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{\beta}{Z_3} \right) \dot{U}_{n1} + \left(\frac{\beta}{Z_3} - \frac{1}{Z_5} \right) \dot{U}_{n3} + \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_5} \right) \dot{U}_{n4} = -\frac{\beta}{Z_3} \dot{U}_{s3} \quad (5)$$

方程式 (1)、(2)、(5) 和 (4) 形成了所需的结点电压方程。式(1)中 i_2 为流过电压源 \dot{U}_{s2} 的电流, 其参考方向由电源的正极性指向负极性。

3. 解: 先求端口 1-1' 左边的一端口的戴维宁等效电路, 如图 A-2(解)所示。

由图 A-2(解)看出, 从(a)变化到(c), 戴维宁等效电阻

$$R_{eq} = 20 \text{k}\Omega$$

故当

$$R = R_{eq} = 20 \text{k}\Omega$$

时, 可获得最大功率。此最大功率为

$$P_{\max} = \frac{4^2 \times 20 \times 10^3}{(20 \times 10^3 + 20 \times 10^3)^2} \text{ W} = 0.2 \text{mW}$$

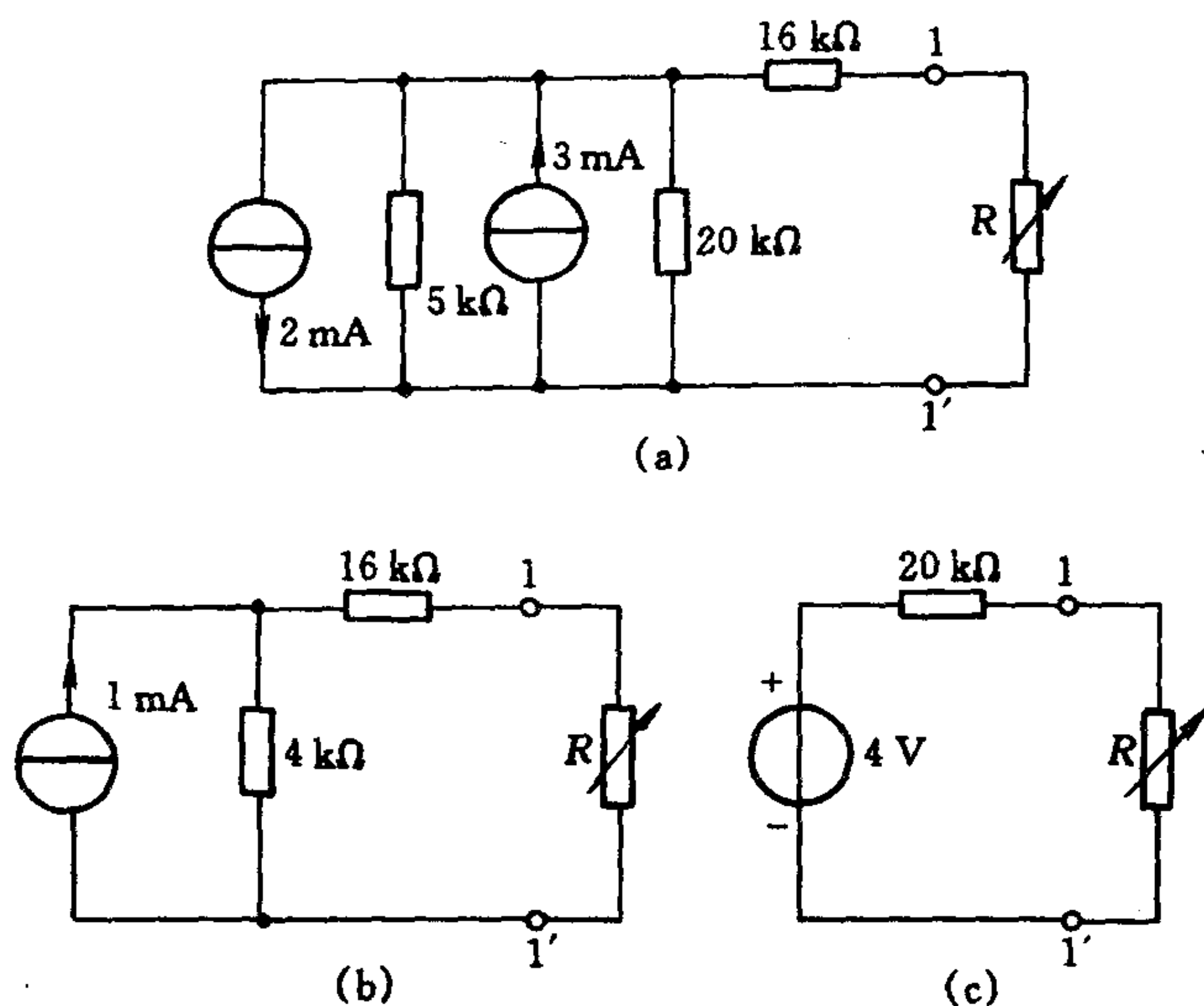


图 A-2(解)

4. 解：设圆柱形电容器外导体的内半径为 $b=2\text{cm}$ ，内导体的半径为 a ，且设电容器介质的介电常数为 ϵ 。

由高斯通量定理得

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\rho} e_\rho$$

从而内外导体间的电压为

$$V = \int_a^b E \cdot d\rho = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a}$$

所以有

$$\frac{\tau}{2\pi\epsilon} = \frac{V}{\ln \frac{b}{a}}$$

最大电场强度出现在内圆柱电极的表面，其值为

$$E_{\max} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon a} = \frac{V}{a \ln \frac{b}{a}}$$

故

$$V = E_{\max} a \ln \frac{b}{a}$$

为了求出最大耐压时 a 的大小, 应有 $\frac{dV}{da} = 0$ 。即

$$\frac{dV}{da} = E_{\max} \left[\ln \frac{b}{a} - 1 \right] = 0$$

所以

$$\ln \frac{b}{a} - 1 = 0$$

$$\frac{b}{a} = e, \quad a = \frac{b}{e}$$

于是, 该电容器承受的最大电压为

$$\begin{aligned} V_{\max} &= E_{\max} \frac{b}{e} \ln \left(\frac{b}{b/e} \right) = E_{\max} \frac{b}{e} \\ &= 2 \times 10^4 \times \frac{2 \times 10^{-2}}{e} = 148 \text{ kV} \end{aligned}$$

5. 解: (1) 波速 $v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$

$$= \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2.25 \times 1}} \text{ m/s} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

波长 $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \times 10^8}{100 \times 10^6} \text{ m} = 2 \text{ m}$

线的几何长度 $l = \frac{\lambda}{4} = 0.5 \text{ m}$

(2) 负载端的反射系数

$$\rho = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{1 - 50}{1 + 50} = -0.96$$

(3) 第一个 U_{\min} 出现在终端处

(4) 入端阻抗

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l}{Z_0 + jZ_L \tan \frac{2\pi}{\lambda} l}$$

$$= 50 \times \frac{1 + j 50 \tan \frac{\pi}{2}}{50 + j \tan \frac{\pi}{2}} \Omega$$

$$= 2500 \Omega$$

微机原理与应用基础部分参考答案

一、填空题

1. 11101011B 或 EBH, 00110001B 或 31H
2. 先进后出或后进先出, SP
3. 2^{20} 或 1M

二、简答题

1. 7AH, 58H
2. 指令寻址方式是指指令中求取操作数存储有效地址的方式。立即数是指紧跟在操作码后面的 8 位或 16 位数据, 它们就是指令的操作数。采用立即数寻址的操作数只能用作源操作数, 通常在初始化程序中用以对工作单元赋初值。

3. 求绝对值函数 $ABS(x)$ 的流程图, 如图 A-3(解) 所示。

调用说明:

(1) 在 8086 微机系统中, 使用伪指令 PROC/ENDP 定义过程;

(2) 当 x 为 8 位或 16 位数时, 可使用 CPU 寄存器作为入口/出口参数, 并直接通过 NEG 指令求负。

(3) 当 x 为多字节数时, 应使用内存单元为数据区, 并说明字节长度。在入口/出口参数说明中指定 CPU 寄存器或内存

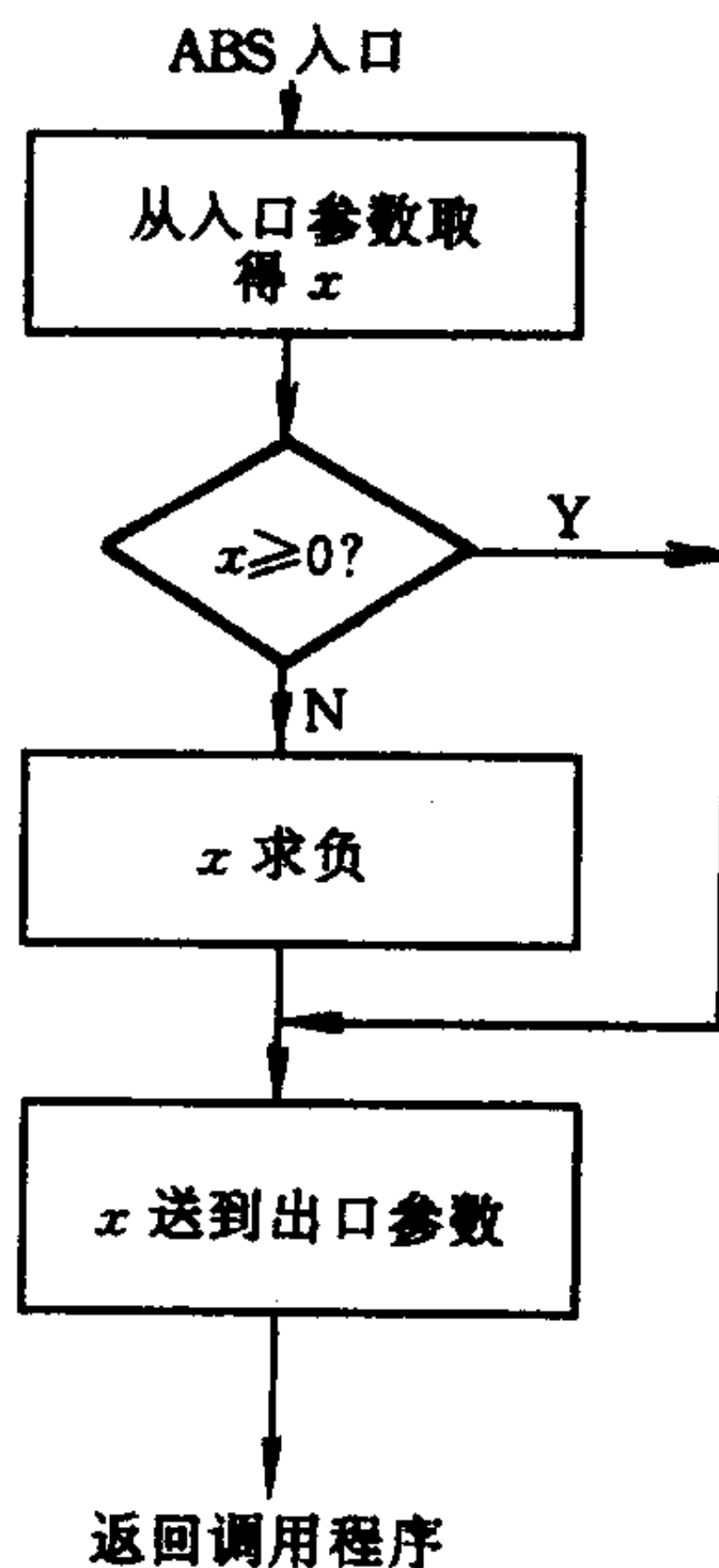


图 A-3(解)
 $ABS(x)$ 流程图

单元作为工作参数的实际存储地址。此时，应使用 $0-x$ 的算法实现多字节的求负运算。

B₁ 卷(电力系统分析)部分参考答案

一、填空题

1. 保证可靠地持续供电，保证电能质量，提高运行经济性，
2. 改变变压器的变比，利用无功补偿设备
3. 选择性，快速性，灵敏性
4. 稀疏矩阵的存储，网络结点编号优化

二、简答题(简答要点)

1. 电流 I、II 段构成主保护，它们联合工作能够切除本线路范围内任意点的故障。电流 III 段是后备保护，其动作电流整定值躲过最大负荷电流，一旦发生短路，流过短路电流的各电流 III 段均能起动，为保证选择性，其动作延时从线路末端开始呈阶梯上升的特性。

电流 I 段的动作延时为零(装置的固有动作时间为 t_{d1}^f)；动作电流整定值躲过本线路末端可能的最大短路电流，取适当可靠系数后为 I_{P1}^f ，它不能保护本线路的全部。电流 II 段要切除本线路全部范围的故障，故其保护范围要延伸到下一条线路中去，动作电流整定值为 I_{P1}^s ($I_{P1}^s < I_{P1}^f$)；为保证选择性，其动作带有一定的延时 t_{d1}^s 。

在本线路首端发生短路时，电流 I 段瞬时动作切除故障；在本线路末端发生短路时，电流 II 段延时切除故障。在下一条线路首端发生短路时，本线路保护电流 II 段与下一条线路保护电流 I 段均能动作，但 $t_{d1}^s > t_{d2}^f$ ，故由下一线路电流 I 段切除故障。

2. 根据电力系统的实际情况，可对牛顿法进行适当的简化与改进，从而演化形成 P - Q 分解法。首先，在电力系统中有功功率主要决定于结点电压的相角，而无功功率主要决定于结点电压的幅值，据此可将 P 与 Q 分开迭代。这是第一个简化，即雅可比矩

阵的分块非对角元素近似为零,将 $2n$ 阶方程组变为 2 个 n 阶方程组,计算量与内存均有改善。其次,牛顿法中雅可比矩阵的分块对角矩阵是不对称矩阵,并在迭代过程中不断变化,考虑到高压网中电抗远大于电阻的实际情况,可将其近似为在迭代过程中不变的对称矩阵。

由于做了上述两个简化,对于高压电网,实际情况与简化假定相接近,用 P - Q 分解法计算的精度较高;对于低压电网,两者相去甚远,不宜采用。

P - Q 分解法在迭代过程中不必进行雅可比矩阵的计算,简化了求解修正方程组的消去与回代运算。此外,收敛特性也有所改变。

三、计算题

PSS 由三个环节组成,假设输入变量为 E_1 ,输出为 E_4 ,两环节之间的变量依次分别为 E_2 、 E_3 。

先写出每个环节的传递函数,例如第三个环节为

$$\frac{E_4}{E_3} = \frac{1+T_3S}{1+T_4S}$$

即 $(1+T_4S)E_4 = (1+T_3S)E_3$

拉氏反变换可得

$$\frac{1}{T_3}E_4 + \frac{T_4}{T_3}pE_4 = \frac{1}{T_3}E_3 + pE_3$$

整理可得 $pE_3 - \frac{T_4}{T_3}pE_4 = \frac{1}{T_3}(E_4 - E_3)$

由于不存在两个变量相乘或变量的高次项,故其一次近似的偏移量微分方程为

$$p\Delta E_3 - \frac{T_4}{T_3}p\Delta E_4 = \frac{1}{T_3}(\Delta E_4 - \Delta E_3)$$

类似地还可写出:

$$p\Delta E_2 - \frac{T_2}{T_1}p\Delta E_3 = \frac{1}{T_1}(\Delta E_3 - \Delta E_2)$$

$$p\Delta E_1 - \frac{1}{K_0} p\Delta E_2 = \frac{1}{K_0 T_0} \Delta E_2$$

以上三式为 PSS 的一次近似的偏移量状态方程。

B₂ 卷(电机学)部分参考答案

一、填空题

1. 改接励磁绕组, 改接电枢绕组
2. 不变, 减少
3. 50 Hz, 1.67 Hz
4. 交轴, 交磁
5. 调节同步发电机原动机输入功率,
调节同步发电机励磁电流

二、简答题

1. 三相变压器理想并联运行的条件是: ①变压比相等; ②联结组标号相同; ③短路电压相等; ④短路电阻和短路电抗比值相等。

2. 三相同步发电机在与电网并联时, 必须满足的一些条件是: ①电压相等; ②频率相等; ③相序相同。首先必须绝对满足的条件是相序相同。

三、计算题

1. 解:

$$(1) \text{ 同步转速 } n_1 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{2} \text{ r/min} = 1500 \text{ r/min}$$

$$\begin{aligned} \text{转子转速 } n &= (1-s)n_1 \\ &= (1-0.032) \times 1500 \text{ r/min} \\ &= 1452 \text{ r/min} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 电磁功率 } P_M &= P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} \\ &= (6.6 \times 10^3 - 350 - 172) \text{ W} \\ &= 6078 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{电磁转矩 } T &= \frac{P_M}{\Omega_1} = \frac{P_M}{\frac{2\pi n_1}{60}} \\ &= \frac{6078}{\frac{2\pi \times 1500}{60}} \text{ N} \cdot \text{m} = 38.7 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(3) 转子绕组铜耗 } P_{\text{Cu2}} &= sP_M \\ &= 0.032 \times 6078 \text{ W} \\ &= 194.5 \text{ W}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{输出功率 } P_2 &= P_1 - P_{\text{Cu1}} - P_{\text{Fe}} - P_{\text{Cu2}} - (P_m + P_\Delta) \\ &= (6.6 \times 10^3 - 350 - 172 - 194.5 - 46) \text{ W} \\ &= 5837.5 \text{ W}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{输出转矩 } T_2 &= \frac{P_2}{\Omega} \\ &= \frac{P_2}{\frac{2\pi n}{60}} \\ &= \frac{5837.5}{\frac{2\pi \times 1452}{60}} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 38.4 \text{ N} \cdot \text{m}\end{aligned}$$

$$\text{(4) 效率 } \eta = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% = \frac{5837.5}{6600} \times 100\% = 88.45\%$$

2. 解:

$$\text{(1) 额定电流 } I_N = \frac{P_N}{U_N} = \frac{82 \times 10^3}{230} \text{ A} = 356.5 \text{ A}$$

$$\text{励磁电流 } I_f = \frac{U_N}{R_f} = \frac{230}{26.5} \text{ A} = 8.7 \text{ A}$$

$$\text{电枢电流 } I_a = I_N - I_f = (356.5 - 8.7) \text{ A} = 347.8 \text{ A}$$

$$\text{电枢绕组铜耗 } P_a = I_a^2 R_a = 347.8^2 \times 0.026 \text{ W} = 3145.1 \text{ W}$$

$$\text{励磁绕组损耗 } P_f = I_f^2 \cdot R_f = 8.7^2 \times 26.5 \text{ W} = 2005.8 \text{ W}$$

$$\text{输入功率 } P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{82}{0.85} \text{ kW} = 96.47 \text{ kW}$$

$$\text{电磁功率 } P_M = P_1 - P_a - P_f$$

$$= (96.47 \times 10^3 - 3145.1 - 2005.8) \text{ W}$$

$$\approx 91.32 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} \text{(2) 额定输出转矩 } T_{2N} &= \frac{P_2}{\Omega} = \frac{P_N}{\frac{2\pi n}{60}} \\ &= \frac{82 \times 10^3}{\frac{2\pi \times 970}{60}} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 807.3 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3) 电磁转矩 } T &= \frac{P_M}{\Omega} = \frac{P_M}{\frac{2\pi n}{60}} \\ &= \frac{91.32 \times 10^3}{\frac{2\pi \times 970}{60}} \text{ N} \cdot \text{m} \\ &= 899 \text{ N} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

四、论述题

(略)

B₃ 卷(高电压与绝缘技术)部分参考答案

一、填空题

1. 电场强度, 气体密度, 以及气体的性质
2. 外电场干扰, 倒相法
3. 并联, 串联, 输出电压峰值与各电容器充电电压之和的比值
4. 300 m/μs, 150 m/μs

二、简答题

1. 放电的冲击系数是 50% 冲击放电电压与稳态放电电压的比值。空气间隙的冲击系数 β 的大小取决于放电时延(统计时延和放电形成时间); 而对于变压器油来说, 则还取决于油中的杂质是否来得及排成导电的小桥。所以油纸绝缘的 β 大于空气间隙的 β 。

2. 试验变压器及其调压装置的铁心工作在磁化曲线的饱和

段时,励磁电流波形为非正弦波,即漏抗上的电压降为非正弦波,导致输出电压波形的畸变。在试验变压器的低压绕组侧装设滤除三次和五次谐波的滤波装置(串联的 L - C 谐振电路),可以防止输出电压的波形畸变。

三、计算题

$$U_0 = \frac{U}{\delta} = \frac{100}{0.824} \text{ kV} = 121.4 \text{ kV}$$

四、论述题(略)

B₄ 卷(电力电子技术与电力拖动)部分参考答案

一、填空题:

1. MOSFET 和 IGBT, GTR 和 GTO, MOSFET, GTO
2. $0 \sim \pi$, $0 \sim \frac{2}{3}\pi$
3. 负载换相, 电容换相
4. 转速给定最大值和电机最高转速, 电流给定最大值和电机最大电流

二、简答题

1. 与交一直一交变频器相比,交—交变频器只用一次变流,且使用电网换相,变流效率较高,可以方便地实现四象限工作,但系统接线复杂,使用晶闸管较多;受电网频率和变流电路脉波数限制,输出频率较低,而且由于采用相控方式,功率因数较低。由于以上特点,交—交变频器主要应用于大功率、低转速的交流调速装置中。

2. 异步电动机变压调速时的机械特性如图 B-1(解)(a)所示随着电压的降低,电机空载转速不变,机械特性硬度和最大转矩迅速下降。恒压频比控制的变频调速时的机械特性如图 B-1(解)(b)所示,随着频率的降低,电机空载转速降低,机械特性硬度和最大转矩基本保持不变,低频时最大转矩减小。串级调速时随着

逆变角的减小，电机空载转速降低，机械特性硬度和最大转矩略有降低，机械特性如图 B-1(解)(c)所示。

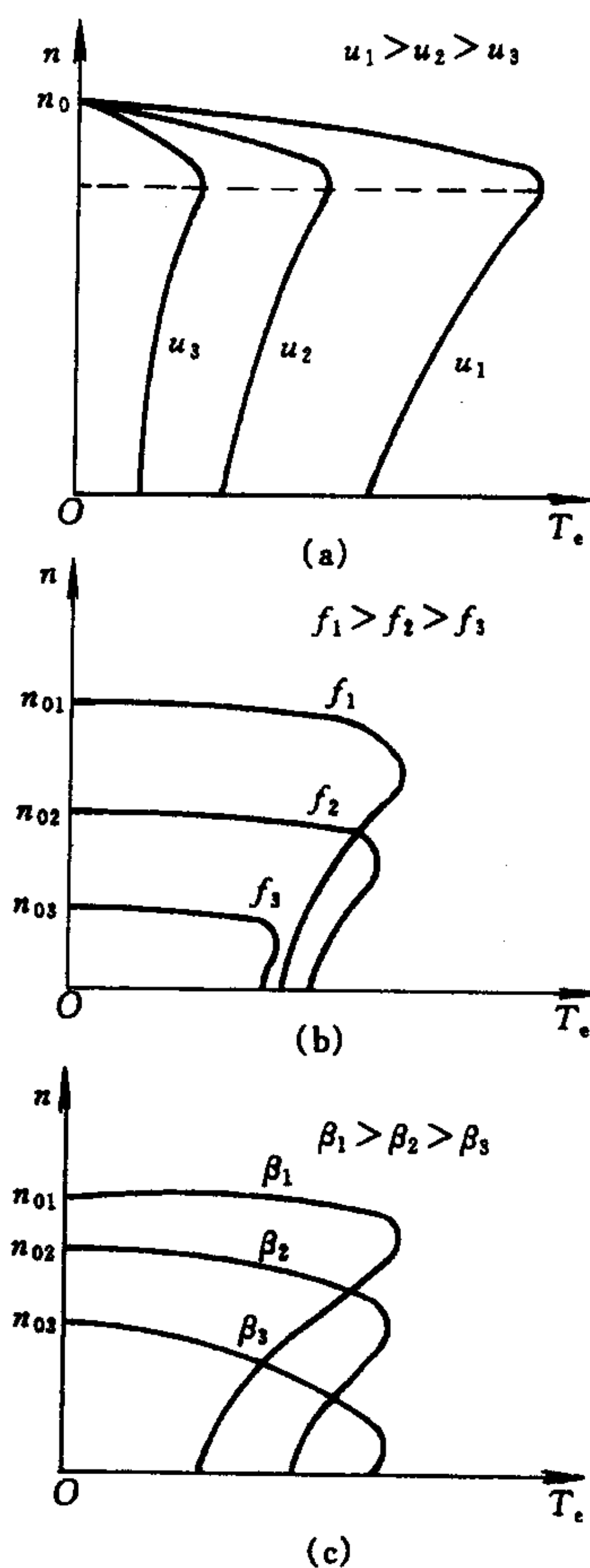


图 B-1(解)

三、计算题

解：(1) $U_d = 2.34U_2 \cos \alpha = 2.34 \times 220 \times \frac{\sqrt{2}}{2} V = 364 V$

$$I_d = \frac{U_d - E}{R} = \frac{364\text{V} - 200\text{V}}{5\Omega} = 32.8\text{ A}$$

$$I_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 32.8\text{A} = 26.78\text{ A}$$

u_d , u_{VT1} 及 i_2 的波形如图 B-2(解)所示。

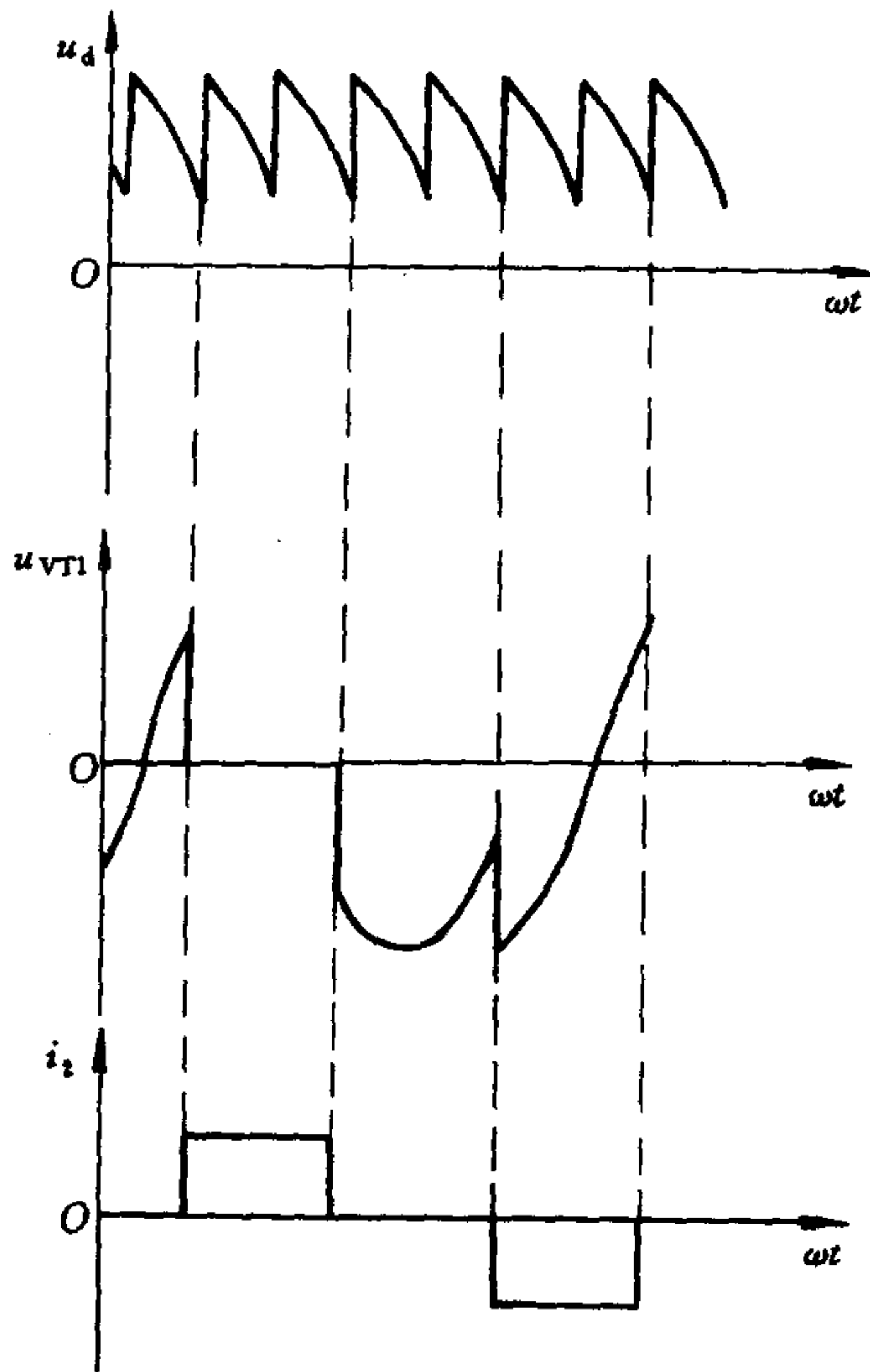


图 B-2(解)

$$(2) U_d = 2.34U_2 \cos\alpha - \frac{3X_B I_d}{\pi} = E + I_d \cdot R$$

$$I_d = \frac{2.34U_2 \cos\alpha - E}{R + \frac{3X_B I_d}{\pi}}$$

$$= \frac{364 - 200}{5 + \frac{3 \times 2\pi \times 50 \times 0.5 \times 10^{-3}}{\pi}} \text{ A}$$

$$= 31.84 \text{ A}$$

$$U_d = E + I_d R = (200 + 31.84 \times 5) \text{ V} \\ = 359 \text{ V}$$

$$\text{由 } \cos \alpha - \cos(\alpha + \gamma) = \frac{2 \cdot I_d X_B}{\sqrt{6} U_2} = 0.0186 \text{ 得:}$$

$$\gamma = \arccos \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0.0186 \right) - 45^\circ = 1.48^\circ$$

B₅ 卷(电网络理论和电磁场数值分析)部分参考答案

一、填空题

1. 齐性

$$2. \underline{S_x^N = \frac{\partial N}{\partial x} \frac{x}{N}}$$

$$3. \underline{H_{HP}(s) = \frac{H_0 s^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2}}$$

$$4. \underline{BW = \omega_2 - \omega_1, \quad \omega_0 = \sqrt{\omega_2 \omega_1}}$$

二、简答题

由于电路元件都有一定的容差,而且随温度、湿度等环境影响以及老化程度还会偏离其标准值,所以根据元件标称值设计的电路,它的性能不可能完全符合标称设计的要求。另外,实现同一函数的电路往往可以采用许多不同的结构,或者即便使用同一电路结构,但各元件的参数值可以有不同的选择,由此而获得各个电路的性能随各元件变化的程度还可能有所差别。因此,对设计的电路进行灵敏度分析,从而评价它的优劣,有利于我们比较和选择电路。

三、解:图中共有四个回路,即由支路 a 和 d 、 b 和 e 、 c 和 f 及 g 、 f 、 e 和 d 构成。非切触双重回路只有一组,分别由支

路 a 和 d 及 c 和 f 构成。不存在三重及三重以上非切触回路。故有

$$\Delta = 1 - \sum L_k^1 + \sum L_k^2 = 1 - (ad + be + cf + gfed) + (adcf)$$

前向路只有两条，即

$$P_1 = (1)(a)(b)(c)(1) = abc$$

$$P_2 = (1)(g)(1) = g$$

把 P_1 的全部支路以及与它共有一个结点的全部支路移去后将使原图的全部支路都被移去，故 $\Delta_1 = 1$ 。对 P_2 来说，余剩的子图将是由支路 b 和 e 构成的回路，故 $\Delta_2 = 1 - be$ 。由此得

$$T = \frac{x_0}{x_i} = \frac{abc + g(1 - be)}{1 - ad - be - cf - gfed + adcf}$$

四、解：显然，给定的试探函数满足边界条件 $u'(0) = 0 = u(10)$ 。

将试探函数代入方程中，得余量：

$$R = \left[0.1 + \left(\frac{\pi}{20} \right)^2 \right] \alpha_1 \cos \frac{\pi x}{20} + \left[0.1 + \left(\frac{3\pi}{20} \right)^2 \right] \alpha_2 \cos \frac{3\pi x}{20} + \left[0.1 + \left(\frac{5\pi}{20} \right)^2 \right] \alpha_3 \cos \frac{5\pi x}{20} - 1$$

用伽辽金法，可得

$$\int_0^{10} R \cos \frac{\pi x}{20} dx = 0$$

$$\int_0^{10} R \cos \frac{3\pi x}{20} dx = 0$$

$$\int_0^{10} R \cos \frac{5\pi x}{20} dx = 0$$

即有

$$\left[0.1 + \left(\frac{\pi}{20} \right)^2 \right] \alpha_1 - \frac{20}{\pi} = 0$$

$$\left[0.1 + \left(\frac{3\pi}{20} \right)^2 \right] \alpha_2 - \frac{20}{3\pi} = 0$$

$$\left[0.1 + \left(\frac{5\pi}{20}\right)^2\right]\alpha_3 - \frac{20}{5\pi} = 0$$

解之，得

$$\alpha_1 \approx 10.21, \alpha_2 \approx -1.32, \alpha_3 \approx 0.36$$

五、(略)

[G e n e r a l I n f o r m a t i o n]

书名 = 同等学力申请硕士学位电气工程学科综合水平全国统一考试大纲及指南

作者 = 张保会主编

页数 = 5 4 0

S S 号 = 1 0 8 3 3 3 0 6

D X 号 =

出版日期 = 2 0 0 0 年 0 1 月第 1 版

出版社 = 高等教育出版社

封面页	
书名页	
版权页	
前言页	
目录页	
编写说明	
第一部分	考试大纲
第二部分	复习指南
	第一章 电工基础理论
	第二章 微机原理与应用基础
	第三章 电力系统分析
	第四章 电机学
	第五章 高电压与绝缘技术
	第六章 电力电子技术与电力拖动
	第七章 电网络理论与电磁场数值分析
第三部分	考试样题及部分参考答案
附录页	